ΧΑΟΣ

ΜΙΑ ΝΕΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

χάπολτεφο

JAMES GLEICK

Την τελευταία δεκαετία, *φυσικοί, βιολόγοι, αστρονόμοι, γιατροί* και *οικονομολόγοι* έχουν αναπτύξει ένα νέο τρόπο να κατανοούν τη μεγαλύτερη πολυπλοκότητα στη φύση. Πρόκειται για μια νέα επιστήμη, το *χάος* όπως ονομάζεται, που μελετά πώς από το τυχαίο, το ασταθές, το απρόβλεπτο, την αταξία δημιουργείται τάξη και μορφή. Όπως λέει ο Ντάγκλας Χόφσταντερ (Douglas Hofstadter), «Πίσω από μια πρόσοψη τάξης μπορεί να κρύβεται ένας μυστηριώδης τύπος χάους και, επιπλέον, βαθιά μέσα στο χάος μπορεί να κρύβεται ένα ακόμη πιο μυστηριώδες είδος τάξης».

Η επιστήμη του χάους διατέμνει τους παραδοσιακούς επιστημονικούς κλάδους συνδέοντας είδη αταξίας και έλλειψης κανονικότητας που φαίνονται να μην έχουν μεταξύ τους καμιά σχέση: *τους στροβιλισμούς της ατμόσφαιρας και τους περίπλοκους ρυθμούς της ανθρώπινης καρδιάς, το σχήμα των νιφάδων του χιονιού και τις διακυμάνσεις του χρηματιστηρίου.* Παρά τα δύσκολα μαθηματικά του, το χάος είναι η επιστήμη της καθημερινής ζωής και απαντά σε ερωτήσεις όπως: η *μορφή έχει ο καπνός που ανεβαίνει απ' το τσιγάρο, πώς εξηγείται η ιδιάζουσα κίνηση των ματιών των σχιζοφρενών, πώς σχηματίζονται τα σύννεφα...*

Στην επιστήμη του χάους αναφέρεται και ο Τζέιμς Γκλέικ (James Gleick) στο ομώνυμο βιβλίο του. Περιγράφει καταπληκτικές και αναπάντεχες ιδέες μεγάλων επιστημόνων: το *Φαινόμενο της Πεταλούδας* του Έντουαρντ Λόρεντζ (Edward Lorenz), που αποτελεί τη βάση της αδυναμίας πρόγνωσης και της σταθερότητας του καιρού, την *παγκόσμια σταθερά* του Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ (Mitchell Feigenbaum), που την εμπνεύστηκε καθώς στοχαζόταν πάνω στη φύση και την τέχνη, την ιδέα των *φράκταλ* του Μπενουά Μάντελμπροτ (Benoit Mandelbrot), που οδήγησε σε μια νέα γεωμετρία της φύσης.

Το *«Χάος»* είναι η ιστορία μιας επιστημονικής ανακάλυψης. Καταγράφει τις συγκρούσεις, τις συγκινήσεις, τις απογοητεύσεις της. Είναι η περιγραφή μιας επανάστασης — της γέννησης μιας νέας επιστήμης. Όταν θα το 'χετε διαβάσει, είναι βέβαιο πως δε θα ξανακοιτάξετε ποτέ πια τον κόσμο με τον ίδιο τρόπο.

James Gleick

ΧΑΟΣ

Μια νέα επιστήμη

κάτοπτρο

Τίτλος πρωτοτύπου: Chaos - Making a New Science
Πρώτη έκδοση: 1987 από Viking Penguin Inc.
Copyright ® James Gleick, 1987

Copyright ® για την ελληνική γλώσσα: Εκδόσεις Κάτοπτρο — Αλ. Μάμαλης και Σία Ο.Ε.
Πρώτη έκδοση: Φεβρουάριος 1990
ISBN 960-7023-10-2

Μετάφραση: Μανώλης Κωνσταντινίδης — μαθηματικός
Επιμέλεια μετάφρασης: Γρηγόρης Τρουφάκος — χημικός
και Αλέκος Μάμαλης — φυσικός
Επιστημονική επιμέλεια και εισαγωγή στην ελληνική έκδοση:
Τάσος Μπούντης — Καθηγητής Πανεπιστημίου Πατρών
Γλωσσική επιμέλεια: Πόπη Βουτσινά — φιλόλογος
Επιμέλεια έκδοσης: Αλέκος Μάμαλης και Γρηγόρης Τρουφάκος

Κεντρική διάθεση: Βιβλιοπωλείο Τροχαλία, Γριβαίων 5 (πάροδος Σκουφά 64), 10680 Αθήνα, τηλ. 3646426

Εξώφυλλο: Χρήστος Πικριδάς
Στοιχειοθεσία-σελιδοποίηση-Φιλμ-μοντάζ: ΑΝΑΓΡΑΜΜΑ Ε.Π.Ε.
Εκτύπωση: Όλβος
Εκτύπωση εξωφύλλου: Χρήστος Κιουρτσόγλου
Βιβλιοδεσία: Σπύρος Σγαρδέλης

Απαγορεύεται η ανατύπωση μέρους ή όλου του βιβλίου με οποιονδήποτε τρόπο χωρίς την έγγραφη άδεια των εκδοτών.

Στη Σύνθια

Ανθρώπινη η μουσική
της φύσης ο θόρυβος...
ΤΖΟΝ ΑΠΝΤΑΪΚ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ 13

ΠΡΟΛΟΓΟΣ 23

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΠΕΤΑΛΟΥΔΑΣ 33

Ο Έντουαρντ Λόρεντζ και το παιχνίδι του με τον καιρό. Ο υπολογιστής δεν λειτουργεί σωστά. Η μακροπρόθεσμη πρόγνωση καταδικάζεται. Τάξη μεταμφιεσμένη σε τυχαιότητα. Ένας κόσμος μη γραμμικότητας. «Δεν καταλάβαμε καθόλου το ζήτημα».

ΕΠΑΝΑΣΤΑΣΗ 61

Μια επανάσταση κάνει την εμφάνιση της. Ρολόγια εκκρεμή, μπάλες του Διαστήματος και κούνιες παιδικής χαράς. Η επινόηση του πέταλου. Ένα μυστήριο λύθηκε: η Μεγάλη Κόκκινη Κηλίδα του Δία.

ΤΑ ΠΑΝΩ ΚΑΙ ΤΑ ΚΑΤΩ ΤΗΣ ΖΩΗΣ 91

Δημιουργία μοντέλων για πληθυσμούς άγριων ζώων. Μη γραμμική επιστήμη, «η μελέτη των μη ελεφάντων». Διχαλοειδείς διακλαδώσεις και μια διαδρομή στο Σπρέε. Ένας κινηματογράφος για το χάος και μια μεσσιανική γοητεία.

ΜΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΗΣ 119

Μια ανακάλυψη για τις τιμές του μπαμπακιού. Ένας πρόσφυγας από τους Μπουρμπακί. Σφάλματα μεταφοράς και δαντελωτές ακτές.

Νέες διαστάσεις. Τα «τέρατα» της φράκταλ γεωμετρίας. Σεισμοί στη σχιζόσφαιρα. Από τα σύννεφα στα αιμοφόρα αγγεία. Οι σκουπιδοτενεκέδες της επιστήμης. «Το να βλέπεις τον κόσμο σ' έναν κόκκο άμμου».

ΠΑΡΑΞΕΝΟΙ ΕΛΚΥΣΤΕΣ 165

Ένα πρόβλημα για τον Θεό. Μεταβάσεις στο εργαστήριο. Περιστρεφόμενοι κύλινδροι και ένα σημείο καμπής. Η ιδέα του Νταβίντ Ρουέλ για το στροβιλισμό. Βρόχοι στο χώρο των φάσεων. Μιλφέιγ και αλλαντικά. Η απεικόνιση ενός αστρονόμου. «Πυροτεχνήματα ή γαλαξίες»;

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΤΗΤΑ 207

Νέο ξεκίνημα στο Λος Άλαμος. Η ομάδα επανακανονικοποίησης. Για το χρώμα. Η απαρχή των αριθμητικών πειραματισμών. Η ανακάλυψη του Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ. Μια παγκόσμια θεωρία. Διενέξεις. Συνάντηση στο Κόμο. Σύννεφα και πίνακες.

Ο ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΣΤΗΣ 247

Ήλιο μέσα σε Μικρό Κουτί. «Μη στερεός κυματισμός του στερεού». Ροή και μορφή στη φύση. Ο θρίαμβος του Αλμπέρ Λιμπσαμπέρ. Το πείραμα συναντά τη θεωρία. Από τη μία διάσταση στις πολλές.

ΕΙΚΟΝΕΣ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ 275

Το μιγαδικό επίπεδο. Έκπληξη στη μέθοδο του Νεύτωνα. Το σύνολο Μάντελμπροτ: βλαστοί και κληματίδες. Η τέχνη και το εμπόριο συναντούν την επιστήμη. Φράκταλ σύνορα κοιτίδων. Το παιχνίδι του χάους.

Η ΚΟΛΕΚΤΙΒΑ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ 309

Η Σάντα Κρουζ και η δεκαετία του εξήντα. Ο αναλογικός υπολογιστής. Ήταν αυτό επιστήμη; «Το μεγάλο όραμα». Μετρώντας την αδυναμία πρόβλεψης. Θεωρία πληροφοριών. Από τις μικροκλίμακες στις μακροκλίμακες. Η βρύση που στάζει. Οπτικοακουστικά μέσα. Το τέλος μιας εποχής.

ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΙ ΡΥΘΜΟΙ 347

Μια παρανόηση για τα μοντέλα. Το πολύπλοκο σώμα. Η δυναμική καρδιά. Ξαναρυθμίζοντας τα βιολογικά ρολόγια. Μοιραία αρρυθμία. Έμβρυα κοτόπουλων και αφύσικοι παλμοί. Το χάος ως υγεία.

ΤΟ ΧΑΟΣ ΚΑΙ ΠΕΡΑ ΑΠ' ΑΥΤΟ 379

Νέες πεποιθήσεις, νέοι ορισμοί. Ο Δεύτερος Νόμος, το αίνιγμα της χιονονιφάδας και τα «φτιαγμένα» ζάρια. Τύχη και αναγκαιότητα.

ΠΗΓΕΣ ΚΑΙ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 399

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ 425

Από τη θέση αυτή θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε όλους όσοι με την προσωπική και κοπιώδη εργασία τους βοήθησαν να αναδυθεί το βιβλίο από το χάος και να εκδοθεί. Ευχαριστούμε ιδιαίτερα τους κ. Χάρη Παναγάτο και Σπύρο Μπαφαλούκο για τις υποδείξεις τους στα ιατρικά θέματα και τους κ. Κώστα Χάρακα, Νίκο Κωνσταντόπουλο και Νίκο Μπαλή για την πολύτιμη συμπαράσταση τους σε διάφορες φάσεις της έκδοσης. Ιδιαίτερη μνεία θα πρέπει να κάνουμε στην κ. Πόπη Βουτσινά για την εξαιρετικά ευσυνείδητη και εξαντλητική εργασία της.

Οι εκδότες

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ

Ο αιώνας μας ευτύχησε να δει πολλά και εντυπωσιακά επιστημονικά άλματα. Σημαντικές πειραματικές και θεωρητικές ανακαλύψεις των θετικών επιστημών σημάδεψαν την πορεία της ανθρωπότητας και είχαν καταλυτική επίδραση στον τρόπο που ζούμε και σκεφτόμαστε σήμερα. Από την αποκάλυψη των μυστικών του ατόμου και της τεράστιας ενέργειας που κρύβεται στον πυρήνα του μέχρι την εξερεύνηση των ορίων του σύμπαντος, και από την εκπληκτική πρόοδο της ηλεκτρονικής τεχνολογίας μέχρι τις πρόσφατες επαναστατικές ανακαλύψεις της γενετικής βιολογίας, γεννήθηκαν εφαρμογές που άλλαξαν σημαντικά τις συνθήκες της ζωής και επηρέασαν καθοριστικά το χαρακτήρα και την ιδιοσυγκρασία του σύγχρονου ανθρώπου.

Όμως η πρόοδος της κβαντικής φυσικής στην εξερεύνηση αυτού του κόσμου του «μικρού» καθώς και η αντίστοιχη της γενικής θεωρίας της σχετικότητας στην κατανόηση του κόσμου του «μέγα» οδήγησαν στην ανάγκη μιας ενιαίας θεώρησης της φύσης που θα συνέδεε τους νόμους που διέπουν τα ηλεκτρόνια και τα πρωτόνια με εκείνους που κυβερνούν τα άστρα και τους γαλαξίες. Η προσπάθεια ενοποίησης των θεμελιωδών φυσικών δυνάμεων (που ήταν και το όνειρο του Αϊνστάιν) άρχισε πρόσφατα να καρποφορεί και να αποφέρει σημαντικά αποτελέσματα[1].

Παράλληλα μ' αυτή την ομολογουμένως εκπληκτική πρόοδο

1. Βλ. P.Davies και J.Brown, *«Υπερχορδές»* και St.Hawking, *«Το χρονικό του Χρόνου»,* εκδ. Κάτοπτρο.

της θεωρητικής φυσικής, ήρθαν στο φως και ορισμένα βασικά ερωτήματα φιλοσοφικού κυρίως περιεχομένου, τα οποία βρίσκονται ακόμα και σήμερα στο επίκεντρο του γενικού ενδιαφέροντος: Είναι γνωστή η πολυετής διαφωνία του Αϊνστάιν με τη σχολή της Κοπεγχάγης σχετικά με την πιθανοκρατική ή όχι θεώρηση της φύσης. Από την άλλη μεριά, η δυϊκή υπόσταση του φωτός, που άλλοτε συμπεριφέρεται σαν σωματίδιο και άλλοτε σαν κύμα, η ανακάλυψη της αντιύλης από τον Ντιράκ, το παράδοξο ορισμένων προβλέψεων της θεωρίας της σχετικότητας και η φαινομενική παραβίαση του νόμου της αιτιότητας γίνονταν και γίνονται καθημερινά αντικείμενο πολλών συζητήσεων σε όλο τον κόσμο[2].

Ένα από τα πιο επίμαχα και ενδιαφέροντα ερωτήματα που απασχόλησαν τους φυσικούς από τα μέσα κιόλας του περασμένου αιώνα ήταν η σύνδεση ανάμεσα στην *ντετερμινιστική* και στη *στατιστική* θεώρηση των φυσικών φαινομένων. Από τη μια μεριά ο Νεύτων, ο Λαπλάς και πολλοί άλλοι είχαν διατυπώσει συγκεκριμένους νόμους, σύμφωνα με τους οποίους, γνωρίζοντας με μια *ορισμένη ακρίβεια* τις θέσεις και τις ταχύτητες ενός αριθμού σωμάτων, θα μπορούσαμε να προβλέψουμε, *με παρόμοια ακρίβεια,* την κίνηση τους μέσα στο χρόνο, λύνοντας τις αντίστοιχες εξισώσεις της *κλασικής μηχανικής*.

Από την άλλη μεριά όμως, οι πατέρες της *στατιστικής μηχανικής,* όπως ο Γκιμπς, ο Μπόλτσμαν και άλλοι, είχαν εισαγάγει νόμους σύμφωνα με τους οποίους, όταν ο αριθμός των σωμάτων είναι πολύ μεγάλος, η κίνηση τους θα πρέπει να μελετηθεί στατιστικά ή πιθανοκρατικά. Το πιο σημαντικό όμως ήταν ότι ορισμένες θεμελιώδεις παραδοχές της στατιστικής μηχανικής βρίσκονταν σε πλήρη αντίφαση με τις αρχές της κλασικής μηχανικής, πράγμα που έφερε τον Μπόλτσμαν και τους υποστηρικτές του σε πολύ δύσκολη θέση, στα τέλη του 19ου αιώνα.

Μία από τις αντιφάσεις αυτές αφορούσε και τη λεγόμενη *εργοδική υπόθεση* του Μπόλτσμαν, σύμφωνα με την οποία ένα σύνολο ατόμων (ή μορίων) μπορεί να καταλάβει όλες τις δυνατές «καταστάσεις» (δηλαδή συνδυασμούς θέσεων και ταχυτήτων)

2. Βλ. P.Davies, *«Θεός και μοντέρνα Φυσική»,* εκδ. Κάτοπτρο.

που του επιτρέπει η ολική του ενέργεια. Από την άποψη της κλασικής μηχανικής όμως, ένα τέτοιο σύστημα πρέπει να διαθέτει γενικά ένα μεγάλο αριθμό σταθερών της κίνησης, οι οποίες περιορίζουν σημαντικά τις επιλογές των «καταστάσεων» που μπορεί να καταλάβει.

Το ηλιακό σύστημα, για παράδειγμα, είναι ένα σύνολο σωμάτων, το οποίο εδώ και μερικά δισεκατομμύρια χρόνια (ευτυχώς για μας!) αρνείται να ακολουθήσει την εργοδική υπόθεση του Μπόλτσμαν. Πολλά κρυσταλλικά μοριακά πλέγματα επίσης μεταφέρουν ενέργεια από το ένα άκρο τους στο άλλο με θαυμαστή κανονικότητα, εμφανίζοντας προβλέψιμη συμπεριφορά που έρχεται σε αντίθεση με την «αταξία» και την «τυχαιότητα» που απαιτούν οι νόμοι της στατιστικής μηχανικής.

Από την άλλη μεριά πάλι, η ορθότητα των προβλέψεων του Μπόλτσμαν επιβεβαιώνεται πειραματικά από τη θερμοδυναμική συμπεριφορά πολλών συστημάτων: Αν εκλυθεί μια ποσότητα αερίου σε ένα κλειστό δωμάτιο, είναι γνωστό ότι το αέριο θα διαχυθεί και θα καταλάβει ομοιόμορφα όλο το δωμάτιο, ανεξάρτητα από το σημείο (και τον τρόπο) που το εμφυσήσαμε. Αν λίγες σταγόνες γάλα ανακατευτούν σε μια ποσότητα καφέ, θα «απλωθούν» σε όλο τον καφέ με την ίδια ομοιογένεια, ανεξάρτητα από τον αρχικό τρόπο που αναμείχθηκαν. Να λοιπόν που υπάρχουν συστήματα που φαίνεται να «ξεχνούν» τις αρχικές τους συνθήκες και να μη γυρίζουν ποτέ πια κοντά σ' αυτές, κάτι που έρχεται σε σαφή αντίθεση με τις αρχές της κλασικής μηχανικής, τουλάχιστον όσον αφορά «κλειστά» συστήματα χωρίς απώλειες ενέργειας, σαν αυτά που εξέταζε ο Μπόλτσμαν.

Τι συμβαίνει λοιπόν; Πώς μπορούν να συμβιβαστούν και να συνυπάρξουν αυτές οι δυο θεωρήσεις της φύσης; Πού τελειώνει ο ντετερμινισμός και πού αρχίζουν οι «τυχαίες» ή οι στατιστικές ιδιότητες των φυσικών φαινομένων;

Την απάντηση στα ερωτήματα αυτά ήρθε να δώσει μια νέα επιστήμη, η *μη γραμμική δυναμική και το χάος,* που θεμελιώθηκε, αναπτύχθηκε και καθιερώθηκε μέσα στην τελευταία εικοσαετία, ως μια επαναστατική εξέλιξη στην πρόοδο όλων γενικά των θετικών επιστημών. Στο βιβλίο που κρατάτε στα χέρια σας, ο δημοσιογράφος των New *York Times* Τζέιμς Γκλέικ (James Gleick) επιχειρεί μια ιστορική αναδρομή στη γέννηση, ωρίμαν-

ση και διάδοση των εντυπωσιακών ιδεών του *Χάους,* περιγράφοντας με απλά λόγια και πολλά παραδείγματα το περιεχόμενο και τη σημασία τους.

Μια απο τις πιο ενδιαφέρουσες διαπιστώσεις της νέας αυτής επιστήμης ήταν η ύπαρξη «τυχαίας», «απρόβλεπτης» ή, όπως λέμε καλύτερα, *χαοτικής* συμπεριφοράς σε *μικρά* συστήματα δύο ή τριών σωμάτων. Δε χρειάζεται δηλαδή απαραίτητα να έχει κανείς τρισεκατομμύρια άτομα (ή μόρια) για να παρατηρήσει κινήσεις που μπορούν να μελετηθούν *στατιστικά* με μεθόδους παρόμοιες με αυτές που εισήγαγε ο Μπόλτσμαν. Χάος μπορεί να εμφανιστεί και στην κίνηση ενός μόνον ατόμου (ή μορίου), αρκεί αυτό να ικανοποιεί τις εξής βασικές προϋποθέσεις: να περιγράφεται το λιγότερο από *τρεις* μεταβλητές που να είναι συζευγμένες μεταξύ τους με *μη γραμμικές* δυνάμεις μιας γενικής μορφής. Στην περίπτωση μάλιστα που οι δυνάμεις αυτές είναι τόσο μη γραμμικές, ώστε να δρουν *ακαριαία* (όπως οι κρούσεις μιας σφαίρας με μια συμπαγή επιφάνεια), το χάος ή η «απρόβλεπτη» συμπεριφορά στην κίνηση ενός σώματος είναι κάτι πολύ γνώριμο που το παρατηρούμε καθημερινά: Όσοι έχουν παίξει ζάρια ή ρουλέτα ξέρουν καλά ότι αρκεί μια ελάχιστη διαφοροποίηση στον τρόπο της ρίψης του ζαριού ή της μπίλιας για να επιτευχθεί ένα εντελώς διαφορετικό αποτέλεσμα.

Έτσι λοιπόν, οδηγούμαστε στη διατύπωση ενός γενικού ορισμού που θα βοηθήσει στην καλύτερη κατανόηση του βιβλίου του Γκλέικ: *Χάος είναι η εξαιρετικά ευαίσθητη εξάρτηση της κίνησης από τις αρχικές συνθήκες.* Χαοτικές περιοχές κίνησης είναι εκείνες στις οποίες δύο τροχιές, που αρχικά βρίσκονται πολύ κοντά, απομακρύνονται «εκθετικά» (πολύ γρήγορα) η μια από την άλλη και σύντομα βρίσκονται σε εντελώς διαφορετικά σημεία του χώρου. Στις περιοχές αυτές, μικρές αλλαγές στα «αίτια» οδηγούν σε μεγάλες αλλαγές στα «αποτελέσματα» και οι ντετερμινιστικές αντιλήψεις του Νεύτωνα και του Λαπλάς για τη δυναμική παύουν να ισχύουν.

Όπως ξέρουμε, οι πραγματικοί αριθμοί διαιρούνται σε δύο κατηγορίες: τους *ρητούς,* οι οποίοι περιγράφονται από ένα κλάσμα δύο ακεραίων, και τους *άρρητους,* για την περιγραφή των οποίων χρειάζεται ένα άπειρο πλήθος μη επαναλαμβανόμενων δεκαδικών ψηφίων. Επειδή μάλιστα οι πραγματικοί αριθμοί στη

συντριπτική τους πλειοψηφία είναι άρρητοι, είναι πολύ πιθανότερο οι αρχικές συνθήκες (θέσεις, ταχύτητες κτλ.) ενός συστήματος να μας δίνονται με τη μορφή άρρητων αριθμών. Γενικά λοιπόν, οι αρχικές αυτές συνθήκες μας είναι γνωστές μόνο *προσεγγιστικά,* αφού είναι αδύνατον να γνωρίζουμε πάντα το άπειρο πλήθος των δεκαδικών ψηφίων.

Από τα παραπάνω μπορούμε να καταλάβουμε γιατί, μέσα στις χαοτικές περιοχές, ακόμα και ο πιο σύγχρονος ηλεκτρονικός υπολογιστής είναι καταδικασμένος μετά από λίγο χρόνο να αποτύχει οικτρά στην ακριβή παρακολούθηση της κίνησης: Η αναγκαστική προσέγγιση, για την οποία μιλήσαμε πιο πάνω, θα τον υποχρεώσει να παρακολουθήσει μια γειτονική τροχιά, η οποία, αφού θα αποκλίνει εκθετικά από τη ζητούμενη, μετά από λίγο χρόνο, θα οδηγήσει μοιραία σε εντελώς λανθασμένους υπολογισμούς.

Με δυο λόγια λοιπόν συμπεραίνουμε ότι η ανθρώπινη αδυναμία μας να γνωρίζουμε τα άπειρα ψηφία των πανταχού παρόντων άρρητων αριθμών είναι υπεύθυνη για την απώλεια της προβλεψιμότητας και την κατάρρευση του ντετερμινισμού, μέσα στις χαοτικές περιοχές κίνησης ενός δυναμικού συστήματος.

Μένει βέβαια το ερώτημα πόσο συχνά εμφανίζονται και πόσο μεγάλες είναι αυτές οι χαοτικές περιοχές, ώστε να προσδιορίσουμε τουλάχιστον την πιθανότητα να βρεθούμε μέσα σε μία από αυτές. Η απάντηση, που δίνεται γλαφυρά και με πολλά παραδείγματα στις σελίδες του βιβλίου του Γκλέικ, είναι μάλλον αποκαρδιωτική: Το χάος ελλοχεύει παντού, στη συντριπτική πλειοψηφία των δυναμικών συστημάτων και καταλαμβάνει περιοχές που γενικά μεγαλώνουν δραματικά, καθώς αυξάνεται η ενέργεια ή η «ένταση» των μη γραμμικών αλληλεπιδράσεων του συστήματος.

Όμως χαοτική συμπεριφορά και έλλειψη προβλεψιμότητας παρατηρείται και πάνω στο «σύνορο» ανάμεσα σε δύο (ή περισσότερες) καταστάσεις κανονικής συμπεριφοράς: Ποιος γνωρίζει ακριβώς τις συνθήκες για τις οποίες μια ομάδα από σύννεφα θα διαλυθεί ή θα οδηγήσει σε βροχή; Πόσες φορές δεν παρακολουθήσαμε με αγωνία το φυτό της βεράντας μας να ταλαντεύεται ανάμεσα στο άνθισμα και το μαρασμό, μην ξέροντας τι να κάνουμε για να το βοηθήσουμε να επιζήσει;

Μερικά από τα πιο απλά μοντέλα που θα συναντήσει ο αναγνώστης στις όμορφες φωτογραφίες του βιβλίου αυτού περιέχουν παρόμοια «σύνορα» άπειρης πολυπλοκότητας ανάμεσα σε καταστάσεις ισορροπίας, που ζωγραφίζονται με διαφορετικά χρώματα. Μάλιστα, τα πολύπλοκα αυτά «σύνορα» χαρακτηρίζονται και από άλλη μία πολύ σημαντική ιδιότητα που συναντάμε συχνά στη χαοτική δυναμική: έχουν κλασματική (δηλαδή όχι ακέραια) διάσταση και εμφανίζουν επ' άπειρον «δομή» μέσα σε «δομή», σε όλο και μικρότερες κλίμακες.

Με δυο λόγια, αυτό σημαίνει ότι ένα χαοτικό φαινόμενο, όπως η τυρβώδης κίνηση («βρασμός») ενός θερμαινόμενου υγρού, μπορεί να είναι το αποτέλεσμα «οργάνωσης» της δυναμικής πάνω σε περίπλοκες περιοχές με συγκεκριμένη δομή σε όλες τις κλίμακες. Είναι μάλιστα ιδιαίτερα σημαντικό ότι η δομή αυτή εμφανίζει τη χαρακτηριστική ιδιότητα της *αυτο-ομοιότητας* κάτω από συνεχείς μεγεθύνσεις/Ετσι, είναι δυνατόν, με διάφορες μαθηματικές τεχνικές, όπως τη μέθοδο της *επανακανονικοποίησης,* να μελετήσουμε διεξοδικά τις περιοχές αυτές και να αποκαταστήσουμε με αυτό τον τρόπο κάποια «τάξη» μέσα στο χάος.

Αν το καλοσκεφτούμε άλλωστε, θα διαπιστώσουμε ότι αντικείμενα κλασματικής διάστασης — φράκταλ — είναι μέρος της καθημερινής μας εμπειρίας και δε θα έπρεπε να μας φαίνονται καθόλου παράξενα: οι πολυσχιδείς ακτές μιας παραλίας, τα κρυσταλλικά σχήματα του πάγου πάνω σε ένα κρύο τζάμι,οι εκφύσεις κλάδων κατά την ανάπτυξη ενός δένδρου ή, ακόμα, οι διακλαδώσεις των αναπνευστικών και των αιμοφόρων αγγείων στο σώμα μας.

Από το πέταγμα του χελιδονιού μέχρι την κίνηση Μπράουν των μορίων ενός αερίου σε μια γυάλα, από τους κυματισμούς στην επιφάνεια μιας λίμνης μέχρι το περίπλοκο φωτεινό αποτύπωμα ενός κεραυνού στον ουρανό, είναι φανερό ότι η γεωμετρία των φυσικών φαινομένων κάθε άλλο παρά ευκλείδεια είναι. Είναι καιρός να αντιληφθούμε ότι οι ευθείες γραμμές, τα τετράγωνα και τα παραλληλεπίπεδα των κτιρίων και των χώρων μέσα στους οποίους ζούμε δεν μαρτυρούν παρά μόνο τη δική μας ατέλεια και έλλειψη φαντασίας. Δεν είναι βέβαια τυχαίο ότι τώρα ανακαλύπτουμε πως δε μας προκαλούν την αίσθηση του ωραίου, όπως μας την προκαλεί η θέα του έναστρου ουρανού, το πλούσιο φύλ-

λωμα ενός δέντρου, η τρικυμισμένη θάλασσα ή ένας πίνακας του Βαν Γκογκ...

Το βιβλίο του Γκλέικ είναι πραγματικά αποκαλυπτικό. Γραμμένο με όλο τον ενθουσιασμό και την έμπνευση ενός νεοφώτιστου στα μυστικά του *Χάους,* μας παρασέρνει με τη γλαφυρότητα του λόγου του και τη ζωντάνια των περιγραφών του. Σαν ένα μικρό παιδί που ανακάλυψε σε μια σπηλιά τη μαγική σφαίρα μέσα από την οποία του φανερώθηκε το νόημα του κόσμου, μας παίρνει από το χέρι για να μας δείξει την εκπληκτική του ανακάλυψη και να μας εξηγήσει τη σημασία της.

Σαν ιστορικός της επιστήμης ο Γκλέικ ανταποκρίνεται επάξια στις απαιτήσεις αυτής της «επικίνδυνης υπόθεσης», όπως την είχε ονομάσει ο Γκαίτε. Για κάποιον μη επιστήμονα που πρόσφατα μυήθηκε στην πληθώρα των θεμάτων για τα οποία γράφει, είναι πραγματικά εντυπωσιακή η σαφήνεια και η ορθότητα των αναφορών του σε επιστημονικά ζητήματα, μέχρι και την τελευταία τεχνική τους λεπτομέρεια. Είναι φανερό ότι πρόκειται για ένα σοβαρό και υπεύθυνο συγγραφέα που διερεύνησε εκτενώς το αντικείμενο του βιβλίου του και εκμεταλλεύτηκε σωστά τις πολυάριθμες πηγές του.

Στα πρώτα πέντε κεφάλαια του βιβλίου (δηλαδή μέχρι και τους Παράξενους Ελκυστές) ο Γκλέικ είναι περισσότερο περιγραφικός και «λογοτεχνικός» στην εξιστόρηση των σημαντικών εξελίξεων της νέας αυτής επιστήμης. Με πλήθος σχήματα, εικόνες και παραδείγματα από την καθημερινή ζωή, μας εισάγει στις βασικές έννοιες του *Χάους* και μας μεταδίδει τη συγκίνηση της ανακάλυψης και τη «μυρωδιά της μπαρούτης» από το μέτωπο των μαθηματικών, της φυσικής και της βιολογίας, όπου οι πρώτοι «σκαπανείς» αγωνίζονταν να πείσουν τους συναδέλφους τους για τη σημασία των αποτελεσμάτων τους και την αξία των ιδεών τους.

Από το κεφάλαιο της *Παγκοσμιότητας* και μετά, ο Γκλέικ γίνεται προοδευτικά πιο «τεχνικός» και απαιτητικός προς τον αναγνώστη. Η περιγραφή του είναι πιο προσγειωμένη και αναλυτική, χωρίς όμως να γίνεται και στεγνή ή δυσνόητη για τους μη ειδικούς. Άλλωστε, οι αναφορές του στη χρησιμότητα του *Χάους* για την κατανόηση ενός πλήθους προβλημάτων ζωτικής σημασίας κρατούν αμείωτο το ενδιαφέρον μέχρι τις τελευταίες σε-

λίδες: Από την καρδιακή αρρυθμία και την όραση των σχιζοφρενών, μέχρι τη διάδοση επιδημικών ασθενειών, και από τη συμπεριφορά απλών οικολογικών συστημάτων μέχρι τις αλλαγές των κλιματολογικών συνθηκών της Γης, οι δυνατότητες εφαρμογών της νέας επιστήμης παρουσιάζονται κυριολεκτικά απεριόριστες.

Πρέπει όμως να σημειώσουμε ότι το *Χάος* δεν έχει ακόμα ανταποκριθεί πλήρως σε μια από τις βασικότερες απαιτήσεις της επωνυμίας «επιστήμη»: στη δυνατότητα πρόγνωσης νέων καταστάσεων και πρόβλεψης φαινομένων που δεν έχουν ακόμα παρατηρηθεί. Και στο σημείο αυτό διαφέρει— ως τώρα τουλάχιστον— από τις άλλες επαναστατικές ανακαλύψεις του αιώνα μας, όπως η σχετικότητα και η κβαντική μηχανική.

Μπορούμε ίσως να πούμε ότι η μεγαλύτερη προσφορά του *Χάους* μέχρι σήμερα έγκειται στο ότι άλλαξε — και αλλάζει— τον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζουμε πολλά από τα φυσικά φαινόμενα που παρατηρούμε γύρω μας. Η εξειδικευμένη και τμηματική ανάλυση των λεπτομερειών ενός προβλήματος αρχίζει να παραχωρεί τη θέση της σε μια πιο συνολική, πιο «ολιστική» θεώρηση του παρατηρούμενου αντικειμένου. Είναι απαραίτητο η φορμαλιστική μαθηματική μεθοδολογία να εμπλουτιστεί με την *εποπτεία* και τη *γεωμετρική διερεύνηση* της εικόνας με την οποία ένας υπολογιστής αποδίδει ζωντανά τη δαιδαλώδη δομή και την περίπλοκη συμπεριφορά ενός χαοτικού φαινομένου.

Το απόλυτο μέγεθος των αντικειμένων ή η συγκεκριμένη χρονική διάρκεια της κίνησης τους δεν είναι αυτά που θα έπρεπε να μας ενδιαφέρουν. Η κεντρική ουσία της δομής και της δυναμικής πολλών αντικειμένων είναι ανεξάρτητη από την κλίμακα κάτω από την οποία τα παρατηρούμε. Η αποδέσμευση μας από το ειδικό και τη λεπτομέρεια μας καθιστά ικανούς να διακρίνουμε την *παγκοσμιότητα των κοινών νόμων* που διέπουν ένα μεγάλο πλήθος φαινομενικά διαφορετικών φυσικών συστημάτων.

Η μη γραμμική δυναμική και το *Χάος* βρίσκονται στο σταυροδρόμι πολλών—ίσως και όλων!— των γνωστών επιστημών. Μας βοηθούν να μελετήσουμε τη φύση κάτω από ένα ενιαίο πρίσμα και να ερμηνεύσουμε πολλά φαινόμενα που μέχρι σήμερα θεωρούσαμε ακατανόητα, ανεξήγητα ή απλώς παράξενα. Αλλά, πέρα ακόμα και από την αναγνώριση της αξίας του *Χάους* ως

νέας επιστήμης, ο αναγνώστης, κλείνοντας το βιβλίο, θα πρέπει τουλάχιστον να παραδεχτεί ότι η εισαγωγή αυτή του Γκλέικ ερέθισε τη σκέψη του και το αισθητικό του κριτήριο και τον έκανε να εκτιμήσει, με έναν τρόπο που ίσως ποτέ δεν είχε φανταστεί, τον ανεξάντλητο πλούτο και την ομορφιά της φύσης μέσα στην οποία ζούμε.

Τάσος Μπούντης
Πάτρα, Οκτώβριος 1989

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

ΚΑΠΟΥ ΜΕΣΑ ΣΤΟ 1974, η αστυνομία της μικρής πόλης του Λος Άλαμος, στο Νέο Μεξικό, ανησυχούσε για έναν άνθρωπο που κάθε νύχτα περιπλανιόταν στο σκοτάδι, κουνώντας την κόκκινη κάφτρα του τσιγάρου του στους απόμερους δρόμους της πόλης. Περπατούσε ώρες ολόκληρες, χωρίς να πηγαίνει πουθενά συγκεκριμένα, κάτω από το φως των αστεριών που φτάνει στη γη μέσα από το λεπτό αέρα των λόφων. Η αστυνομία δεν ήταν η μόνη που απορούσε. Στο Εθνικό Εργαστήριο μερικοί φυσικοί είχαν μάθει πως ο νέος συνάδελφος τους πειραματιζόταν με εικοσιεξάωρες μέρες, πράγμα που σήμαινε πως ξυπνούσε πότε πιο νωρίς και πότε πιο αργά απ' αυτούς. Αυτό άγγιζε τα όρια του περίεργου, ακόμα και για το Θεωρητικό Τμήμα.

Τις τρεις δεκαετίες από τότε που ο Τζ. Ρόμπερτ Οππενχάιμερ (J. Robert Oppenheimer) διάλεξε αυτή την απόκοσμη περιοχή του Νέου Μεξικού για το πρόγραμμα της ατομικής βόμβας, το Εθνικό Εργαστήριο του Λος Άλαμος είχε απλωθεί σ' ένα έρημο οροπέδιο, εγκαθιστώντας επιταχυντές σωματιδίων, λέιζερ αερίου και χημικά εργοστάσια, χιλιάδες επιστήμονες και διοικητικούς και τεχνικούς, όπως επίσης και μια από τις μεγαλύτερες εγκαταστάσεις υπερυπολογιστών του κόσμου. Μερικοί από τους πιο παλιούς επιστήμονες θυμόνταν τα ξύλινα κτίρια που ανεγέρθηκαν βιαστικά και πρόβαλαν πάνω από τις κορφές των λόφων τη δεκαετία του 1940, αλλά για τυυς περισσότερους από το προσωπικό του Λος Άλαμος, νέους άντρες και γυναίκες με κοτλέ παντελόνια κολεγιακού στυλ και μπλουζάκια εργασίας, οι πρώτοι κατασκευαστές της βόμβας ήταν απλώς φαντάσματα. Ο χώρος

καθαρής σκέψης του εργαστηρίου ήταν το Θεωρητικό Τμήμα (Theoretical Division), γνωστό ως τμήμα Τ, όπως το τμήμα των υπολογιστών ήταν γνωστό ως τμήμα C (Computing) και το τμήμα των όπλων γνωστό ως τμήμα Χ. Πάνω από εκατό φυσικοί και μαθηματικοί εργάζονταν στο τμήμα Τ, πληρώνονταν καλά και δεν είχαν τις ακαδημαϊκές υποχρεώσεις να διδάσκουν ή να δημοσιεύουν εργασίες. Αυτοί οι επιστήμονες ήξεραν από ευφυΐα και εκκεντρικότητα. Δύσκολα ξαφνιάζονταν.

Αλλά ο Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ (Mitchell Feigenbaum) ήταν μια ασυνήθιστη περίπτωση. Είχε δημοσιεύσει ένα μόνο άρθρο με το όνομα του και δεν εργαζόταν σε κάποιο αντικείμενο με φανερό και συγκεκριμένο στόχο. Τα μαλλιά του ήταν μια ατημέλητη χαίτη που έπεφταν πίσω, αφήνοντας ελεύθερο το πλατύ του μέτωπο, στο στυλ των γερμανών συνθετών. Τα μάτια του ξάφνιαζαν και ήταν γεμάτα πάθος. Όταν μιλούσε, πάντα γρήγορα, είχε την τάση να τρώει άρθρα και αντωνυμίες κατά το παλιότερο ευρωπαϊκό ιδίωμα, αν Kat καταγόταν από το Μπρούκλιν. Όταν εργαζόταν, εργαζόταν επίμονα. Όταν δεν μπορούσε να εργαστεί περπατούσε και σκεφτόταν, μέρα ή νύχτα, και η νύχτα του άρεσε περισσότερο. Η εικοσιτετράωρη μέρα του φαινόταν πολύ περιορισμένη. Παρ' όλα αυτά, το πείραμα που έκανε με την προσωπική του ημιπεριοδικότητα τελείωσε όταν αποφάσισε πως δεν άντεχε πια να ξυπνά με τη δύση του ήλιου, όπως συνέβαινε κάθε λίγες μέρες.

Στα είκοσι εννέα του χρόνια ήταν ήδη ένας διακεκριμένος επιστήμονας ανάμεσα στους πιο διακεκριμένους επιστήμονες, ένας ειδήμων που οι επιστήμονες πήγαιναν να δουν για κάθε δύσκολο πρόβλημα, όταν μπορούσαν να τον βρουν. Ένα βράδυ έφτασε στη δουλειά την ώρα ακριβώς που ο διευθυντής του εργαστηρίου, ο Χάρολντ Άγκνιου (Harold Agnew) έφευγε. Ο Άγκνιου ήταν μια έντονη φυσιογνωμία, ένας από τους πρώτους μαθητές του Οππενχάιμερ. Είχε πετάξει πάνω από τη Χιροσίμα με ένα αεροπλάνο γεμάτο όργανα που συνόδευε το Ίνολα Γκέυ (Enola Gay), φωτογραφίζοντας την παράδοση του πρώτου προϊόντος του εργαστηρίου.

«Καταλαβαίνω πως είσαι πραγματικά έξυπνος» είπε ο Άγκνιου στον Φαϊγκενμπάουμ. «Αν είσαι τόσο έξυπνος, γιατί δε λύνεις το πρόβλημα της σύντηξης με ακτίνες λέιζερ;»

Ακόμα και οι φίλοι του Φαϊγκενμπάουμ αναρωτιόνταν αν θα έβγαζε ποτέ μια δική του εργασία. Ενώ ήταν πρόθυμος να κάνει αυτοσχέδια μάγια με τις ερωτήσεις τους, όταν επρόκειτο για τη δική του έρευνα δε φαινόταν να ενδιαφέρεται να αφοσιωθεί σε οποιοδήποτε πρόβλημα όπου θα μπορούσε να έχει επιτυχία. Σκεφτόταν το στροβιλισμό* των υγρών και των αερίων. Σκεφτόταν το χρόνο που κυλούσε ομαλά ή με διακριτά βήματα, σαν ακολουθία κοσμικών κινηματογραφικών εικόνων. Σκεφτόταν τη δυνατότητα του ματιού να βλέπει συγκεκριμένα χρώματα και σχήματα σε έναν κόσμο που οι φυσικοί τον ήξεραν σαν ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο κβαντικό καλειδοσκόπιο. Σκεφτόταν τα σύννεφα που παρατηρούσε από παράθυρα αεροπλάνων (ως το 1975, που του στέρησαν επίσημα τα ειδικά προνόμια για επιστημονικά ταξίδια, λόγω της υπερβολικής χρήσης που έκανε) ή από τα δρομάκια πάνω από το εργαστήριο όταν έκανε βόλτα.

Στις ορεινές μικρές πόλεις της αμερικάνικης Δύσης, τα σύννεφα δεν μοιάζουν σχεδόν καθόλου με την καπνισμένη, χαμηλή καταχνιά που γεμίζει τον αέρα της Ανατολής. Στο Λος Άλαμος, στην προστατευμένη πλευρά μιας μεγάλης ηφαιστειογενούς περιοχής, τα σύννεφα κινούνται στον ουρανό σε σχηματισμούς τυχαίους, αλλά ταυτόχρονα και όχι τυχαίους, φτιάχνοντας ομοιόμορφες ράβδους ή κυκλικά σχήματα με τακτικές ραβδώσεις σαν την ύλη του εγκεφάλου. Κάποιο απόγευμα με θύελλα, όταν ο ουρανός αστράφτει και δονείται από τις αστραπές, τα σύννεφα διακρίνονται από τριάντα μίλια μακριά, φιλτράρουν και αντανακλούν το φως, ώσπου ολόκληρος ο ουρανός αρχίζει να μοιάζει με ένα φαντασμαγορικό θέαμα που προκαλεί τους φυσικούς να το εξηγήσουν. Τα σύννεφα παρίσταναν μια πλευρά της φύσης που οι περισσότεροι φυσικοί την είχαν αγνοήσει, μια πλευρά που ήταν ταυτόχρονα ασαφής και λεπτομερειακή, δομημένη και απρόβλεπτη. Ο Φαϊγκενμπάουμ σκεφτόταν όλα αυτά τα πράγματα ήρεμα και καθόλου παραγωγικά.

Για έναν φυσικό, η δημιουργία σύντηξης με λέιζερ ήταν ένα θεμιτό πρόβλημα. Η απάντηση σε ερωτήματα σχετικά με την

* Στην ελληνική βιβλιογραφία η λέξη turbulence συναντάται ως στροβιλισμός ή τύρβη ή δίνη. Επίσης το επίθετο turbulent συναντάται ως στροβιλώδης ή τυρβώδης. Στο βιβλίο χρησιμοποιούμε κυρίως το πρώτο. (Σ.τ.μ.).

περιστροφή, το «χρώμα» και τη «γεύση» μικρών σωματιδίων ήταν επίσης ένα θεμιτό πρόβλημα. Η χρονολόγηση του σύμπαντος ήταν και αυτό ένα πρόβλημα φυσικής. Η κατανόηση των σύννεφων όμως ήταν ένα πρόβλημα για μετεωρολόγους. Όπως και άλλοι φυσικοί, ο Φαϊγκενμπάουμ χρησιμοποιούσε ένα υποβαθμισμένο, σκληρό λεξιλόγιο για να χαρακτηρίζει αυτά τα προβλήματα. *Αυτό είναι προφανές,* έλεγε, εννοώντας ότι το αποτέλεσμα μπορούσε να κατανοηθεί από κάθε ικανό φυσικό, μετά από κατάλληλους συλλογισμούς και μαθηματικές πράξεις. *Μη προφανείς* χαρακτήριζε τις εργασίες που ενέπνεαν σεβασμό και βραβεία Νόμπελ. Για τα πιο δύσκολα προβλήματα, τα προβλήματα που δεν έδειχναν το δρόμο της λύσης τους χωρίς μακρόχρονες μελέτες μέσα στα ενδότερα του Σύμπαντος, οι φυσικοί χρησιμοποιούσαν λέξεις όπως *βαθύς*. Το 1974, αν και λίγοι από τους συναδέλφους του το ήξεραν, ο Φαϊγκενμπάουμ εργαζόταν πάνω σε ένα πρόβλημα που ήταν βαθύ: το χάος.

ΕΚΕΙ ΠΟΥ ΑΡΧΙΖΕΙ το χάος, σταματούν οι κλασικές επιστήμες. Γιατί, όσον καιρό ο κόσμος είχε φυσικούς που ερευνούσαν τους νόμους της φύσης, έπασχε από μια σημαντική άγνοια σχετικά με την αταξία στην ατμόσφαιρα, στη στροβιλώδη θάλασσα, στις αυξομειώσεις των πληθυσμών που ζούσαν σε άγρια κατάσταση, στις ταλαντώσεις της καρδιάς και του εγκεφάλου. Η μη κανονική πλευρά της φύσης, η ασυνεχής και ασταθής πλευρά — αυτές έχουν γίνει γρίφοι για την επιστήμη ή, ακόμα χειρότερα, τερατωδίες.

Κατά τη δεκαετία του 1970 όμως, μερικοί επιστήμονες στις ΗΠΑ και στην Ευρώπη άρχισαν να προσεγγίζουν την έννοια της αταξίας. Ήταν μαθηματικοί, φυσικοί, βιολόγοι, χημικοί και όλοι αναζητούσαν συνδέσεις ανάμεσα σε διαφορετικά είδη μη κανονικότητας. Οι φυσιολόγοι βρήκαν μια εκπληκτική τάξη στο χάος που αναπτύσσεται στην ανθρώπινη καρδιά, την κύρια αιτία του απρόσμενου, ανεξήγητου θανάτου. Οι οικολόγοι εξερεύνησαν την εμφάνιση και την εξαφάνιση νομαδικών πληθυσμών εντόμων. Οι οικονομολόγοι ξέθαψαν παλιά στοιχεία τιμών κάποιων προϊόντων και αποπειράθηκαν ένα νέο είδος ανάλυσης. Η βαθύτερη κατανόηση που επήλθε επανέφερε τους ερευνητές στους κόλπους της φύσης — στα σχήματα που έχουν τα σύννε-

φα, στις διαδρομές που ακολουθούν οι αστραπές, στη λεπτή συνύφανση, των αιμοφόρων αγγείων, στην ομαδοποίηση των άστρων σε γαλαξίες.

Όταν ο Φαϊγκενμπάουμ άρχισε να σκέφτεται πάνω στο χάος στο Λος Άλαμος, ήταν ένας από μια χούφτα σκόρπιους επιστήμονες, άγνωστους ως επί το πλείστον μεταξύ τους. Ένας μαθηματικός στο Μπέρκλεϋ της Καλιφόρνιας είχε φτιάξει μια μικρή ομάδα με στόχο να δημιουργήσει μια νέα μελέτη «δυναμικών συστημάτων». Ένας επιστήμονας που ασχολούνταν με τη βιολογία των πληθυσμών στο Πανεπιστήμιο του Πρίνστον ετοιμαζόταν να δημοσιεύσει μια θερμή έκκληση προς όλους τους επιστήμονες, να παρατηρήσουν την εκπληκτικά πολύπλοκη συμπεριφορά που κρύβεται σε μερικά απλά μοντέλα. Ένας γεωμέτρης που εργαζόταν στην IBM αναζητούσε μια νέα λέξη για να περιγράψει μια οικογένεια σχημάτων — δαντελωτή, κουβαριαστή, σχισμένη, στριμμένη, σπασμένη — την οποία θεωρούσε αρχή οργάνωσης της φύσης. Ένας γάλλος επιστήμονας της μαθηματικής φυσικής μόλις είχε κάνει την προκλητική δήλωση ότι ο στροβιλισμός στα ρευστά θα πρέπει να έχει κάποια σχέση με μια αλλόκοτη και απεριόριστα μπερδεμένη αφηρημένη έννοια που αυτός την ονόμαζε παράξενο ελκυστή (strange attractor).

Μια δεκαετία αργότερα, το χάος έγινε το συντομευμένο όνομα ενός ταχύτατα αναπτυσσόμενου κινήματος που αναμορφώνει τη σύγχρονη επιστημονική πραγματικότητα. Τα συνέδρια και τα περιοδικά που αναφέρονται στο χάος αφθονούν. Οι διαχειριστές των κυβερνητικών προγραμμάτων που είναι υπεύθυνοι για τα χρήματα που χορηγούνται στη στρατιωτική έρευνα, η CIA και το Υπουργείο Ενέργειας διαθέτουν όλο και μεγαλύτερα ποσά για την έρευνα του χάους και έχουν δημιουργήσει ειδικές υπηρεσίες για τη διαχείριση των κονδυλίων. Σε κάθε σημαντικό πανεπιστήμιο και σε κάθε κέντρο έρευνας, μερικοί θεωρητικοί έρχονται σε επαφή πρώτα με το χάος και μετά με τις ειδικότητες τους. Στο Λος Άλαμος ιδρύθηκε ένα Κέντρο Μη γραμμικών Μελετών, για να συντονίζει τις εργασίες πάνω στο χάος και τα άλλα σχετικά προβλήματα. Παρόμοια ιδρύματα έχουν εμφανιστεί σε πανεπιστημιουπόλεις σε όλη τη χώρα.

Το χάος έχει δημιουργήσει ειδικές τεχνικές στη χρήση των υπολογιστών και ειδικά είδη εικόνων γραφικών, εικόνων που

δείχνουν μια υπέροχη και λεπτή δομή κάτω από την πολυπλοκότητα. Η νέα επιστήμη έχει δημιουργήσει τη δική της γλώσσα, ένα κομψό λεξιλόγιο με λέξεις όπως *φράκταλ* (fractals) και *διακλαδώσεις* (bifurcations), *διαλείψεις* (intermittencies) και *περιοδικότητες* (periodicities), *διαφορομορφισμούς αναδιπλωμένης πετσέτας* (folded-towel diffeomorphisms) και *απεικονίσεις επιπέδων λαζανιών* (smooth noodlemaps). Αυτά είναι τα νέα στοιχεία της κίνησης, όπως στην παραδοσιακή φυσική τα κουάρκ και τα γλοιόνια είναι τα νέα στοιχεία της ύλης. Για μερικούς φυσικούς, το χάος είναι μια επιστήμη μάλλον της εξέλιξης παρά της διαμορφωμένης κατάστασης, δηλαδή μάλλον του γίγνεσθαι παρά του είναι.

Τώρα που η επιστήμη άρχισε να το αναζητά, το χάος φαίνεται να υπάρχει παντού. Ο καπνός που ανεβαίνει από το τσιγάρο διαλύεται σε περίπλοκες δίνες. Η σημαία που φυσά ο άνεμος πλαταγίζει. Η ροή του νερού σε μια βρύση που από συνεχής γίνεται άτακτη. Το χάος εμφανίζεται στη συμπεριφορά του καιρού, στη συμπεριφορά ενός αεροπλάνου που πετάει,στην κίνηση των αυτοκινήτων σ' ένα δρόμο ταχείας κυκλοφορίας, στη ροή του πετρελαίου που κυλά στους υπόγειους αγωγούς. Ανεξάρτητα από το μέσο, η συμπεριφορά υπακούει στους ίδιους νόμους που μόλις πρόσφατα ανακαλύφθηκαν. Η συνειδητοποίηση αυτού του γεγονότος έχει αρχίσει να αλλάζει τον τρόπο που οι επιχειρηματίες αποφασίζουν σχετικά με θέματα ασφάλισης, τον τρόπο που οι αστρονόμοι παρατηρούν το ηλιακό σύστημα, τον τρόπο που οι θεωρητικοί της πολιτικής μιλούν για τις πιέσεις που οδηγούν σε ένοπλες συγκρούσεις.

Το χάος διαπερνά τις διαχωριστικές γραμμές που χωρίζουν τους επιστημονικούς κλάδους. Επειδή είναι μια επιστήμη της γενικής φύσης των συστημάτων, έχει φέρει κοντά στοχαστές από πεδία που απείχαν πολύ το ένα από το άλλο. «Δεκαπέντε χρόνια πριν, η επιστήμη οδηγούνταν σε μια κρίση αυξανόμενης εξειδίκευσης», παρατήρησε ένας επίσημος του Ναυτικού, υπεύθυνος για τις επιστημονικές χρηματοδοτήσεις, σε ένα ακροατήριο μαθηματικών, βιολόγων, φυσικών και γιατρών. «Αυτή η κατεύθυνση έχει αντιστραφεί εντυπωσιακά εξαιτίας του χάους». Το χάος θέτει προβλήματα που περιφρονούν τους αποδεκτούς τρόπους εργασίας στην επιστήμη. Οδηγεί σε σημαντικές προτάσεις

σχετικά με την καθολική συμπεριφορά της πολυπλοκότητας. Οι πρώτοι θεωρητικοί του χάους, οι επιστήμονες που θεμελίωσαν το πεδίο αυτό, είχαν ορισμένες κοινές ευαισθησίες. Παρατηρούσαν τη μορφή, ειδικά τη μορφή που εμφανιζόταν ταυτόχρονα σε διαφορετικές κλίμακες. Είχαν μια γεύση του τυχαίου και της πολυπλοκότητας, των «οδοντωτών ακμών» και των ξαφνικών αλμάτων. Όσοι πιστεύουν στο χάος — και αυτοί μερικές φορές αυτοαποκαλούνται πιστοί ή προσήλυτοι ή ευαγγελιστές — στοχάζονται πάνω στον ντετερμινισμό και την ελεύθερη βούληση, την εξέλιξη, τη φύση της συνειδητής νόησης. Αισθάνονται ότι αναστρέφουν την τάση της επιστήμης για την αναγωγή, την ανάλυση των συστημάτων στα συστατικά τους μέρη: κουάρκ, χρωμοσώματα ή νεύρα. Πιστεύουν ότι αναζητούν το όλο.

Οι πιο φλογεροί συνήγοροι της νέας επιστήμης πηγαίνουν τόσο μακριά, ώστε λένε ότι η επιστήμη του 20ού αιώνα θα παραμείνει στη μνήμη των ανθρώπων για τρία μόνο πράγματα: τη σχετικότητα, την κβαντομηχανική και το χάος. Το χάος, υποστηρίζουν, έχει γίνει η τρίτη μεγάλη επανάσταση του αιώνα στις φυσικές επιστήμες. Όπως και οι δύο πρώτες επαναστάσεις, το χάος κλονίζει τα θεμέλια της νευτώνειας φυσικής. Ένας φυσικός το διατύπωσε ως εξής: «Η σχετικότητα κατέρριψε τη νευτώνεια ψευδαίσθηση για τον απόλυτο χώρο και χρόνο. Η κβαντική θεωρία κατέρριψε το νευτώνειο όνειρο μιας ελεγχόμενης διαδικασίας μέτρησης. Και το χάος καταρρίπτει τη λαπλασιανή φαντασία της ντετερμινιστικής δυνατότητας για πρόβλεψη». Από τις τρεις επαναστάσεις, η επανάσταση του χάους ισχύει για το σύμπαν που βλέπουμε και αγγίζουμε, για τα αντικείμενα σε ανθρώπινη κλίμακα. Η καθημερινή εμπειρία και οι πραγματικές εικόνες του κόσμου έχουν γίνει αποδεκτοί στόχοι της επιστημονικής έρευνας. Υπήρχε από καιρό ένα αίσθημα, που δεν εκφραζόταν πάντα ανοιχτά, ότι η θεωρητική φυσική είχε εκτραπεί πολύ από την ανθρώπινη διαίσθηση σχετικά με τον κόσμο. Αν αυτό θα αποδειχτεί γόνιμη αίρεση ή απλώς αίρεση κανείς δεν ξέρει. Αλλά μερικοί από αυτούς που σκέφτονταν πως η φυσική βρισκόταν σ' ένα αδιέξοδο τώρα βλέπουν σαν διέξοδο το χάος.

Μέσα στην ίδια τη φυσική, η μελέτη του χάους αναδύθηκε από ένα τέλμα. Στο μεγαλύτερο μέρος του 20ού αιώνα, το κύριο ρεύμα ήταν η φυσική των σωματιδίων, που εξερευνούσε τα δομι-

κά συστατικά της ύλης σε όλο και μεγαλύτερες ενέργειες, όλο και μικρότερες κλίμακες, όλο και συντομότερους χρόνους. Από τη σωματιδιακή φυσική έχουν προκύψει θεωρίες σχετικά με θεμελιώδεις δυνάμεις της φύσης και την προέλευση του Σύμπαντος. Βέβαια, μερικοί νέοι φυσικοί είναι δυσαρεστημένοι με την κατεύθυνση που έχει πάρει η επιστήμη με το πιο μεγάλο γόητρο. Η πρόοδος έχει αρχίσει να φαίνεται αργή, η ονομασία νέων σωματιδίων ανώφελη, το σώμα της θεωρίας ακατάστατο. Με τον ερχομό του χάους, οι νεότεροι επιστήμονες πίστεψαν πως έβλεπαν την αρχή μιας αλλαγής στην πορεία ολόκληρης της φυσικής. Αισθάνονταν ότι το πεδίο είχε κυριαρχηθεί για πολύν καιρό από τις λαμπρές αφαιρέσεις των σωματιδίων υψηλής ενέργειας και της κβαντομηχανικής.

Ο κοσμολόγος Στέφεν Χόουκιν (Stephen Hawking), που κατέχει την έδρα του Νεύτωνα στο Πανεπιστήμιο Κέμπριτζ, αναφερόταν στο μεγαλύτερο μέρος της φυσικής όταν, το 1980, σε μια διάλεξη για τις προοπτικές της επιστήμης του με τίτλο «Is the End in Sight for Theoretical Physics?» (Είναι Ορατό το Τέλος της Θεωρητικής Φυσικής;), έλεγε: «Ήδη γνωρίζουμε τους φυσικούς νόμους που κυβερνούν το κάθε πράγμα με το οποίο ερχόμαστε σε επαφή στην καθημερινή μας ζωή... Αν τώρα χρειαζόμαστε πολλές μηχανές και πάρα πολλά χρήματα για να εκτελέσουμε ένα πείραμα, που τα αποτελέσματα του δεν μπορούμε να τα προβλέψουμε, αυτός είναι ο φόρος που πληρώνουμε στο πόσο βαθιά έχουμε εισχωρήσει στη θεωρητική φυσική».

Ο Χόουκιν αναγνώρισε ακόμα ότι η κατανόηση των νόμων της φύσης με τη βοήθεια της σωματιδιακής φυσικής άφησε αναπάντητο το ερώτημα πώς εφαρμόζονται αυτοί οι νόμοι σε όλα τα συστήματα εκτός από τα πιο απλά. Είναι άλλο πράγμα η δυνατότητα πρόβλεψης της συμπεριφοράς σε ένα θάλαμο φυσαλίδων, όπου δύο σωματίδια συγκρούονται στο τέλος ενός αγώνα δρόμου μέσα σε έναν επιταχυντή, και εντελώς άλλο στην απλούστερη περίπτωση ενός ρευστού που χύνεται σε ένα βαρέλι ή του γήινου αέρα ή του ανθρώπινου εγκεφάλου.

Η φυσική του Χόουκιν, που συγκεντρώνει βραβεία Νόμπελ και πολλά χρήματα για πειράματα, πολλές φορές ονομάστηκε επανάσταση. Κατά καιρούς φαινόταν, μέσα στα πλαίσια αυτού του είδους της επιστήμης, ως η Μεγάλη Ενοποιημένη Θεωρία ή

«η Θεωρία των Πάντων». Η φυσική έχει παρακολουθήσει την ανάπτυξη της ενέργειας και της ύλης σε όλες τις φάσεις τους, εκτός από την πρώτη στιγμή της ιστορίας του σύμπαντος. Ήταν όμως η μεταπολεμική σωματιδιακή φυσική μια επανάσταση; Ή ήταν το γέμισμα του πλαισίου που έθεσαν ο Αϊνστάιν (Einstein), ο Μπορ (Bohr) και οι άλλοι πατέρες της σχετικότητας και της κβαντομηχανικής; Ασφαλώς, τα επιτεύγματα της φυσικής, από την ατομική βόμβα μέχρι τα τρανζίστορ, άλλαξαν τη μορφή του 20ού αιώνα. Ωστόσο, η περιοχή των ενδιαφερόντων της σωματιδιακής φυσικής φαίνεται να έχει στενέψει. Έχουν περάσει κιόλας δύο γενιές από τότε που το πεδίο γέννησε μια καινούρια θεωρητική ιδέα, η οποία άλλαξε τον τρόπο που οι μη ειδικοί κατανοούν τον κόσμο.

Η φυσική που περιέγραψε ο Χόουκιν μπορούσε να ολοκληρώσει την αποστολή της χωρίς να απαντήσει σε μερικά από τα πιο βασικά ερωτήματα σχετικά με τη φύση. Πώς αρχίζει η ζωή; Τι είναι ο στροβιλισμός; Πάνω από όλα, σε ένα σύμπαν που κυβερνιέται από την εντροπία, που σύρεται αδυσώπητα σε όλο και μεγαλύτερη αταξία, πώς προκύπτει η τάξη; Ταυτόχρονα, αντικείμενα της καθημερινής εμπειρίας όπως τα ρευστά και τα μηχανικά συστήματα έφτασαν να φαίνονται τόσο βασικά και τόσο συνηθισμένα, που οι φυσικοί αβίαστα είχαν την τάση να θεωρούν πως είχαν κατανοηθεί πολύ καλά. Δεν ήταν όμως έτσι.

Καθώς η επανάσταση του χάους προχωρά, οι καλύτεροι φυσικοί διαπιστώνουν, καθόλου αμήχανα, πως επανέρχονται σε φαινόμενα της ανθρώπινης κλίμακας. Μελετούν όχι μόνο τους γαλαξίες αλλά και τα σύννεφα. Κάνουν χρήσιμες έρευνες όχι μόνο με υπολογιστές Cray αλλά και με Macintosh. Τα καλύτερα περιοδικά δημοσιεύουν, δίπλα σε άρθρα για την κβαντική φυσική, κείμενα σχετικά με την περίεργη δυναμική μιας μπάλας που αναπηδά πάνω σε ένα τραπέζι. Τα πιο απλά συστήματα τώρα δείχνουν να δημιουργούν ιδιαίτερα δύσκολα προβλήματα πρόβλεψης. Ακόμα και η τάξη εμφανίζεται αυθόρμητα σε αυτά τα συστήματα — χάος και τάξη μαζί. Μόνο μια νέα επιστήμη θα μπορούσε να αρχίσει να γεφυρώνει το μεγάλο χάσμα ανάμεσα στο τι κάνει ένα πράγμα — ένα μόριο νερού, ένα κύτταρο καρδιακού ιστού, ένα νεύρο — και τι κάνουν εκατομμύρια από αυτά.

Παρατηρήστε δύο κομματάκια αφρού που πλέουν δίπλα δίπλα

στο κάτω μέρος ενός καταρράχτη. Μπορείτε να πείτε πόσο κοντά βρίσκονταν όταν ήταν στην κορυφή; Όχι! Σύμφωνα με τη τρέχουσα άποψη της φυσικής, ο Θεός θα μπορούσε να είχε πάρει όλα αυτά τα μόρια του νερού και να τα είχε ανακατώσει αυτοπροσώπως «κάτω από το τραπέζι»! Από παράδοση, οι φυσικοί, όταν έβλεπαν πολύπλοκα αποτελέσματα, αναζητούσαν πολύπλοκες αιτίες. Όταν έβλεπαν μια τυχαία σχέση ανάμεσα στο τι μπαίνει σε ένα σύστημα και στο τι βγαίνει, θεωρούσαν ότι έπρεπε να εισαγάγουν το τυχαίο σε οποιαδήποτε ρεαλιστική θεωρία, προσθέτοντας τεχνητά θόρυβο ή σφάλματα. Η σύγχρονη μελέτη του χάους άρχισε με τη βαθμιαία συνειδητοποίηση, στη δεκαετία του 1960, ότι πολύ απλές μαθηματικές εξισώσεις μπορούσαν να απεικονίζουν συστήματα βίαια σαν έναν καταρράχτη. Ελάχιστες διαφορές στην είσοδο μπορούσαν γρήγορα να μετατραπούν σε τεράστιες διαφορές στην έξοδο — ένα φαινόμενο που πήρε το όνομα «ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες». Στον καιρό, για παράδειγμα, αυτό μεταφράζεται σε κείνο το (μόνο κατά το μισό του μέρος) αστείο που είναι γνωστό ως Φαινόμενο της Πεταλούδας — οι διαταραχές που δημιουργεί στον αέρα μια πεταλούδα σήμερα στο Πεκίνο μπορεί να μετασχηματιστούν σε θυελλώδη άνεμο μετά από ένα μήνα στη Νέα Υόρκη.

Όταν οι εξερευνητές του χάους άρχισαν να σκέφτονται τη γενεαλογία της καινούριας τους επιστήμης, βρήκαν πολλά νοητικά ίχνη από το παρελθόν. Ένα όμως ήταν καθαρό. Για τους νέους φυσικούς και μαθηματικούς που ηγούντο της επανάστασης, το σημείο εκκίνησης ήταν το Φαινόμενο της Πεταλούδας.

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΠΕΤΑΛΟΥΔΑΣ

Στους φυσικούς αρέσει να σκέφτονται πως στο μόνο που χρειάζεται να απαντάμε είναι: Να οι συνθήκες, τι θα προκύψει απ' αυτές;

ΡΙΤΣΑΡΝΤ ΦΕΥΝΜΑΝ

Ο ΗΛΙΟΣ ΚΑΤΕΒΑΙΝΕ σ' έναν ουρανό που δεν είχε δει ποτέ σύννεφα. Οι άνεμοι χάιδευαν μια γη ομαλή σαν γυαλί. Ποτέ δεν είχε νυχτώσει και το φθινόπωρο δεν είχε δώσει ποτέ τη θέση του στο χειμώνα. Ποτέ δεν έβρεχε. Ο καιρός που είχε προσομοιώσει ο Έντουαρντ Λόρεντζ (Edward Lorenz) στον νέο ηλεκτρονικό υπολογιστή του άλλαζε αργά αλλά σταθερά, περνώντας σε μια μόνιμη μεσημεριάτικη ξηρασία στην καρδιά της εποχής, σαν ο κόσμος να είχε μετατραπεί σ' ένα φανταστικό σύμπαν.

Έξω από το παράθυρο του ο Λόρεντζ μπορούσε να παρατηρεί τον πραγματικό καιρό, την πρωινή πάχνη που σερνόταν στην περιοχή γύρω από το Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασσαχουσέττης (MIT) ή τα χαμηλά σύννεφα που γλιστρούσαν από τη μεριά του Ατλαντικού πάνω από τις στέγες. Πάχνη και σύννεφα δεν εμφανίζονταν ποτέ στο μοντέλο που υπήρχε στον υπολογιστή του. Το μηχάνημα, ένα Royal McBee, ήταν ένα σύμπλεγμα από καλωδιώσεις και λυχνίες κενού που έπιανε άγαρμπα ένα μέρος του γραφείου του Λόρεντζ, έκανε έναν εκπληκτικό και εκνευριστικό θόρυβο, και πάθαινε ζημιά περίπου κάθε βδομάδα. Δεν είχε ούτε την ταχύτητα ούτε τη μνήμη για να κάνει μια ρεαλιστική προσομοίωση της γήινης ατμόσφαιρας και των ωκεανών. Το 1960, ο Λόρεντζ έφτιαξε ένα παιχνίδι σχετικά με τον καιρό και γοήτευσε τους συναδέλφους του. Κάθε λεπτό το μηχάνημα σημείωνε το πέρασμα μιας μέρας, τυπώνοντας μια σειρά αριθμούς σε μια σελίδα. Όποιος ήξερε να διαβάζει εκείνες τις σελίδες θα 'βλεπε έναν κύριο δυτικό άνεμο να στρέφεται πρώτα

προς το βορρά, μετά προς το νότο και μετά πάλι προς το βορρά. Ψηφιακοί κυκλώνες περιστρέφονταν αργά γύρω από μια ιδεατή υδρόγειο. Καθώς οι φήμες διαδίδονταν μέσα στο τμήμα, οι άλλοι μετεωρολόγοι μαζεύονταν με τους σπουδαστές και έβαζαν στοιχήματα για το τι θα ακολουθούσε στον καιρό του Λόρεντζ. Με κάποιον τρόπο, κανένα φαινόμενο δεν επαναλαμβανόταν το ίδιο δύο φορές.

Ο Λόρεντζ διασκέδαζε με τον καιρό — κάτι καθόλου απαραίτητο για έναν ερευνητή μετεωρολόγο. Απολάμβανε την ευμεταβλητότητά του. Εκτιμούσε τα σχέδια που πηγαινοέρχονταν στην ατμόσφαιρα, τις οικογένειες των στροβιλισμών και των κυκλώνων, που πάντοτε υπάκουαν σε μαθηματικούς κανόνες αλλά ποτέ δεν επαναλαμβάνονταν. Όταν παρατηρούσε τα σύννεφα, νόμιζε ότι έβλεπε σ' αυτά κάτι σαν δομή. Κάποτε είχε φοβηθεί ότι η μελέτη της επιστήμης του καιρού θα ήταν σαν να ανασκάλευε ένα παιχνιδάκι με κατσαβίδι. Τώρα αναρωτιόταν αν η επιστήμη ήταν ικανή να κατανοήσει καν τη μαγεία. Ο καιρός έδινε μια αίσθηση που δεν μπορούσε να εκφραστεί με μέσους όρους. *Η μέγιστη ημερήσια θερμοκρασία στο Κέμπριτζ της Μασσαχουσέττης τον Ιούνιο είναι κατά μέσο όρο 75 βαθμοί (Φαρενάιτ). Ο αριθμός των βροχερών ημερών στο Ριάντ της Σαουδικής Αραβίας είναι κατά μέσο όρο δέκα το χρόνο.* Αυτές ήταν στατιστικές. Η ουσία ήταν το πώς αυτά τα ατμοσφαιρικά σχήματα άλλαζαν με το χρόνο: αυτό έβαλε ο Λόρεντζ στον Royal McBee.

Ήταν ο θεός αυτού του σύμπαντος της μηχανής, κι ήταν ελεύθερος να διαλέγει τους νόμους της φύσης όπως ήθελε. Μετά από μερικές καθόλου θεϊκές δοκιμές, διάλεξε δώδεκα νόμους. Ήταν αριθμητικοί κανόνες — εξισώσεις που έκφραζαν τις σχέσεις ανάμεσα στη θερμοκρασία και την πίεση, ανάμεσα στην πίεση και την ταχύτητα του ανέμου. Ο Λόρεντζ καταλάβαινε ότι έβαζε σε εφαρμογή τους νόμους του Νεύτωνα, που ήταν τα κατάλληλα εργαλεία για μια θεότητα-ωρολογοποιό, η οποία μπορούσε να δημιουργήσει έναν κόσμο και να τον θέσει σε λειτουργία για πάντα. Χάρη στον ντετερμινισμό των φυσικών νόμων, δεν ήταν απαραίτητη καμιά πρόσθετη παρέμβαση. Αυτοί που έκαναν τέτοια μοντέλα έπαιρναν για σίγουρο ότι, από το παρόν ως το μέλλον, οι νόμοι της κίνησης προσφέρουν μια γέφυρα μαθηματικής βεβαιότητας. Όποιος καταλαβαίνει αυτούς τους νόμους καταλα-

βαίνει το σύμπαν. Αυτή η φιλοσοφία κρυβόταν πίσω από τη δημιουργία ενός μοντέλου του καιρού σ' έναν υπολογιστή.

Πράγματι, αν οι φιλόσοφοι του 18ου αιώνα φαντάζονταν τον δημιουργό τους ως κάποιον καλοπροαίρετο που δεν παρεμβαίνει ποτέ κι αρκείται να μένει στα παρασκήνια, ίσως να είχαν φανταστεί κάποιον σαν τον Λόρεντζ. Ήταν μια παράξενη περίπτωση μετεωρολόγου. Είχε το φθαρμένο πρόσωπο γιάνκη αγρότη, με εκπληκτικά λαμπερά μάτια που τον έκαναν να φαίνεται γελαστός, είτε γελούσε στ'αλήθεια είτε όχι. Σπάνια μιλούσε για τον εαυτό του ή για τη δουλειά του, αλλά άκουγε. Πολλές φορές χανόταν σ' έναν κόσμο υπολογισμών ή ονείρων που οι συνάδελφοι του έβρισκαν απρόσιτο.Οι πιο στενοί του φίλοι αισθάνονταν πως έχανε πολύ χρόνο σ' έναν απόμακρο εξωγήινο κόσμο.

Σαν αγόρι είχε μανία με τον καιρό, τουλάχιστον όσο για να παρακολουθεί στενά το θερμόμετρο καταγράφοντας τις χαμηλότερες και τις υψηλότερες θερμοκρασίες της ημέρας έξω από το σπίτι των γονιών του στο δυτικό Χάρτφορντ, στο Κοννέκτικατ. Περνούσε όμως ακόμα περισσότερο χρόνο μέσα στο σπίτι παίζοντας με βιβλία μαθηματικών προβλημάτων παρά παρακολουθώντας το θερμόμετρο. Μερικές φορές έλυναν μαζί με τον πατέρα του προβλήματα. Μια φορά συνάντησαν ένα δύσκολο πρόβλημα που αποδείχτηκε πως δεν μπορούσε να λυθεί. Αυτό ήταν κάτι αποδεκτό και ο πατέρας του του είπε: Μπορείς πάντα να λύνεις ένα πρόβλημα αποδείχνοντας πως δεν υπάρχει λύση. Αυτό άρεσε στον Λόρεντζ, όπως του άρεσε πάντα η καθαρότητα των μαθηματικών, κι όταν αποφοίτησε από το Κολέγιο του Ντάρτμουθ, το 1938, θεώρησε ότι τα μαθηματικά ήταν η κλίση του. Οι συνθήκες που μεσολάβησαν ωστόσο με το Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο τον έκαναν να πιάσει δουλειά στην υπηρεσία πρόγνωσης του καιρού της Αεροπορίας Στρατού. Μετά τον πόλεμο, ο Λόρεντζ αποφάσισε να συνεχίσει στη μετεωρολογία, διερευνώντας τη θεωρία της, δίνοντας μια ώθηση στή μαθηματική πλευρά της. Έγινε γνωστός δημοσιεύοντας εργασίες πάνω σε ορθόδοξα προβλήματα, όπως η γενική κυκλοφορία της ατμόσφαιρας. Στο μεταξύ, συνέχιζε να σκέφτεται πάνω στο πρόβλημα της πρόγνωσης.

Για τους περισσότερους σοβαρούς μετεωρολόγους, η πρόγνωση ήταν κάτι λιγότερο από επιστήμη. Ήταν μια εμπειρική δου-

λειά που γινόταν από τεχνικούς, οι οποίοι χρειάζονταν κάποια διαίσθηση για να «διαβάσουν» τον καιρό της επόμενης ημέρας στα όργανα και στα σύννεφα. Ήταν μάντεμα. Σε κέντρα όπως το MIT, η μετεωρολογία ευνοούσε προβλήματα που είχαν λύσεις. Ο Λόρεντζ καταλάβαινε την αταξία που υπήρχε στην πρόγνωση του καιρού όσο λίγοι, είχε καταπιαστεί ο ίδιος για το καλό των πιλότων του στρατού, αλλά διατηρούσε και κάποιο ενδιαφέρον για το πρόβλημα — ένα μαθηματικό ενδιαφέρον.

Δεν περιφρονούσαν μόνο οι μετεωρολόγοι την πρόγνωση, αλλά όλοι σχεδόν οι σοβαροί επιστήμονες τη δεκαετία του 1960 δεν εμπιστεύονταν τους υπολογιστές. Αυτές οι εξελιγμένες αριθμομηχανές μόλις και μετά βίας έδιναν την εντύπωση εργαλείων θεωρητικής επιστήμης. Έτσι, η αριθμητική απεικόνιση του καιρού ήταν κάτι σαν νόθο πρόβλημα. Η εποχή όμως ευνοούσε κάτι τέτοιο. Η πρόγνωση του καιρού περίμενε δύο αιώνες για να δημιουργηθεί μια μηχανή που θα μπορούσε να επαναλαμβάνει συνέχεια, ξανά και ξανά, χιλιάδες υπολογισμούς με κτηνώδη δύναμη. Μόνο ένας υπολογιστής θα μπορούσε να επιβεβαιώσει την άποψη του Νεύτωνα ότι ο κόσμος πορεύεται σε έναν ντετερμινιστικό δρόμο περιορισμένον από κανόνες, όπως οι πλανήτες, και προβλέψιμο, όπως οι εκλείψεις και οι παλίρροιες. Θεωρητικά, ένας υπολογιστής θα επέτρεπε στους μετεωρολόγους να κάνουν ό,τι έκαναν παλιά οι αστρονόμοι με μολύβι και λογαριθμικό κανόνα: να εκτιμούν το μέλλον του σύμπαντος τους από τις αρχικές του συνθήκες και από τους φυσικούς νόμους που κυβερνούν την εξέλιξη του. Οι εξισώσεις που περιέγραφαν την κίνηση του αέρα και του νερού ήταν γνωστές όσο εκείνες που περιέγραφαν την κίνηση των πλανητών. Οι αστρονόμοι δεν πέτυχαν την τελειότητα, και δε θα την πετύχαιναν ποτέ σε ένα ηλιακό σύστημα που κυβερνιόταν από την βαρύτητα εννέα πλανητών, με πλήθος φεγγάρια και χιλιάδες αστεροειδείς, αλλά οι υπολογισμοί της κίνησης των πλανητών ήταν τόσο ακριβείς, ώστε οι άνθρωποι ξεχνούσαν πως ήταν προβλέψεις. Όταν ένας αστρονόμος έλεγε: «Ο κομήτης του Χάλλεϋ θα ξαναδιατρέξει αυτή την πορεία σε εβδομήντα έξι χρόνια», αυτό φαινόταν σαν γεγονός όχι προφητεία. Η ντετερμινιστική αριθμητική πρόβλεψη σχεδίαζε ακριβείς διαδρομές για διαστημόπλοια και πυραύλους. Γιατί όχι και για ανέμους και σύννεφα;

Ο καιρός βέβαια ήταν κάτι πολύ πιο περίπλοκο, αλλά κυβερνιόταν από τους ίδιους νόμους. Ίσως ένας αρκετά ισχυρός υπολογιστής να ήταν η υπέρτατη νόηση που φαντάστηκε ο Λαπλάς, ο φιλόσοφος και μαθηματικός του 18ου αιώνα ο οποίος συνέλαβε τον πυρετό του Νεύτωνα όσο κανένας άλλος: «Μια τέτοια νόηση», έγραφε ο Λαπλάς, «θα μπορούσε να συμπεριλαμβάνει στον ίδιο τύπο τις κινήσεις των μεγαλύτερων σωμάτων του σύμπαντος και του πιο ελαφριού ατόμου, γι' αυτή, τίποτε δε θα ήταν αβέβαιο και το μέλλον, όπως και το παρελθόν, θα ήταν μπροστά στα μάτια της». Στις μέρες της σχετικότητας του Αϊνστάιν και της αβεβαιότητας του Χάιζενμπεργκ (Heisenberg), ο Λαπλάς φαίνεται σχεδόν αστείος με την αισιοδοξία του, αλλά μεγάλο μέρος της σύγχρονης επιστήμης έχει συνεχίσει το όνειρο του. Σίγουρα, ο σκοπός πολλών επιστημόνων του 20ού αιώνα — βιολόγων, νευρολόγων, οικονομολόγων — είναι να σπάσουν ο καθένας το σύμπαν του στα πιο απλά άτομα που θα υπακούουν σε επιστημονικούς κανόνες. Σε όλες αυτές τις επιστήμες έχει αρχίσει να εφαρμόζεται ένα είδος νευτώνειου ντετερμινισμού. Οι πατέρες των σύγχρονων υπολογιστών είχαν πάντα στο μυαλό τους τον Λαπλάς, και η ιστορία των υπολογιστών και η ιστορία της πρόβλεψης διασταυρώθηκαν από τότε που ο Τζον Φον Νόυμαν (John Von Neumann) σχεδίασε τις πρώτες του μηχανές στο Ινστιτούτο Ανωτέρων Σπουδών του Πρίνστον, στο Νιου Τζέρσεϋ, τη δεκαετία του 1950. Ο Νόυμαν αναγνώρισε ότι η δημιουργία ενός μοντέλου του καιρού θα ήταν ιδανικό έργο για έναν υπολογιστή.

Υπήρχε πάντα ένας μικρός συμβιβασμός — τόσο μικρός, ώστε οι επιστήμονες συχνά τον ξεχνούσαν — κρυμμένος σε μια γωνιά των φιλοσοφιών τους σαν απλήρωτος λογαριασμός. Οι μετρήσεις δεν μπορούσαν να είναι ποτέ τέλειες. Οι επιστήμονες που προχωρούσαν κάτω από τη σημαία του Νεύτωνα στην πραγματικότητα ανέμιζαν μια άλλη σημαία που έλεγε κάτι σαν αυτό: Αν γνωρίζουμε *προσεγγιστικά* τις αρχικές συνθήκες ενός συστήματος και κατανοούμε τους φυσικούς νόμους, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε *προσεγγιστικά* τη συμπεριφορά του συστήματος. Αυτή η υπόθεση βρίσκεται στην καρδιά της φιλοσοφίας της επιστήμης. Όπως άρεσε σε κάποιον θεωρητικό να λέει στους σπουδαστές του, «η βασική ιδέα της δυτικής επιστήμης είναι ότι

δε χρειάζεται να λάβετε υπόψη σας την πτώση ενός φύλλου σε κάποιον πλανήτη ενός άλλου γαλαξία, όταν προσπαθείτε να μελετήσετε την κίνηση της μπάλας του μπιλιάρδου σε ένα τραπέζι πάνω στη Γη. Τις πολύ μικρές επιδράσεις μπορείτε να τις παραλείπετε. Υπάρχει μια σύγκλιση στον τρόπο που δουλεύουν τα πράγματα, και οι τυχαίες μικρές επιδράσεις δεν ενισχύονται ώστε να δίνουν μεγάλα τυχαία αποτελέσματα». Κατά την κλασική άποψη, οι πεποιθήσεις για την προσέγγιση και τη σύγκλιση ήταν καλά αιτιολογημένες. Λειτουργούσαν. Ένα ελάχιστο σφάλμα στον προσδιορισμό της θέσης του κομήτη Χάλλεϋ το 1910 θα μπορούσε να προκαλέσει ένα μικρό μόνο λάθος στην πρόβλεψη της άφιξης του το 1986, και το σφάλμα θα παρέμενε μικρό για εκατομμύρια χρόνια. Οι υπολογιστές στηρίζονται στην ίδια υπόθεση όταν χρησιμοποιούνται για να καθοδηγούν διαστημόπλοια: Τα προσεγγιστικά ακριβή δεδομένα δίνουν προσεγγιστικά ακριβή αποτελέσματα. Αλλά και αυτοί που κάνουν οικονομικές προβλέψεις στηρίζονται στην ίδια υπόθεση, αν και η επιτυχία τους είναι λιγότερο φανερή. Έτσι έκαναν και οι πρωτοπόροι στον τομέα της πρόβλεψης του καιρού.

Με τον πρωτόγονο υπολογιστή του, ο Λόρεντζ είχε δημιουργήσει ένα απλό μοντέλο της ατμόσφαιρας. Στα αποτελέσματα που τύπωνε απ' αυτόν οι άνεμοι και οι θερμοκρασίες φαίνονταν να συμπεριφέρονται όμοια με της Γης. Συμφωνούσαν με τη διαίσθηση του για τον καιρό, με την αίσθηση του ότι ο καιρός επαναλαμβανόταν, εμφανίζοντας γνώριμα σχήματα με το πέρασμα του χρόνου, με την πίεση να ανεβαίνει και να κατεβαίνει, τους ανέμους να στρέφονται νότια και βόρεια. Ανακάλυψε ότι, όταν μια γραμμή πήγαινε από ψηλά προς τα χαμηλά χωρίς κανένα άλμα, θα εκτελούσε ένα διπλό άλμα, και έλεγε: «Αυτό είναι το είδος του κανόνα που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην πρόβλεψη». Αλλά οι επαναλήψεις δεν ήταν ποτέ απόλυτα ακριβείς. Υπήρχε ένα σχήμα, που είχε όμως διακυμάνσεις. Μια τακτική αταξία.

Ο Λόρεντζ, για να μπορέσει να κάνει αυτά τα σχήματα ευανάγνωστα, δημιούργησε ένα πρωτόγονο είδος γραφικών. Αντί να τυπώνει τις γνωστές γραμμές με τα ψηφία, θα μπορούσε να βάλει τη μηχανή να τυπώνει έναν ορισμένο αριθμό διαστημάτων που θα ακολουθούνταν από το γράμμα α. Θα διάλεγε μια μεταβλητή

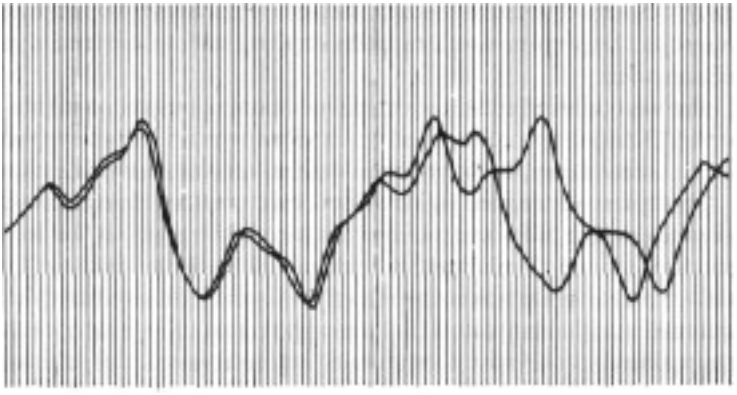
— ίσως την κατεύθυνση του ανέμου. Σιγά σιγά, τα α προχωρούσαν στο ρολό του χαρτιού διαγράφοντας μια κυματοειδή γραμμή, σχηματίζοντας μια μεγάλη σειρά λόφων και κοιλάδων που αντιπροσώπευαν τον τρόπο με τον οποίο οι δυτικοί άνεμοι θα στρέφονταν προς το βορρά ή το νότο σε όλη την ήπειρο. Η τάξη της εικόνας αυτής, οι γνώριμοι κύκλοι που επανέρχονταν πάλι και πάλι αλλά ποτέ δύο φορές με τον ίδιο τρόπο, είχαν μια υπνωτιστική γοητεία. Το σύστημα έδειχνε να αποκαλύπτει σιγά σιγά τα μυστικά του στα μάτια του παρατηρητή.

Μια μέρα του χειμώνα του 1961, ο Λόρεντζ, θέλοντας να εξετάσει μια ακολουθία μεγαλύτερου μήκους, ακολούθησε μια άλλη, συντομότερη οδό. Αντί να αρχίσει από την αρχή, άρχισε από τη μέση. Για να δώσει στη μηχανή τις αρχικές της συνθήκες, πληκτρολόγησε τους αριθμούς κατευθείαν από τη προηγούμενη τυπωμένη σελίδα και κατέβηκε στο μπαρ για να αποφύγει το θόρυβο και να πιει έναν καφέ. Όταν γύρισε μια ώρα αργότερα, είδε κάτι απρόσμενο, κάτι που έριχνε το σπόρο μιας νέας επιστήμης.

Η ΚΑΙΝΟΥΡΙΑ ΕΚΤΕΛΕΣΗ θα έπρεπε κανονικά να είναι ίδια με την παλιά. Ο Λόρεντζ είχε αντιγράψει τους αριθμούς στην ίδια μηχανή. Το πρόγραμμα δεν είχε αλλάξει. Καθώς παρατηρούσε τη νέα εκτύπωση όμως, είδε τον καιρό του να αποκλίνει τόσο γρήγορα από τη μορφή που είχε στην προηγούμενη εκτύπωση, ώστε, σε λίγους μόνο μήνες, είχε χαθεί κάθε ομοιότητα. Κοίταζε το ένα σύνολο των αριθμών και μετά το άλλο. Ήταν σαν να είχε «τραβήξει» τυχαία δύο καιρούς «απ' το καπέλο». Η πρώτη του σκέψη ήταν ότι άλλη μια λυχνία είχε καεί.

Ξαφνικά συνειδητοποίησε την αλήθεια. Τίποτα δεν είχε λειτουργήσει άσχημα. Το πρόβλημα βρισκόταν στους αριθμούς που είχε πληκτρολογήσει. Στη μνήμη του υπολογιστή είχαν αποθηκευτεί έξι δεκαδικά ψηφία: 0,506127. Στη νέα εκτύπωση, για οικονομία χώρου, εμφανίζονταν μόνο τρία: 0,506. Ο Λόρεντζ είχε πληκτρολογήσει τους αριθμούς στρογγυλεμένους, υποθέτοντας ότι η διαφορά — ένα χιλιοστό — δε θα είχε συνέπειες.

Η υπόθεση αυτή ήταν λογική. Αν ένας μετεωρολογικός δορυφόρος μπορεί να διαβάσει τη θερμοκρασία επιφανείας του ωκεανού με ακρίβεια ενός χιλιοστού, οι χειριστές του θεωρούν πως



ΠΩΣ ΑΠΟΚΛΙΝΟΥΝ ΔΥΟ ΣΧΗΜΑΤΑ ΚΑΙΡΟΥ. Από το ίδιο σχεδόν σημείο εκκίνησης, ο Λόρεντζ είδε τον καιρό που έδινε ο υπολογιστής του να δημιουργεί σχήματα που εξελίσσονταν όλο και πιο διαφορετικά, μέχρι που κάθε ομοιότητα εξαφανίστηκε. (Από τις εκτυπώσεις που πήρε ο Λόρεντζ το 1961.)

είναι τυχεροί. Ο Royal McBee του Λόρεντζ εκτελούσε ένα κλασικό πρόγραμμα. Χρησιμοποιούσε ένα καθαρά ντετερμινιστικό σύστημα εξισώσεων. Με δεδομένο ένα συγκεκριμένο σημείο εκκίνησης, ο καιρός αποκαλυπτόταν κάθε φορά ακριβώς ο ίδιος. Με δεδομένο ένα λίγο διαφορετικό σημείο εκκίνησης, ο καιρός θα αποκαλυπτόταν λίγο διαφορετικός. Ένα μικρό αριθμητικό σφάλμα ήταν σαν ένα μικρό φύσημα του ανέμου — και βέβαια τα μικρά φυσήματα εξασθένιζαν ή αλληλοεξουδετερώνονταν πριν να μπορέσουν να αλλάξουν σε μεγάλη κλίμακα τα χαρακτηριστικά του καιρού. Αλλά στο συγκεκριμένο σύστημα εξισώσεων του Λόρεντζ, τα μικρά σφάλματα αποδείχνονταν καταστροφικά.

Αποφάσισε να κοιτάξει από πιο κοντά με ποιον τρόπο διέφεραν οι δύο σχεδόν ίδιες εκτελέσεις του προγράμματος για τον καιρό. Αντέγραψε μία από τις κυματοειδείς γραμμές της εκτύπωσης σε μια διαφάνεια και την τοποθέτησε πάνω στην άλλη, για να διαπιστώσει πώς διέφεραν. Αρχικά, δύο κορυφές συνέπιπταν εντελώς. Στη συνέχεια η μία γραμμή άρχιζε να υστερεί κατά μια

τρίχα. Αλλά οι γραμμές στην επόμενη κορυφή είχαν εμφανή διαφορά. Στην τρίτη ή την τέταρτη κορυφή, κάθε ομοιότητα είχε εξαφανιστεί.

Θα είχε κουνηθεί κάπως αυτός ο κακοφτιαγμένος υπολογιστής. Ο Λόρεντζ θα μπορούσε να υποθέσει και ότι κάτι συνέβαινε με το συγκεκριμένο μηχάνημα ή με το συγκεκριμένο μοντέλο — ίσως και να *έπρεπε* να υποθέσει κάτι τέτοιο. Ήταν σαν να είχε αναμείξει σόδα και χλώριο και να πήρε χρυσό. Αλλά από μια μαθηματική διαίσθηση, που οι συνάδελφοι του θα άρχιζαν να καταλαβαίνουν πολύ αργότερα, ο Λόρεντζ ένιωσε ένα ξάφνιασμα: κάτι δεν πήγαινε καλά από την άποψη της γενικής θεώρησης των πραγμάτων. Η πρακτική σημασία αυτού του γεγονότος θα μπορούσε να είναι συγκλονιστική. Αν και οι εξισώσεις του ήταν παρωδίες του καιρού της Γης, είχε μια πίστη ότι απεικόνιζαν την ουσία της πραγματικής ατμόσφαιρας. Αυτή την πρώτη μέρα, έκρινε ότι η δυνατότητα μακροσκοπικής πρόβλεψης του καιρού θα 'πρεπε να θεωρείται καταδικασμένη.

«Ασφαλώς δεν είχαμε επιτυχία σ' αυτό που κάναμε και τώρα έχουμε μια δικαιολογία», είπε ο Λόρεντζ. «Νομίζω πως ένας από τους λόγους που οι άνθρωποι παλιότερα θεωρούσαν δυνατή την πρόγνωση του καιρού είναι ότι πράγματι υπάρχουν φαινόμενα για τα οποία μπορεί κανείς να κάνει θαυμάσιες προγνώσεις, όπως οι εκλείψεις (όπου η δυναμική του Ήλιου, της Σελήνης και της Γης είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη), ή όπως οι παλίρροιες των ωκεανών. Συνήθως δεν αντιμετώπιζα τις προγνώσεις των παλιρροιών ως προβλέψεις — συνήθως τις αντιμετώπιζα ως αναγγελίες του γεγονότος — αλλά ασφαλώς ήταν προβλέψεις. Και στις δύο περιπτώσεις υπάρχουν περιοδικά χαρακτηριστικά — μπορείτε να προβλέψετε ότι το επόμενο καλοκαίρι θα είναι θερμότερο απ' αυτόν το χειμώνα. Αλλά για τον καιρό θεωρούμε ότι *αυτό* το ξέραμε ήδη. Στις παλίρροιες, μας ενδιαφέρει το τμήμα που μπορεί να προβλεφτεί ενώ εκείνο που δεν μπορεί να προβλεφτεί είναι μικρό, εκτός κι αν υπάρχει καταιγίδα.

»Ο μέσος άνθρωπος, διαπιστώνοντας ότι μπορούμε να προβλέπουμε με αρκετή επιτυχία τις παλίρροιες λίγους μήνες πριν, ίσως αναρωτηθεί γιατί δεν μπορούμε να κάνουμε το ίδιο και με την ατμόσφαιρα, αφού είναι απλώς ένα διαφορετικό σύστημα ρευστού και οι νόμοι είναι σχεδόν το ίδιο πολύπλοκοι. Αλλά συνει-

δητοποίησα ότι *κάθε* φυσικό σύστημα που συμπεριφερόταν με μη περιοδικό τρόπο δεν ήταν προβλέψιμο».

ΟΙ ΔΕΚΑΕΤΙΕΣ του πενήντα και του εξήντα ήταν χρόνια αβάσιμης αισιοδοξίας σχετικά με την πρόγνωση του καιρού. Οι εφημερίδες και τα περιοδικά ήταν γεμάτα ελπίδες σχετικά με την επιστήμη του καιρού, όχι μόνο για τη δυνατότητα πρόγνωσης αλλά ακόμη και τροποποίησης και ελέγχου του. Δύο τεχνολογίες ωρίμαζαν μαζί, ο ψηφιακός υπολογιστής και οι δορυφόροι του Διαστήματος. Ένα διεθνές πρόγραμμα, το Πρόγραμμα Έρευνας για την Γενική Ατμόσφαιρα (Global Atmosphere Reasearch Program), ετοιμαζόταν να αποκομίσει οφέλη απ' αυτές. Υπήρχε η ιδέα ότι η ανθρώπινη κοινωνία θα απελευθερωνόταν από τις αναστατώσεις του καιρού και θα γινόταν κύριος του αντί για θύμα του. Γεωδαισιακοί θόλοι θα σκέπαζαν τα σταροχώραφα, αεροπλάνα θα έσπερναν σύννεφα, οι επιστήμονες θα μάθαιναν να δημιουργούν βροχή και να τη σταματούν.

Ο πνευματικός πατέρας αυτής της δημοφιλούς ιδέας ήταν ο Φον Νόυμαν που δημιούργησε τον πρώτο του υπολογιστή με τη σαφή πρόθεση, ανάμεσα σε άλλες, να ελέγξει τον καιρό. Μάζεψε γύρω του μετεωρολόγους και έδωσε συναρπαστικές ομιλίες για τα σχέδια του σε όλη την κοινότητα των φυσικών επιστημόνων. Η αισιοδοξία του στηριζόταν σε μια ειδική μαθηματική αιτία. Γνώριζε πως ένα πολύπλοκο δυναμικό σύστημα μπορούσε να έχει σημεία αστάθειας — κρίσιμα σημεία, όπου μια μικρή ώθηση μπορούσε να έχει μεγάλες συνέπειες, όπως με μια μπάλα που ισορροπεί στην κορυφή ενός λόφου. Ο Φον Νόυμαν φανταζόταν πως, με τον υπολογιστή να δουλεύει, οι επιστήμονες θα ήταν σε θέση να υπολογίσουν τις εξισώσεις της κίνησης των ρευστών στις επόμενες λίγες μέρες. Στη συνέχεια, μια κεντρική επιτροπή μετεωρολόγων θα έστελνε αεροπλάνα να ρίξουν προπετάσματα καπνού ή να σπείρουν σύννεφα για να ωθήσουν τον καιρό στην επιθυμητή κατεύθυνση. Αλλά ο Φον Νόυμαν είχε παραβλέψει την πιθανότητα του χάους, την κατάσταση που η αστάθεια υπάρχει *παντού*.

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1980, μια τεράστια και δαπανηρή γραφειοκρατία δούλευε για να διεκπεραιώσει την αποστολή του Φον Νόυμαν, ή τουλάχιστον το μέρος που είχε σχέση με

την πρόγνωση. Οι πρώτοι άνθρωποι που ασχολήθηκαν με την πρόγνωση στην Αμερική εργάζονταν μέσα σε ένα ακαλαίσθητο τμήμα ενός κτιρίου με ραντάρ και ραδιοαντένες στην οροφή του, στα προάστια του Μέρυλαντ, κοντά στον περιφερειακό δρόμο της Ουάσιγκτον. Ο υπερυπολογιστής τους επεξεργαζόταν ένα μοντέλο που έμοιαζε με του Λόρεντζ μόνο στη βασική του ιδέα. Εκεί που ο Royal McBee μπορούσε να εκτελεί εξήντα πολλαπλασιασμούς το δευτερόλεπτο, η ταχύτητα του Cyber 205 της Control Data μετριόταν σε εκατομμύρια πράξεις κινητής υποδιαστολής το δευτερόλεπτο. Εκεί που ο Λόρεντζ ήταν κατευχαριστημένος με δώδεκα εξισώσεις, το καινούριο μοντέλο υπολόγιζε συστήματα 500.000 εξισώσεων. Το μοντέλο καταλάβαινε πώς η υγρασία μετέφερε τη θερμότητα στον αέρα όταν συμπυκνωνόταν και εξατμιζόταν. Οι ψηφιακοί άνεμοι σχηματίζονταν από σειρές ψηφιακών βουνών. Κάθε ώρα εισέρρεαν δεδομένα από όλα τα κράτη της υδρογείου, από αεροπλάνα, δορυφόρους και πλοία. Το Εθνικό Μετεωρολογικό Κέντρο έδινε τις δεύτερες καλύτερες προγνώσεις του κόσμου.

Οι καλύτερες προγνώσεις γίνονταν στο Ρίντινγκ της Αγγλίας, μια μικρή κολεγιακή πόλη μία ώρα από το Λονδίνο. Το Ευρωπαϊκό Κέντρο για Προγνώσεις Καιρού Μέσης Κλίμακας στεγαζόταν σε ένα ταπεινό κτίριο που το σκίαζαν δέντρα, όμοιου στυλ με το κτίριο των Ηνωμένων Εθνών, μοντέρνας αρχιτεκτονικής, με τούβλα και γυαλί, διακοσμημένο με δώρα από πολλές χώρες. Είχε χτιστεί όταν κυριαρχούσε το πανευρωπαϊκό πνεύμα της Κοινής Αγοράς και τα περισσότερα κράτη της δυτικής Ευρώπης αποφάσισαν να συγκεντρώσουν το ταλέντο και τους πόρους τους στην υπόθεση της πρόγνωσης του καιρού. Οι Ευρωπαίοι απέδωσαν την επιτυχία τους στη νεαρή ηλικία του προσωπικού και στην εναλλαγή του — δεν ήταν δημόσια υπηρεσία — καθώς και στον υπερυπολογιστή Cray, που φαινόταν πάντα να βρίσκεται ένα βήμα πιο μπροστά από τον αντίστοιχο αμερικάνικο.

Η πρόγνωση του καιρού ήταν η αρχή αλλά όχι και το τέλος της προσπάθειας να χρησιμοποιηθούν οι υπολογιστές για να γίνουν μοντέλα πολύπλοκων συστημάτων. Οι ίδιες τεχνικές εξυπηρετούσαν πολλές κατηγορίες φυσικών και κοινωνικών επιστημόνων που έλπιζαν ότι θα μπορούσαν να προβλέπουν το καθετί, από τις μικρής κλίμακας ροές των ρευστών που ενδιέφεραν

τους σχεδιαστές ελίκων, μέχρι τις τεράστιες οικονομικές ροές που ενδιέφεραν τους οικονομολόγους. Πράγματι, από τις δεκαετίες του 1970 και του 1980 οι οικονομικές προβλέψεις με τη βοήθεια υπολογιστών έμοιαζαν στ' αλήθεια με τη γενική πρόγνωση του καιρού. Τα μοντέλα περνούσαν μέσα από πολύπλοκα και κάπως αυθαίρετα συμπλέγματα εξισώσεων, με στόχο να στρέψουν τις μετρήσεις των αρχικών συνθηκών — της ατμοσφαιρικής πίεσης ή της προμήθειας χρημάτων — σε μια προσομοίωση των μελλοντικών τάσεων. Οι προγραμματιστές είχαν την ελπίδα ότι τα αποτελέσματα δε θα παραμορφώνονταν πολύ από τις πολλές αναπόφευκτες απλοποιητικές υποθέσεις. Αν ένα μοντέλο έδινε κάτι ολοφάνερα παράξενο — πλημμύρες στη Σαχάρα ή τριπλασιασμό των επιτοκίων — οι προγραμματιστές θα αναθεωρούσαν τις εξισώσεις για να ευθυγραμμίσουν το αποτέλεσμα με τις προσδοκίες τους. Στην πράξη, τα οικονομετρικά μοντέλα αποδείχτηκαν θλιβερά τυφλά στην πρόβλεψη του μέλλοντος, αλλά πολλοί άνθρωποι που θα 'πρεπε να γνωρίζουν καλύτερα ενεργούσαν σαν να πίστευαν απόλυτα στα αποτελέσματα που έπαιρναν. Προβλέψεις της οικονομικής ανάπτυξης ή της ανεργίας διατυπώνονταν με ακρίβεια της τάξης των δύο ή τριών δεκαδικών θέσεων. Κυβερνήσεις και οικονομικά ιδρύματα πλήρωναν για τέτοιες προβλέψεις και ενεργούσαν με βάση αυτές, ίσως από ανάγκη ή γιατί έλειπε κάτι καλύτερο. Ίσως να ήξεραν ότι μεταβλητές όπως «η αισιοδοξία του καταναλωτή» δεν μπορούσαν να μετρηθούν τόσο καλά όσο η «υγρασία» και ότι οι τέλειες διαφορικές εξισώσεις για την πολιτική εξέλιξη και τη μόδα δεν είχαν γραφτεί ακόμα. Λίγοι όμως συνειδητοποιούσαν πόσο εύθραυστη ήταν η ίδια η διαδικασία της δημιουργίας μοντέλων ροών σε υπολογιστές, ακόμα κι όταν τα δεδομένα ήταν λογικά αξιόπιστα και οι νόμοι καθαρά φυσικοί, όπως στην πρόγνωση του καιρού.

Η δημιουργία μοντέλων με τη βοήθεια υπολογιστή είχε πράγματι καταφέρει να μεταβάλει το ζήτημα του καιρού από τέχνη σε επιστήμη. Οι εκτιμήσεις του Ευρωπαϊκού Κέντρου υποστήριζαν ότι ο κόσμος γλιτώνει δισεκατομμύρια δολάρια κάθε χρόνο από προβλέψεις που στατιστικά ήταν καλύτερες από το τίποτα. Αλλά ακόμα και οι καλύτερες προβλέψεις του κόσμου, πέρα από δύο ή τρεις μέρες, ήταν εικοτολογικές και πέρα από έξι ή εφτά μέρες ήταν άχρηστες.

Η αιτία ήταν το Φαινόμενο της Πεταλούδας. Για μικρά τμήματα του καιρού — και σε μια γενική πρόγνωση μικρό μπορεί να σημαίνει καταιγίδες και χιονοθύελλες — κάθε πρόβλεψη εκφυλίζεται γρήγορα. Τα σφάλματα και οι αβεβαιότητες πολλαπλασιάζονται μέσα από μια αλυσίδα ανυπότακτων συμβάντων, από αμμοθύελλες και μπόρες μέχρι ανεμοστρόβιλους μεγάλους σαν μια ολόκληρη ήπειρο, που μόνο οι δορυφόροι μπορούν να δουν.

Τα σύγχρονα μοντέλα καιρού λειτουργούν με ένα πλέγμα σημείων που απέχουν μεταξύ τους εξήντα μίλια και, παρ' όλα αυτά, πρέπει να προβλεφτούν μερικά αρχικά δεδομένα, αφού οι σταθμοί εδάφους και οι δορυφόροι δεν μπορούν να βλέπουν παντού. Ας υποθέσουμε όμως ότι η Γη θα μπορούσε να καλυφθεί με ανιχνευτές που να απέχουν μεταξύ τους ένα πόδι και να υψώνονται κατά διαστήματα ενός ποδιού μέχρι την πάνω άκρη της ατμόσφαιρας. Ας υποθέσουμε ακόμα ότι κάθε ανιχνευτής δίνει τέλειες αναγνώσεις της θερμοκρασίας, της πίεσης, της υγρασίας και οποιασδήποτε άλλης ποσότητας θα ήθελε ένας μετεωρολόγος. Ακριβώς το μεσημέρι, ένας υπολογιστής απεριόριστα ισχυρός παίρνει όλα τα δεδομένα και υπολογίζει τι θα συμβεί σε κάθε σημείο στις 12.01 μετά στις 12.02 μετά στις 12.03 ...

Ο υπολογιστής δε θα μπορεί να προβλέψει αν στο Πρίνστον του Νιου Τζέρσεϋ θα υπάρχει ήλιος ή βροχή κάποια μέρα μετά από ένα μήνα. Στις 12.00, στα διαστήματα ανάμεσα στους ανιχνευτές θα κρύβονται αυξομειώσεις που ο υπολογιστής δε θα γνωρίζει, μικρές αποκλίσεις από τη μέση συμπεριφορά. Στις 12.01 αυτές οι διακυμάνσεις θα έχουν ήδη δημιουργήσει μικρά σφάλματα ένα πόδι πιο πέρα. Γρήγορα τα σφάλματα θα έχουν πολλαπλασιαστεί στην κλίμακα των δέκα ποδιών, κι αυτό θα συνεχίζεται μέχρι το μέγεθος της υδρογείου.

Ακόμα και για έμπειρους μετεωρολόγους, όλα αυτά αντίκεινται στη διαίσθηση. Ένας από τους πιο παλιούς φίλους του Λόρεντζ ήταν και ο Ρόμπερτ Χουάιτ (Robert White), επισκέπτης καθηγητής της μετεωρολογίας στο MIT, που αργότερα έγινε επικεφαλής της Εθνικής Διεύθυνσης Ωκεανών και Ατμόσφαιρας (National Oceanic and Atmospheric Administration). Ο Λόρεντζ του μίλησε για το Φαινόμενο της Πεταλούδας και του είπε τι σήμαινε αυτό, κατά τη γνώμη του, για τις προβλέψεις μεγάλης

κλίμακας. Ο Χουάιτ έδωσε την απάντηση του Φον Νόυμαν. «Αυτό δεν είναι πρόβλεψη», είπε, «αυτό είναι έλεγχος του καιρού». Η άποψη του ήταν ότι μικρές τροποποιήσεις, που βρίσκονται μέσα στις ανθρώπινες δυνατότητες, μπορούσαν να προκαλέσουν επιθυμητές αλλαγές μεγάλης κλίμακας.

Ο Λόρεντζ έβλεπε αυτό το ζήτημα διαφορετικά. Ναι, μπορούσες να αλλάξεις τον καιρό. Μπορούσες να τον οδηγήσεις να κάνει κάτι διαφορετικό από ό,τι θα έκανε αλλιώς. Αλλά αν το έκανες, τότε δε θα *ήξερες* ποτέ τι θα γινόταν χωρίς την παρέμβαση σου. Θα ήταν σαν να ανακάτευες άλλη μια φορά μια καλά ανακατεμένη τράπουλα. Ξέρεις ότι αυτό θα αλλάξει την τύχη σου, αλλά δεν ξέρεις αν θα είναι προς το καλύτερο ή προς το χειρότερο.

Η ΑΝΑΚΑΛΥΨΗ του Λόρεντζ ήταν ένα τυχαίο γεγονός, άλλο ένα σε μια σειρά που πηγαίνει πίσω μέχρι τον Αρχιμήδη και το λουτρό του. Ο Λόρεντζ δεν ήταν ο τύπος που θα φώναζε *Εύρηκα.* Το χάρισμα που είχε να βρίσκει πολύτιμα πράγματα τυχαία και σε απίθανα μέρη τον οδήγησε σε μια θέση όπου βρισκόταν πάντα. Ήταν έτοιμος να διερευνήσει τις συνέπειες της ανακάλυψης του μελετώντας τι έπρεπε να σημαίνει για τον τρόπο που η επιστήμη καταλάβαινε τις ροές σε όλα τα είδη ρευστών.

Αν είχε σταματήσει στο Φαινόμενο της Πεταλούδας, δηλαδή σε μια εικόνα της δυνατότητας για πρόβλεψη που ανοίγει το δρόμο στο καθαρά τυχαίο, τότε δε θα είχε δώσει παρά κάποια άσχημα νέα. Αλλά ο Λόρεντζ στο μοντέλο του για τον καιρό είδε κάτι περισσότερο από το τυχαίο. Είδε μια θαυμάσια γεωμετρική δομή, μια τάξη *μεταμφιεσμένη* σε τυχαίο. Ήταν μαθηματικός με ρούχα μετεωρολόγου, και τώρα άρχιζε να ζει μια διπλή ζωή. Θα έγραφε άρθρα καθαρής μετεωρολογίας. Θα έγραφε όμως και άρθρα καθαρά μαθηματικά, με μια ελαφρά παραπλανητική αναφορά στον καιρό ως πρόλογο. Τελικά οι πρόλογοι θα εξαφανίζονταν εντελώς.

Έστρεψε την προσοχή του όλο και περισσότερο στα μαθηματικά των συστημάτων που δεν έβρισκαν ποτέ μια σταθερή κατάσταση, συστημάτων που σχεδόν επαναλαμβάνονταν αλλά ποτέ απόλυτα. Όλοι ήξεραν ότι ο καιρός ήταν ένα τέτοιο σύστημα — μη περιοδικό. Η φύση, όμως, είναι γεμάτη από συστήματα με

διαφορετική συμπεριφορά: πληθυσμοί ζώων που εμφανίζονται και χάνονται με σχεδόν τακτικό τρόπο, επιδημίες που έρχονται και φεύγουν κατά ένα σχεδόν εκπληκτικά τακτικό χρονοδιάγραμμα. Αν ο καιρός έφτανε ποτέ σε μια κατάσταση ακριβώς ίδια με μια προηγούμενη, με κάθε ριπή του ανέμου και κάθε σύννεφο ίδια, τότε πιθανόν θα άρχιζε από κείνη τη στιγμή και μετά να επαναλαμβάνεται για πάντα, οπότε το πρόβλημα της πρόγνωσης θα γινόταν ασήμαντο.

Ο Λόρεντζ διέκρινε ότι θα πρέπει να υπήρχε μια σύνδεση ανάμεσα στην απροθυμία του καιρού να επαναλαμβάνεται και στην αδυναμία των ανθρώπων να τον προβλέπουν — μια σύνδεση ανάμεσα στη μη περιοδικότητα και στην αδυναμία για πρόβλεψη. Δεν ήταν εύκολο να βρεθούν απλές εξισώσεις που να δίνουν την έλλειψη της περιοδικότητας που αναζητούσε. Αρχικά ο υπολογιστής του είχε μια τάση να κλειστεί μέσα σε επαναλαμβανόμενους κύκλους. Αλλά ο Λόρεντζ δοκίμασε διαφορετικά είδη δευτερευουσών περιπλοκών και τελικά τα κατάφερε όταν έβαλε μια εξίσωση που διαφοροποιούσε το ποσό της θερμότητας από την ανατολή προς τη δύση, αντίστοιχα με τη διαφοροποίηση που υπάρχει στον πραγματικό κόσμο ανάμεσα στον τρόπο που θερμαίνει ο ήλιος τις ανατολικές ακτές της Βόρειας Αμερικής, για παράδειγμα, και στον τρόπο που θερμαίνει τον Ατλαντικό Ωκεανό. Η επανάληψη εξαφανίστηκε.

Το Φαινόμενο της Πεταλούδας δεν ήταν τυχαίο γεγονός — ήταν αναγκαίο. Ας υποθέσουμε, σκέφτηκε, ότι μικρές διαταραχές παραμένουν μικρές και δεν εξαπλώνονται σε όλο το σύστημα. Τότε, όταν ο καιρός περάσει αρκετά κοντά από μια κατάσταση που είχε περάσει και πριν, θα πρέπει να *παραμείνει* αρκετά κοντά στην πορεία που είχε ακολουθήσει. Για πρακτικούς λόγους, οι κύκλοι θα μπορούσαν να προβλεφτούν — και τελικά δε θα είχαν κανένα ενδιαφέρον. Για να προκύψει το πλούσιο ρεπερτόριο του πραγματικού καιρού της Γης, η όμορφη πολλαπλότητα του, δύσκολα θα βρίσκατε κάτι καλύτερο από το Φαινόμενο της Πεταλούδας.

Το Φαινόμενο της Πεταλούδας πήρε ένα τεχνικό όνομα: ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες. Και η ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες δεν ήταν εντελώς καινούρια έννοια. Είχε μια θέση στη λαϊκή παράδοση:

Για ένα καρφί, χάθηκε το πέταλο·
Για ένα πέταλο, χάθηκε το άλογο·
Για ένα άλογο, χάθηκε ο καβαλάρης·
Για έναν καβαλάρη, χάθηκε η μάχη-
Για μια μάχη, χάθηκε η αυτοκρατορία!

Στην επιστήμη, όπως και στη ζωή, ξέρουμε καλά πως μια αλυσίδα από γεγονότα μπορεί να έχει ένα σημείο κρίσης που να μεγεθύνει μικρές αλλαγές. Χάος όμως σήμαινε ότι τέτοια σημεία βρίσκονταν διάχυτα παντού. Σε συστήματα όπως ο καιρός, η ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες ήταν μια αναπόφευκτη συνέπεια του τρόπου με τον οποίο οι μικρές κλίμακες είναι συνυφασμένες με τις μεγάλες.

Οι συνάδελφοι του Λόρεντζ έμειναν έκπληκτοι που, στο μοντέλο του για τον καιρό, είχε μιμηθεί και την απουσία περιοδικότητας και την ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες: δώδεκα εξισώσεις που είχαν υπολογιστεί πάλι και πάλι με μια αλύπητη μηχανική αποτελεσματικότητα. Πώς μπορούσε ένας τέτοιος πλούτος, μια τέτοια αδυναμία πρόβλεψης — ένα τέτοιο χάος — να προκύψει από ένα απλό ντετερμινιστικό σύστημα;

Ο ΛΟΡΕΝΤΖ ΕΒΑΛΕ στην άκρη τον καιρό και αναζήτησε ακόμα πιο απλούς τρόπους για να παραγάγει αυτή την πολύπλοκη συμπεριφορά. Βρήκε τελικά έναν τέτοιο τρόπο, σε ένα σύστημα με τρεις μόλις εξισώσεις. Οι εξισώσεις αυτές ήταν μη γραμμικές, που σημαίνει ότι εκφράζουν σχέσεις που δεν είναι αυστηρής αναλογίας. Οι γραμμικές σχέσεις μπορούν να παρασταθούν με μια ευθεία γραμμή σε ένα διάγραμμα. Τις γραμμικές σχέσεις τις συλλαμβάνει εύκολα το μυαλό' όπως όταν λέμε «όσο πιο πολλά, τόσο πιο καλά». Οι γραμμικές εξισώσεις λύνονται, κι αυτό τις κάνει κατάλληλες για σχολικά βιβλία. Τα γραμμικά συστήματα έχουν ένα σημαντικό δομικό πλεονέκτημα: μπορείτε να τα πάρετε χωριστά και μετά να τα ξαναβάλετε μαζί — τα τμήματα τους αθροίζονται.

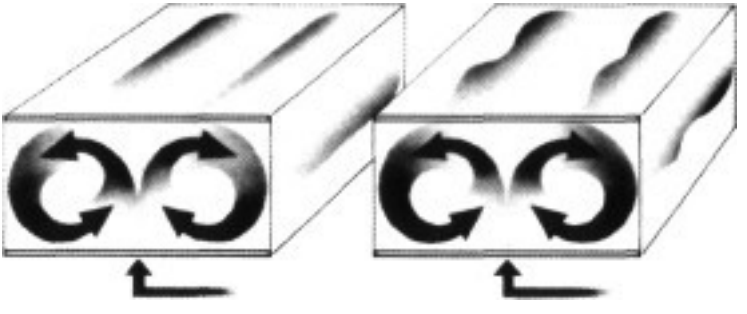
Τα μη γραμμικά συστήματα γενικά δεν λύνονται και δεν αποτελούν αθροίσματα επί μέρους τμημάτων. Στα συστήματα ρευστών και στα μηχανικά συστήματα, οι μη γραμμικοί όροι είναι

εκείνοι που οι άνθρωποι θέλουν να αγνοούν, όταν προσπαθούν να καταλάβουν καλά τις απλές περιπτώσεις. Ένα παράδειγμα είναι η τριβή. Χωρίς τριβή, η δύναμη που χρειάζεται για να επιταχυνθεί ο δίσκος του χόκεϋ στον πάγο εκφράζεται με μια απλή γραμμική εξίσωση. Με τριβή, η σχέση γίνεται πολύπλοκη, γιατί η δύναμη μεταβάλλεται ανάλογα με το πόσο γρήγορα κινείται ο δίσκος. Μη γραμμικότητα σημαίνει ότι η διαδικασία του παιχνιδιού έχει έναν τρόπο να μεταβάλλει τους κανόνες. Δεν μπορούμε να αποδώσουμε μια σταθερή σπουδαιότητα στην τριβή, γιατί η σπουδαιότητα της εξαρτάται από την ταχύτητα. Η ταχύτητα, με τη σειρά της, εξαρτάται από την τριβή. Αυτή η συστρεφόμενη δυνατότητα μεταβολής κάνει δύσκολο να υπολογιστεί η μη γραμμικότητα, αλλά ταυτόχρονα δημιουργεί πλούσια είδη συμπεριφοράς που δεν υπάρχουν ποτέ σε γραμμικά συστήματα*. Στη δυναμική των ρευστών, καθετί ανάγεται σε μια κανονική εξίσωση, την εξίσωση Νάβιερ-Στόουκς (Navier-Stokes). Είναι ένα θαύμα συντομίας που συσχετίζει την ταχύτητα ενός ρευστού, την πίεση, την πυκνότητα και την εσωτερική τριβή, αλλά αυτή η σχέση είναι μη γραμμική. Έτσι η φύση αυτών των σχέσεων συχνά είναι αδύνατο να σταθεροποιηθεί. Η ανάλυση της συμπεριφοράς μιας μη γραμμικής εξίσωσης, όπως η εξίσωση Νάβιερ-Στόουκς, μοιάζει σαν να περπατάς σ' ένα λαβύρινθο, που οι τοίχοι του αναδιατάσσονται μόνοι τους σε κάθε σου βήμα. Όπως είπε ο ίδιος ο Φον Νόυμαν, «ο χαρακτήρας της εξίσωσης ... αλλάζει ταυτόχρονα από όλες τις απόψεις: μεταβάλλονται και η τάξη και ο βαθμός. Συνεπώς, πρέπει να περιμένουμε μεγάλες μαθηματικές δυσκολίες». Ο κόσμος θα ήταν διαφορετικός — και η επιστήμη δε θα χρειαζόταν το χάος — μόνο αν η εξίσωση Νάβιερ-Στόουκς δεν περιείχε το δαίμονα της μη γραμμικότητας.

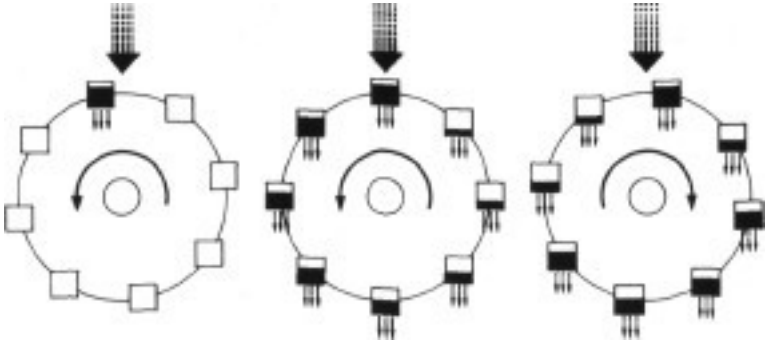
Οι τρεις εξισώσεις του Λόρεντζ προήλθαν από ένα συγκεκριμένο είδος κίνησης ρευστών: η ανύψωση του ζεστού αερίου ή υγρού, που είναι γνωστή ως μεταφορά θερμότητας. Στην ατμό-

* Η ύπαρξη τριβής δεν συνεπάγεται απαραίτητα τη μη γραμμικότητα. Υπάρχουν δυνάμεις τριβών που εξαρτώνται γραμμικά από την ταχύτητα του κινούμενου σώματος. Ο συγγραφέας προφανώς εννοεί τη γενική περίπτωση που οι δυνάμεις τριβών είναι μη γραμμικές συναρτήσεις της ταχύτητας. (Σ.τ.ε.).

σφαίρα, η μεταφορά θερμότητας ανακινεί τον αέρα που ζεσταίνεται από την ηλιοκαμένη γη, και τα λαμπυρίζοντα ρεύματα μεταφοράς ανεβαίνουν σαν φαντάσματα πάνω απ' τη ζεστή άσφαλτο και τα θερμαντικά σώματα. Στον Λόρεντζ άρεσε να μιλάει για τη μεταφορά της θερμότητας σ' ένα φλιτζάνι ζεστό καφέ. Όπως έλεγε, ήταν μια από τις αμέτρητες υδροδυναμικές διαδικασίες του σύμπαντος μας, που ίσως κάποτε θελήσουμε να προβλέψουμε τη μελλοντική της συμπεριφορά. Πώς μπορούμε να υπολογίσουμε πόσο γρήγορα θα κρυώσει ένα φλιτζάνι καφέ; Αν ο καφές είναι απλώς ζεστός, η θερμότητα του θα διασκορπιστεί χωρίς καμία απολύτως υδροδυναμική κίνηση. Ο καφές παραμένει σε μια σταθερή κατάσταση. Αν όμως είναι αρκετά ζεστός, τότε μια θερμική ανακατάταξη θα φέρει το ζεστό καφέ από το κάτω μέρος του φλιτζανιού πάνω, στην πιο κρύα επιφάνεια. Η μεταφορά αυτή φαίνεται καθαρά στον καφέ, αν έχουμε ρίξει λίγη κρέμα μέσα στο φλιτζάνι. Οι δίνες μπορεί να είναι πολύπλοκες.



ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΡΕΥΣΤΌ. Όταν ένα υγρό ή αέριο θερμαίνεται από κάτω, οργανώνονται ρεύματα σε κυλινδρικό σχήμα *(αριστερά)*. Το θερμό ρευστό ανεβαίνει από τη μια πλευρά, χάνει θερμότητα και κατεβαίνει από την άλλη πλευρά — αυτή είναι η διαδικασία της μεταφοράς θερμότητας. Όταν η θερμότητα αυξηθεί περισσότερο *(δεξιά)*, δημιουργείται μια αστάθεια και οι περιστροφές δημιουργούν έναν κυματισμό (τρεμούλιασμα) που κινείται μπρος πίσω κατά μήκος των κυλίνδρων. Σε ακόμα μεγαλύτερες θερμοκρασίες, η ροή γίνεται άγρια και στροβιλώδης.



Ο ΥΔΑΤΟΤΡΟΧΟΣ ΤΟΥ ΛΟΡΕΝΤΖ. Το πρώτο διάσημο χαοτικό σύστημα που ανακαλύφθηκε από τον Λορεντζ αντιστοιχεί ακριβώς σε μια μηχανική διάταξη: έναν υδατοτροχό. Αυτή η απλή συσκευή αποδείχνεται ικανή να παρουσιάσει εκπληκτικά πολύπλοκη συμπεριφορά.

Η περιστροφή του υδατοτροχού έχει μερικές από τις ιδιότητες των περιστρεφόμενων κυλίνδρων υγρού στη διαδικασία της μεταφοράς θερμότητας. Ο υδατοτροχός είναι σαν μια φέτα απ' αυτόν τον κύλινδρο. Και τα δύο συστήματα ωθούνται σταθερά — με νερό ή με θερμότητα — και καταναλώνουν ενέργεια. Το ρευστό χάνει θερμότητα. Τα δοχεία χάνουν νερό. Και στα δύο συστήματα, η μακροσκοπική συμπεριφορά εξαρτάται από το πόσο πολλή είναι η ωθούσα ενέργεια.

Είναι όμως φανερή η τελική κατάληξη ενός τέτοιου συστήματος. Επειδή η θερμότητα διασκορπίζεται και επειδή η τριβή επιβραδύνει ένα κινούμενο ρευστό, η κίνηση αναπόφευκτα θα σταματήσει. Ο Λορεντζ είπε με κάποια ειρωνεία σε μια συγκέντρωση επιστημόνων: «Ίσως να έχουμε προβλήματα στην πρόβλεψη της θερμοκρασίας του καφέ ένα λεπτό μετά, αλλά θα είχαμε ελάχιστες δυσκολίες στην πρόβλεψη μας μία ώρα μετά». Οι εξισώσεις της κίνησης που ισχύουν για ένα φλιτζάνι καφέ που κρυώνει πρέπει να αντανακλούν την κατάληξη του συστήματος. Πρέπει να εκφράζουν τον διασκορπισμό. Η θερμοκρασία πρέπει να

Από πάνω χύνεται νερό με σταθερό ρυθμό. Αν η ροή του νερού στον υδατοτροχό είναι αργή, το πάνω δοχείο δε γεμίζει ποτέ τόσο ώστε να ξεπεράσει την τριβή, και ο τροχός δεν αρχίζει ποτέ να γυρίζει. (Με τον ίδιο τρόπο, σε ένα ρευστό, αν η θερμότητα είναι πολύ μικρή για να ξεπεραστεί η εσωτερική τριβή, το ρευστό δεν θα τεθεί σε κίνηση.)

Αν η ροή είναι πιο γρήγορη, το βάρος του πάνω δοχείου θέτει τον τροχό σε κίνηση *(αριστερά)*. Ο υδατοτροχός μπορεί να σταθεροποιηθεί σε μια περιστροφή που γίνεται με σταθερό ρυθμό *(κέντρο)*.

Αλλά αν η ροή είναι ακόμα πιο γρήγορη *(δεξιά)*, η περιστροφή μπορεί να γίνει χαοτική, εξαιτίας των μη γραμμικών επιδράσεων που υπάρχουν στο σύστημα. Καθώς τα δοχεία περνούν κάτω από το νερό που τρέχει, η ποσότητα που παίρνουν εξαρτάται από την ταχύτητα της περιστροφής. Αν ο τροχός περιστρέφεται γρήγορα, τα δοχεία έχουν λίγο χρόνο για να γεμίσουν. (Με τον ίδιο τρόπο, το ρευστό έχει λίγο χρόνο για να απορροφήσει θερμότητα, κατά τη μεταφορά θερμότητας από έναν γρήγορα περιστρεφόμενο κύλινδρο μεταφοράς.) Επίσης, αν ο τροχός περιστρέφεται γρήγορα, τα δοχεία μπορεί να αρχίζουν να ανεβαίνουν από την άλλη πλευρά, πριν προφτάσουν να αδειάσουν. Συνεπώς, αν τα δοχεία που βρίσκονται από την πλευρά της ανόδου είναι βαριά, η περιστροφή μπορεί να επιβραδυνθεί, να σταματήσει, και τελικά να αναστραφεί.

Στην πραγματικότητα, ο Λόρεντζ ανακάλυψε ότι, σε μεγάλες χρονικές περιόδους, η περιστροφή μπορεί να αναστρέφεται από μόνη της πολλές φορές, χωρίς σταθερό ρυθμό, και να επαναλαμβάνεται αλλά όχι με προβλέψιμο τρόπο.

οδηγείται προς τη θερμοκρασία του δωματίου και η ταχύτητα πρέπει να τείνει στο μηδέν.

Ο Λόρεντζ πήρε ένα σύνολο εξισώσεων για τη διάδοση της θερμότητας και το απογύμνωσε μέχρι το κόκαλο, πετώντας καθετί περιττό και κάνοντας το απίστευτα απλό. Σχεδόν τίποτα δεν έμεινε από το αρχικό μοντέλο, άφησε όμως τη μη γραμμικότητα. Στους φυσικούς, οι εξισώσεις φαίνονταν εύκολες. Τους έριχνες μια ματιά — όπως πολλοί επιστήμονες στα χρόνια που ακολούθησαν — και έλεγες: *Κι εγώ θα μπορούσα να τις λύσω.*

«Ναι», έλεγε ο Λόρεντζ ήρεμα, «έχεις την τάση να σκέφτεσαι

κάτι τέτοιο όταν τις βλέπεις. Υπάρχουν σ' αυτές μερικοί μη γραμμικοί όροι, σκέφτεσαι όμως ότι θα πρέπει να υπάρχει ένας τρόπος να τους παρακάμψεις. Αλλά δεν μπορείς».

Το πιο απλό είδος μεταφοράς που βρίσκουμε στα εγχειρίδια συντελείται σε διαφανή δοχεία υγρών, δοχεία με επίπεδο πυθμένα που μπορεί να θερμαίνεται και επίπεδη οροφή που μπορεί να ψύχεται. Η διαφορά της θερμοκρασίας ανάμεσα στο θερμό πυθμένα και την ψυχρή οροφή καθορίζει τη ροή. Αν η διαφορά είναι μικρή, το σύστημα παραμένει ήρεμο. Η θερμότητα διαδίδεται προς τα πάνω με αγωγή, όπως μέσα από μια μεταλλική ράβδο, χωρίς να υπερνικά τη φυσική τάση του υγρού να παραμείνει σε ηρεμία. Επιπλέον, το σύστημα είναι ευσταθές. Κάθε τυχαία κίνηση που μπορεί να γίνει όταν, ας πούμε, ένας σπουδαστής χτυπήσει τη συσκευή, θα τείνει να εξαφανιστεί, αφήνοντας το σύστημα να επιστρέψει στη σταθερή του κατάσταση.

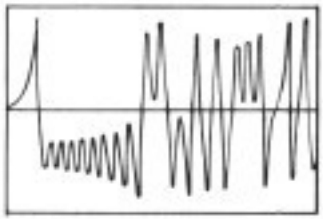
Αν όμως αυξήσουμε τη θερμότητα, θα εμφανιστεί ένα νέο είδος συμπεριφοράς. Καθώς το κάτω μέρος του ρευστού θερμαίνεται, διαστέλλεται. Καθώς διαστέλλεται, γίνεται λιγότερο πυκνό. Καθώς γίνεται λιγότερο πυκνό, γίνεται πιο ελαφρό, τόσο ώστε ξεπερνά την τριβή και ωθείται προς την επιφάνεια. Σε ένα προσεκτικά σχεδιασμένο δοχείο, αναπτύσσεται μια κυλινδρική περιστροφή: το θερμό ρευστό ανεβαίνει από τη μια πλευρά ενώ το ψυχρό κατεβαίνει από την άλλη. Αν το δούμε από το πλάι, η κίνηση σχηματίζει ένα συνεχή κύκλο. Αλλά και η φύση δημιουργεί συχνά, έξω από το εργαστήριο, τα δικά της «δοχεία» μεταφοράς. Όταν ο ήλιος θερμαίνει το έδαφος της ερήμου, για παράδειγμα, ο περιστρεφόμενος αέρας μπορεί να δημιουργεί σχήματα σκιάς πάνω στα σύννεφα ή πάνω στην άμμο.

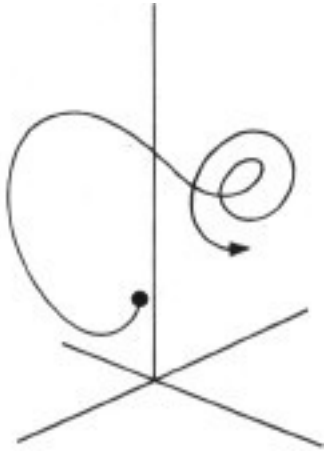
Αν αυξήσουμε ακόμα περισσότερο τη θερμότητα, η συμπεριφορά γίνεται πιο περίπλοκη. Οι κύλινδροι αρχίζουν να τρεμουλιάζουν. Οι απογυμνωμένες εξισώσεις του Λόρεντζ ήταν πολύ απλές για να απεικονίσουν αυτή την πολυπλοκότητα. Περιέγραφαν ένα μόνο από τα χαρακτηριστικά της μεταφοράς θερμότητας στον πραγματικό κόσμο: την κυκλική κίνηση του θερμού υγρού (που ανεβαίνει και περιστρέφεται σαν ένας τροχός του λούνα παρκ). Οι εξισώσεις έπαιρναν υπόψη τους την ταχύτητα αυτής της κίνησης και τη μεταφορά της θερμότητας. Αυτές οι φυσικές

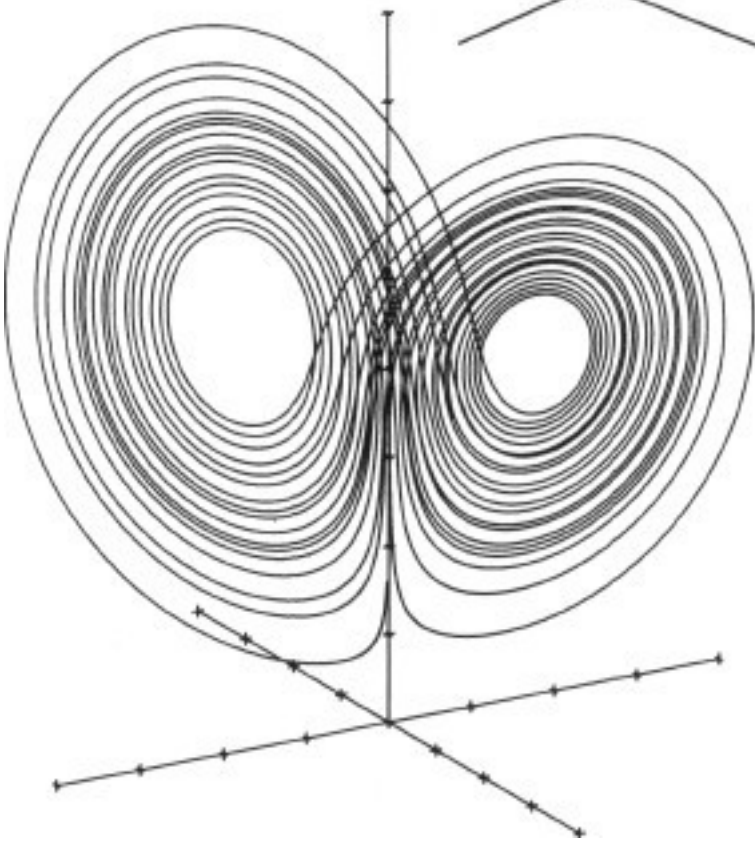
διαδικασίες επιδρούσαν η μια πάνω στην άλλη. Καθώς ένα συγκεκριμένο μικρό τμήμα του θερμού υγρού ανέβαινε προς τα πάνω, ερχόταν σε επαφή με το ψυχρότερο υγρό και έτσι άρχιζε να χάνει θερμότητα. Αν ο κύκλος κινούνταν αρκετά γρήγορα, το τμήμα του υγρού δε θα έχανε όλη τη θερμότητα του όταν θα έφτανε στην κορυφή, και θα συνέχιζε να κινείται στην άλλη πλευρά του κυλίνδρου· έτσι θα άρχιζε πραγματικά να αντιτίθεται στην ορμή του άλλου θερμού υγρού που θα ανέβαινε πίσω του.

Αν και το σύστημα του Λόρεντζ δεν απεικόνιζε πλήρως τη μεταφορά θερμότητας, είχε ωστόσο συγκεκριμένες αναλογίες με πραγματικά συστήματα. Για παράδειγμα, οι εξισώσεις του περιγράφουν με ακρίβεια ένα παλιού τύπου ηλεκτρικό δυναμό, τον πρόγονο των σύγχρονων γεννητριών, όπου το ρεύμα ρέει μέσω ενός δίσκου που περιστρέφεται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο. Κάτω από ορισμένες συνθήκες, η λειτουργία του δυναμό μπορεί να αντιστραφεί. Και μερικοί επιστήμονες, όταν οι εξισώσεις του Λορέντζ έγιναν περισσότερο γνωστές, υποστήριξαν ότι η συμπεριφορά ενός τέτοιου δυναμό μπορεί να προσφέρει μια ερμηνεία για ένα άλλο ιδιόμορφο αντιστρεπτό φαινόμενο: το μαγνητικό πεδίο της Γης. Είναι γνωστό ότι το «γεωδυναμό» έχει «τρελαθεί» πολλές φορές στην ιστορία της Γης, και κατά διαστήματα που φαίνονται ακανόνιστα και ακατανόητα. Μπροστά σε μια τέτοια αταξία, οι θεωρητικοί τυπικά αναζητούν ερμηνείες έξω από το σύστημα, προτείνοντας αιτίες όπως οι επιδρομές μετεωριτών. Ίσως όμως το γεωδυναμό να περιέχει το δικό του χάος.

Ένα άλλο σύστημα που περιγράφεται με ακρίβεια από τις εξισώσεις Λόρεντζ είναι ένα ορισμένο είδος υδατοτροχών, ένα μηχανικό ανάλογο του περιστρεφόμενου κύκλου της μεταφοράς θερμότητας. Στην κορυφή, το νερό στάζει σταθερά σε δοχεία που κρέμονται από το πλαίσιο του τροχού. Κάθε δοχείο έχει σταθερή διαρροή από μια μικρή τρύπα. Αν η ροή του νερού είναι μικρή, τα πάνω δοχεία δε γεμίζουν ποτέ αρκετά γρήγορα ώστε να ξεπεράσουν την τριβή, αλλά, αν η ροή είναι πιο γρήγορη, το βάρος αρχίζει να στρέφει τον τροχό. Η περιστροφή μπορεί να γίνει συνεχής. Αλλιώς, αν η ροή είναι τόσο γρήγορη ώστε τα βαριά δοχεία να περάσουν από το κάτω μέρος και να αρχίσουν να ανεβαίνουν από την άλλη πλευρά, τότε ο τροχός μπορεί να επιβραδυνθεί, να σταματήσει και να αντιστρέψει την







περιστροφή του, γυρνώντας πρώτα από τη μια και μετά από την άλλη πλευρά.

Η διαίσθηση ενός φυσικού σχετικά με ένα τέτοιο απλό μηχανικό σύστημα — ή καλύτερα η πριν από το χάος διαίσθηση του — του λέει ότι μακροπρόθεσμα, αν η ροή του νερού δεν διαφοροποιούνταν, το σύστημα θα κατέληγε σε μια σταθερή κατάσταση. Ο τροχός είτε θα περιστρεφόταν σταθερά, είτε θα ταλαντωνόταν σταθερά μπρος πίσω, γυρνώντας πρώτα προς τη μια κατεύθυνση και μετά προς την άλλη, σε σταθερά διαστήματα. Ο Λόρεντζ όμως βρήκε ότι τα πράγματα ήταν διαφορετικά.

Τρεις εξισώσεις, με τρεις μεταβλητές, περιέγραφαν πλήρως την κίνηση αυτού του συστήματος. Ο υπολογιστής του Λόρεντζ τύπωνε τις μεταβαλλόμενες τιμές των τριών μεταβλητών: 0-10-0, 4-12-0, 9-20-0, 16-36-2, 30-66-7, 54-115-24, 93-192-74. Οι τρεις αριθμοί αυξάνονταν και μετά μειώνονταν, καθώς περνούσαν φανταστικά διαστήματα χρόνου αποτελούμενα από πέντε, εκατό, χίλια χρονικά βήματα.

Για να δημιουργήσει ένα σχεδιάγραμμα από τα δεδομένα, ο Λόρεντζ χρησιμοποίησε κάθε τριάδα αριθμών σαν συντεταγμέ-

Ο ΕΛΚΥΣΤΗΣ ΤΟΥ ΛΟΡΕΝΤΖ. Αυτή η μαγική εικόνα, που μοιάζει με μορφή κουκουβάγιας ή με φτερά πεταλούδας, έγινε σύμβολο για τους πρώτους εξερευνητές του χάους. Αποκάλυπτε τη μικροσκοπική δομή που ήταν κρυμμένη μέσα σε μια άτακτη ροή δεδομένων. Παραδοσιακά, οι μεταβαλλόμενες τιμές οποιασδήποτε μεταβλητής μπορούσαν να εμφανιστούν σε μια λεγόμενη χρονοσειρά *(πάνω)*. Για να επιδειχτούν οι μεταβαλλόμενες σχέσεις ανάμεσα σε τρεις μεταβλητές, χρειαζόταν μια διαφορετική τεχνική. Κάθε στιγμή, οι τρεις μεταβλητές προσδιορίζουν τη θέση ενός σημείου στον τρισδιάστατο χώρο. Καθώς το σύστημα μεταβάλλεται, η κίνηση του σημείου θα παριστάνει τις συνεχώς μεταβαλλόμενες μεταβλητές.

Επειδή το σύστημα δεν επαναλαμβάνεται από μόνο του ποτέ, η τροχιά δεν τέμνει τον εαυτό της ποτέ, αλλά δημιουργεί βρόχους'επ' αόριστον. Η διπλανή εικόνα δημιουργεί κάποια σύγχυση (επειδή είναι δισδιάστατη), αλλά δίνει τη γεύση της κίνησης του πραγματικού συστήματος. Έτσι, οι διασταυρώσεις ανάμεσα στα δυο φτερά της εικόνας αντιστοιχούν στην αναστροφή κατεύθυνσης της περιστροφής του υδατοτροχού ή του μεταφερόμενου ρευστού.

νες που ορίζουν ένα σημείο στον τρισδιάστατο χώρο. Έτσι η ακολουθία των αριθμών δημιούργησε μια ακολουθία σημείων που σχημάτιζαν μία συνεχή γραμμή, μια εικόνα της συμπεριφοράς του συστήματος. Μια τέτοια γραμμή μπορεί να οδηγεί σε ένα σημείο και να σταματά, πράγμα που σημαίνει ότι το σύστημα έχει καταλήξει σε μια σταθερή κατάσταση, και οι μεταβλητές της ταχύτητας και της θερμοκρασίας δεν μεταβάλλονται πια. Αλλιώς η γραμμή μπορεί να δημιουργεί ένα βρόχο, επαναλαμβάνοντας τον συνεχώς, πράγμα που σημαίνει ότι το σύστημα έχει καταλήξει σε ένα είδος συμπεριφοράς που επαναλαμβάνεται περιοδικά.

Το σύστημα του Λόρεντζ δεν έκανε τίποτε απ' αυτά. Αντίθετα, η απεικόνιση εμφάνιζε ένα είδος άπειρης πολυπλοκότητας. Το σχήμα παρέμενε πάντα μέσα σε συγκεκριμένα όρια, δεν έβγαινε ποτέ έξω από τη σελίδα αλλά και ποτέ δεν επαναλαμβανόταν. Εμφάνιζε μια περίεργη μορφή, ένα είδος διπλής έλικας σε τρεις διαστάσεις, κάτι σαν τα δύο φτερά μιας πεταλούδας. Το σχήμα σήμαινε καθαρή αταξία, αφού κανένα σημείο ή ομάδα σημείων δεν επαναλαμβανόταν. Σήμαινε επίσης μια τάξη νέου είδους.

ΠΟΛΛΑ ΧΡΟΝΙΑ ΑΡΓΟΤΕΡΑ, οι φυσικοί έδειχναν μελαγχολικοί όποτε μιλούσαν για το άρθρο του Λόρεντζ και τις εξισώσεις του — «αυτό το αληθινό θαύμα εργασίας» . Από τότε, το άρθρο αναφερόταν σαν ένας αρχαίος πάπυρος που έκρυβε τα μυστικά της αιωνιότητας. Από τα χιλιάδες άρθρα που αποτέλεσαν την τεχνική βιβλιογραφία του χάους, λίγα αναφέρονταν τόσο πολύ όσο το άρθρο «Deterministic NonPeriodic Flow» (Ντετερμινιστική Μη περιοδική Ροή). Για πολλά χρόνια, κανένα ζήτημα δε θα ενέπνεε περισσότερα σχεδιαγράμματα, ακόμα και κινούμενες εικόνες, από τη μυστηριώδη καμπύλη που απεικονιζόταν στο τέλος, τη διπλή έλικα που έγινε γνωστή ως ελκυστής του Λόρεντζ. Για πρώτη φορά, τα σχεδιαγράμματα του Λόρεντζ έδειξαν τι εννοούμε όταν λέμε: «αυτό είναι πολύπλοκο». Σ' αυτά βρισκόταν όλος ο πλούτος του χάους.

Τότε όμως λίγοι μπορούσαν να το καταλάβουν. Ο Λόρεντζ περιέγραψε το ζήτημα αυτό στον Ουίλλεμ Μάλκους (Willem Malkus), έναν καθηγητή των εφαρμοσμένων μαθηματικών στο MIT, έναν ευγενή επιστήμονα με τεράστιες δυνατότητες στην κατά-

νόηση και αξιολόγηση των εργασιών των συναδέλφων του. Ο Μάλκους γέλασε και είπε: «Εντ, *ξέρουμε* — ξέρουμε πολύ καλά — ότι η μεταφορά της θερμότητας μέσα στα υγρά δεν κάνει καθόλου αυτά τα πράγματα». Η πολυπλοκότητα σίγουρα θα εξαφανιζόταν, του είπε ο Μάλκους, και το σύστημα θα καταστάλαζε σε μια σταθερή, κανονική κίνηση.

«Ασφαλώς, δεν είχαμε καταλάβει καθόλου αυτό το ζήτημα», έλεγε ο Μάλκους μια γενιά αργότερα — λίγα χρόνια αφότου είχε κατασκευάσει έναν πραγματικό υδατοτροχό Λόρεντζ στο εργαστήριο του για να τον δείχνει στους δύσπιστους. «Ο Εντ δε σκεφτόταν καθόλου σύμφωνα με τους νόμους της φυσικής μας. Σκεφτόταν σύμφωνα με κάποιο είδος γενικευμένου ή αφηρημένου μοντέλου, το οποίο παρουσίαζε μια συμπεριφορά που εκείνος διαισθητικά αντιλαμβανόταν ότι ήταν χαρακτηριστική κάποιων όψεων του εξωτερικού κόσμου. Δεν μπορούσε όμως να μας το εξηγήσει έτσι ακριβώς. Μόνο αφού το καταλάβαμε εμείς, πιστεύουμε ότι έτσι πρέπει να το είχε συλλάβει κι εκείνος».

Λίγοι μη ειδικοί συνειδητοποίησαν πόσο πολύ είχε διαμερισματοποιηθεί η επιστημονική κοινότητα — ένα θωρηκτό που είχε χάσει τα προστατευτικά του διαφράγματα κι έμπαζε από παντού νερά. Οι βιολόγοι είχαν πολλά να διαβάσουν χωρίς να παρακολουθούν τη μαθηματική βιβλιογραφία — το ίδιο και οι επιστήμονες της μοριακής βιολογίας που είχαν πολλά να διαβάσουν χωρίς να παρακολουθούν τη βιολογία των πληθυσμών. Οι φυσικοί είχαν να κάνουν καλύτερα πράγματα από το να ασχολούνται με περιοδικά μετεωρολογίας. Μερικοί μαθηματικοί θα έμεναν έκπληκτοι αν έβλεπαν την ανακάλυψη του Λόρεντζ. Μέσα σε μια δεκαετία, φυσικοί, αστρονόμοι και βιολόγοι αναζητούσαν κάτι ακριβώς σαν αυτό, και μερικές φορές το ξανανακάλυπταν για δική τους χρήση. Αλλά ο Λόρεντζ ήταν μετεωρολόγος και κανένας δε σκέφτηκε να αναζητήσει το χάος στη σελίδα 130 του 20ού τόμου του περιοδικού *Journal of the Atmospheric Sciences* (Περιοδικό των Επιστημών της Ατμόσφαιρας).

ΕΠΑΝΑΣΤΑΣΗ

Ασφαλώς όλη η προσπάθεια είναι να τοποθετηθείς
Έξω από τα γνωστά πλαίσια
Αυτού που ονομάζεται στατιστική.

ΣΤΕΦΕΝ ΣΠΕΝΤΕΡ

Ο ΙΣΤΟΡΙΚΟΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ Τόμας Κουν (Thomas S. Kuhn) περιγράφει ένα εκπληκτικό πείραμα που έκαναν δύο ψυχολόγοι τη δεκαετία του 1940. Έδειχναν για μια στιγμή σε κάποιους χαρτιά της τράπουλας, ένα κάθε φορά, και τους ζητούσαν να το ονομάσουν. Στο πείραμα αυτό υπήρχε ασφαλώς κάποιο τρυκ. Μερικά χαρτιά ήταν παράξενα: για παράδειγμα υπήρχε ένα κόκκινο έξι μπαστούνι ή μια μαύρη ντάμα καρό.

Όταν η διαδικασία γινόταν με μεγάλη ταχύτητα, αυτοί που υποβάλλονταν στο πείραμα τα κατάφερναν καλά. Όλα ήταν πολύ απλά. Δεν έβλεπαν καθόλου τις ανωμαλίες. Όταν τους έδειχναν ένα κόκκινο έξι μπαστούνι, έλεγαν είτε «έξι κούπα» είτε «έξι μπαστούνι». Αλλά όταν έβλεπαν το χαρτί για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, άρχιζαν να διστάζουν. Αντιλαμβάνονταν κάποιο πρόβλημα, αλλά δεν ήταν σίγουροι τι ακριβώς ήταν αυτό. Κάποιος μπορούσε να πει ότι είχε δει κάτι περίεργο, σαν ένα κόκκινο πλαίσιο γύρω από μια μαύρη κούπα.

Καθώς η ταχύτητα ελαττωνόταν, οι περισσότεροι καταλάβαιναν. Μπορούσαν να βλέπουν τα λαθεμένα χαρτιά και να κάνουν την απαραίτητη νοητική μετατόπιση ώστε να παίζουν το παιχνίδι χωρίς λάθη. Όχι όμως όλοι. Κάποιοι είχαν μια αίσθηση αποπροσανατολισμού που πραγματικά τους ταλαιπωρούσε. «Δεν μπορώ να διακρίνω ποιο χαρτί είναι αυτό», είπε ένας. «Αυτό δεν μοιάζει καθόλου με χαρτί τράπουλας. Δεν ξέρω τι χρώμα είναι ούτε αν είναι μπαστούνι ή κούπα. Δεν είμαι σίγουρος ούτε πώς είναι το μπαστούνι. Ω Θεέ μου!»

Οι επαγγελματίες επιστήμονες που ρίχνουν γρήγορες και αβέβαιες ματιές στις λειτουργίες της φύσης δεν είναι λιγότερο ευάλωτοι σ' ένα παρόμοιο άγχος και στη σύγχυση, όταν βρίσκονται αντιμέτωποι με μια δυσαρμονία. Και η δυσαρμονία, όταν αλλάζει τον τρόπο με τον οποίο βλέπει ο επιστήμονας, ανοίγει το δρόμο στις πιο σημαντικές εξελίξεις. Αυτό υποστηρίζει ο Κουν και αυτό διδάσκει η ιστορία του χάους.

Οι ιδέες του Κουν για το πώς εργάζονται οι επιστήμονες και πώς γίνονται οι επαναστάσεις προκάλεσαν, όταν τις πρωτοδημοσίευσε το 1962, τόσο την εχθρότητα όσο και το θαυμασμό, και οι διαμάχες δε σταμάτησαν ποτέ. Έμπηξε ένα αιχμηρό καρφί στην παραδοσιακή άποψη που υποστηρίζει ότι η επιστήμη προοδεύει με την αύξηση της γνώσης, πως κάθε ανακάλυψη προστίθεται στην προηγούμενη και πως οι νέες θεωρίες προκύπτουν όταν τις απαιτούν νέα πειραματικά δεδομένα/Εκανε να ξεφουσκώσει η άποψη ότι η επιστήμη είναι μια κανονική διαδικασία κατά την οποία διατυπώνονται ερωτήματα και βρίσκονται οι απαντήσεις τους. Τόνισε την αντίθεση ανάμεσα σ' αυτό που κάνει η μεγάλη μάζα των επιστημόνων που δουλεύουν πάνω σε συνηθισμένα, κατανοητά προβλήματα στα πεδία των ενδιαφερόντων τους, και στην εξαιρετική, ανορθόδοξη εργασία που προκαλεί επαναστάσεις. Έκανε, και όχι κατά τύχη, τους επιστήμονες να μη φαίνονται τέλειοι ορθολογιστές.

Σύμφωνα με το σχήμα του Κουν, η φυσιολογική επιστήμη (normal science) συνίσταται κυρίως σε διαδικασίες εκκαθάρισης (mopping-up operations). Οι πειραματικοί επαναλαμβάνουν με κάποιες τροποποιήσεις πειράματα που έχουν γίνει πολλές φορές στο παρελθόν. Οι θεωρητικοί προσθέτουν ένα λιθαράκι εδώ, αναμορφώνουν μια κορνίζα εκεί, στο οικοδόμημα της θεωρίας. Δε θα μπορούσε να είναι διαφορετικά. Αν όλοι οι επιστήμονες έπρεπε να αρχίζουν από την αρχή, διερευνώντας τα βασικά ζητήματα, θα ήταν πολύ δύσκολο να φτάσουν στο επίπεδο εκείνο της τεχνικής περιπλοκότητας που είναι απαραίτητο για να κάνουν χρήσιμη δουλειά. Την εποχή του Βενιαμίν Φραγκλίνου, οι λίγοι επιστήμονες που προσπαθούσαν να καταλάβουν τον ηλεκτρισμό μπορούσαν να διαλέγουν τις δικές τους βασικές αρχές — στην πραγματικότητα έτσι έπρεπε να κάνουν. Ένας ερευνητής ίσως να θεωρούσε την έλξη ως το πιο σημαντικό φαινόμενο του ηλε-

κτρισμού, επειδή σκεφτόταν τον ηλεκτρισμό ως ένα είδος «αναθυμιάσεων» που αναδύονταν από ουσίες. Ένας άλλος μπορεί να συλλάμβανε τον ηλεκτρισμό ως ρευστό, που μεταφέρεται από το αγώγιμο υλικό. Αυτοί οι επιστήμονες μπορούσαν να συνομιλούν με τους μη ειδικούς σχεδόν το ίδιο εύκολα όσο και μεταξύ τους, γιατί δεν είχαν φτάσει ακόμα στο στάδιο να κατέχουν μια κοινή, ειδικευμένη γλώσσα για τα φαινόμενα που μελετούσαν. Αντίθετα, οι επιστήμονες που μελετούσαν τη δυναμική των ρευστών τον 20ό αιώνα δύσκολα θα προσδοκούσαν να προωθήσουν τη γνώση στο πεδίο τους, χωρίς πρώτα να υιοθετήσουν μια ορολογία και κάποιες μαθηματικές τεχνικές. Σαν αντιστάθμισμα, οι επιστήμονες αυτοί εγκατέλειψαν, ασυναίσθητα, την εξερεύνηση ζητημάτων σχετικών με τη θεμελίωση της επιστήμης τους.

Κεντρικό σημείο στις ιδέες του Κουν είναι η θεώρηση της φυσιολογικής επιστήμης ως διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων — των προβλημάτων του είδους που μαθαίνουν οι σπουδαστές όταν πρωτοανοίγουν τα βιβλία τους. Τέτοια προβλήματα ορίζουν ένα αποδεκτό είδος επιτυχίας που καθοδηγεί τους περισσότερους επιστήμονες κατά τις πανεπιστημιακές τους σπουδές, κατά την εκπόνηση του διδακτορικού τους διπλώματος και κατά τη συγγραφή άρθρων σε περιοδικά, τα οποία αποτελούν το σύνολο της ακαδημαϊκής καριέρας. «Σε φυσιολογικές συνθήκες, ο ερευνητής επιστήμονας δεν επινοεί νέες ιδέες, αλλά λύνει γρίφους, και οι γρίφοι πάνω στους οποίους συγκεντρώνεται είναι ακριβώς εκείνοι για τους οποίους πιστεύει ότι μπορούν να διατυπωθούν και να λυθούν από την υπάρχουσα επιστημονική παράδοση», γράφει ο Κουν.

Αλλά έρχονται και οι επαναστάσεις. Μια νέα επιστήμη αναδύεται από μια άλλη που έχει φτάσει στο τέλος της. Μια επανάσταση έχει συχνά ένα χαρακτήρα που ξεπερνά τα όρια ενός επιστημονικού πεδίου — οι βασικές της ανακαλύψεις προέρχονται συνήθως από επιστήμονες που βρίσκονται έξω από τα φυσιολογικά όρια των ειδικοτήτων τους. Τα προβλήματα που βασανίζουν αυτούς τους θεωρητικούς δεν αναγνωρίζονται ως προβλήματα μιας «νόμιμης» ερευνητικής κατεύθυνσης. Προτάσεις για διδακτορικά απορρίπτονται, όπως επίσης και άρθρα που στέλνονται για δημοσίευση. Οι ίδιοι οι θεωρητικοί δεν είναι σίγουροι ότι θα αναγνώριζαν την απάντηση, αν την έβλεπαν. Δέχονται να δια-

κινδυνεύσουν την καριέρα τους. Λίγοι ελεύθερα σκεπτόμενοι που εργάζονται μόνοι τους, χωρίς να μπορούν να εξηγήσουν πού κατευθύνονται, φοβούνται ακόμα και να πουν στους συναδέλφους των τι κάνουν — αυτή η ρομαντική εικόνα βρίσκεται στην καρδιά του σχήματος του Κουν, και έχει παρατηρηθεί αρκετές φορές στην πραγματική ζωή, κατά την εξερεύνηση του χάους.

Κάθε επιστήμονας από αυτούς που ασχολήθηκαν πρώιμα με το χάος έχει να διηγηθεί κάποια ιστορία αποθάρρυνσης ή και ανοιχτής εχθρότητας. Οι μεταπτυχιακοί σπουδαστές δέχονταν προειδοποιήσεις ότι θα έθεταν σε κίνδυνο την καριέρα τους αν τα διδακτορικά τους ανήκαν σε έναν μη δοκιμασμένο κλάδο, στον οποίο οι καθηγητές τους δεν είχαν εμπειρία. Ένας επιστήμονας της σωματιδιακής φυσικής, όταν άκουγε για τα νέα μαθηματικά, ίσως να άρχιζε να παίζει μ' αυτά μόνος του, θεωρώντας τα κάτι όμορφο — όμορφο και δύσκολο — αλλά ένιωθε πως δε θα μπορούσε να μιλήσει ποτέ στους συναδέλφους του γι' αυτό. Οι πιο ηλικιωμένοι καθηγητές αισθάνονταν να υποφέρουν από κάτι σαν κρίση ηλικίας, όταν στρέφονταν σε μια κατεύθυνση έρευνας που πολλοί συνάδελφοι τους μάλλον παρεξηγούσαν ή και θεωρούσαν προσβλητική. Ταυτόχρονα όμως αισθάνονταν και την πνευματική αναστάτωση που συνοδεύει το πραγματικά νέο. Αυτό το ένιωθαν ακόμα και όσοι βρίσκονταν έξω απ' αυτές τις διαδικασίες αλλά εναρμονίζονταν μαζί τους. Για τον Φρίμαν Ντάισον (Freeman Dyson) από το Ινστιτούτο Ανωτέρων Σπουδών του Πρίνστον, τα νέα για το χάος ήρθαν τη δεκαετία του 1970 «σαν ηλεκτρικό σοκ». Άλλοι αισθάνθηκαν πως για πρώτη φορά στην επαγγελματική τους ζωή γίνονταν μάρτυρες μιας αληθινής αλλαγής Παραδείγματος* (paradigm shift), ενός μετασχηματισμού του τρόπου σκέψης.

* Το Παράδειγμα (paradigm)— η πιο βασική και πολυσυζητημένη έννοια στη «Δομή των επιστημονικών επαναστάσεων» του Κουν — εκφράζει το σύνολο των πεποιθήσεων, των αναγνωρισμένων αξιών και των τεχνικών που ασπάζονται τα μέλη μιας δεδομένης ομάδας επιστημόνων. Περικλείει νόμους, θεωρίες, εφαρμογές και πειραματισμό ταυτόχρονα. Αποτελείται από ένα ισχυρό πλέγμα εννοιολογικών, θεωρητικών, πειραματικών και μεθοδολογικών παραδοχών.

Από την εισαγωγή του επιμελητή στο βιβλίο *Δομή των επιστημονικών επαναστάσεων,* εκδ. Σύγχρονα Θέματα. (Σ.τ.μ.).

Εκείνοι που ασχολήθηκαν με το χάος τον πρώτο καιρό αγωνιούσαν να δώσουν ένα δημοσιεύσιμο σχήμα στις σκέψεις τους και στα ευρήματα τους. Οι εργασίες τους έπεφταν ανάμεσα σε επιστημονικά πεδία — για παράδειγμα, ήταν πολύ αφηρημένες για φυσικούς και ταυτόχρονα πολύ πειραματικές για μαθηματικούς. Για μερικούς, η δυσκολία της διάδοσης των νέων ιδεών και η άγρια αντίσταση των παραδοσιακών τομέων έδειχναν πόσο επαναστατική ήταν η νέα επιστήμη. Οι ρηχές ιδέες αφομοιώνονται εύκολα, οι ιδέες όμως που απαιτούν από τους ανθρώπους να αναδιοργανώσουν την εικόνα που έχουν για τον κόσμο προκαλούν εχθρότητα. Ένας φυσικός του Ινστιτούτου Τεχνολογίας της Γεωργίας, ο Τζόζεφ Φορντ (Joseph Ford), ανέφερε τα λόγια του Τολστόι: «Ξέρω ότι οι περισσότεροι άνθρωποι, ακόμα κι αυτοί που χειρίζονται με ευκολία τα πιο περίπλοκα προβλήματα, σπάνια μπορούν να αποδεχτούν ακόμα και την πιο απλή και την πιο φανερή αλήθεια, αν είναι τέτοια που να τους υποχρεώνει να παραδεχτούν ως λαθεμένα κάποια συμπεράσματα που με ευχαρίστηση είχαν εξηγήσει σε συναδέλφους των, που με περηφάνια τα είχαν διδάξει σε άλλους και τα είχαν υφάνει, μια μια κλωστή, ολόκληρη ζωή».

Πολλοί επιστήμονες του κυρίαρχου ρεύματος κατανόησαν μόνο αμυδρά τη νεοεμφανιζόμενη επιστήμη. Μερικοί, ειδικά οι παραδοσιακοί επιστήμονες της δυναμικής των ρευστών, την περιφρόνησαν. Αρχικά, οι απόψεις που υποστηρίχτηκαν σχετικά με το χάος ηχούσαν εξωπραγματικές και καθόλου επιστημονικές. Και το χάος βασιζόταν σε μαθηματικά που φαίνονταν δύσκολα και καθόλου συμβατικά.

Καθώς οι επιστήμονες του χάους πολλαπλασιάζονταν, μερικά πανεπιστημιακά τμήματα αποδοκίμασαν αυτούς τους κάπως ιδιάζοντες μελετητές ενώ άλλα δημοσίευαν αγγελίες για να προσλάβουν περισσότερους. Μερικά περιοδικά καθιέρωσαν άγραφους κανόνες ενάντια στα άρθρα για το χάος ενώ άλλα περιοδικά καταπιάνονταν αποκλειστικά με το χάος. Οι χαοτιστές ή χαολόγοι (ακούγονταν τέτοιοι νεολογισμοί) ξεπετάγονταν με δυσανάλογη συχνότητα στους ετήσιους καταλόγους των πιο σπουδαίων υποτροφιών και βραβείων. Στα μέσα της δεκαετίας του 1980, μια διαδικασία ακαδημαϊκής εξάπλωσης είχε φέρει τους ειδικούς του χάους σε σημαντικές θέσεις μέσα στη γραφειοκρατία των πανε-

πιστημίων. Νέα κέντρα και ινστιτούτα ιδρύονταν για να ειδικευτούν στη «μη γραμμική δυναμική» και στα «πολύπλοκα συστήματα».

Το χάος έγινε όχι μόνο θεωρία αλλά και μέθοδος, όχι μόνο ένα σύνολο πεποιθήσεων αλλά και ένας τρόπος άσκησης της επιστήμης. Το χάος έχει δημιουργήσει τη δική του τεχνική στη χρήση των υπολογιστών, μια τεχνική που δεν χρειάζεται την τεράστια ταχύτητα των υπολογιστών Cray και Cyber, αλλά αντίθετα ευνοεί τα απλά τερματικά που επιτρέπουν την εύκολη επικοινωνία με το χρήστη. Για τους ερευνητές του χάους, τα μαθηματικά έχουν γίνει μια πειραματική επιστήμη, με τον υπολογιστή να έχει αντικαταστήσει τα εργαστήρια τα γεμάτα δοκιμαστικούς σωλήνες και μικροσκόπια. Το κλειδί είναι οι εικόνες γραφικών. «Είναι μαζοχισμός για ένα μαθηματικό να δουλεύει χωρίς εικόνες», θα έλεγε ένας ειδικός του χάους. «Πώς μπορεί να δει τη σχέση ανάμεσα σ' αυτή και σ' εκείνη την κίνηση; Πώς μπορεί να αναπτύξει τη διαίσθηση;». Μερικοί δουλεύουν πάνω στο χάος αρνούμενοι κατηγορηματικά πως πρόκειται για επανάσταση. Άλλοι,για να περιγράψουν τις μεταβολές που παρατηρούν, χρησιμοποιούν σκόπιμα τη γλώσσα του Κουν.

Από πλευράς ύφους, τα πρώτα άρθρα πάνω στο χάος θύμιζαν την εποχή του Βενιαμίν Φραγκλίνου με τον τρόπο που αναφέρονταν στις πρώτες αρχές. Όπως σημειώνει ο Κουν, οι καθιερωμένες επιστήμες παίρνουν για δεδομένο ένα σώμα γνώσης που χρησιμεύει ως κοινό σημείο εκκίνησης για την έρευνα. Για να αποφεύγουν να κουράζουν τους συναδέλφους των, οι επιστήμονες συνήθως αρχίζουν και τελειώνουν τα άρθρα τους με στοιχεία δυσνόητα. Αντίθετα, τα άρθρα πάνω στο χάος από τα τέλη της δεκαετίας του 1970 και πέρα ακούγονταν κάπως σαν ευαγγέλια, από τον πρόλογο μέχρι τον επίλογο. Δήλωναν νέα σύμβολα πίστης και συχνά τέλειωναν με εκκλήσεις για δράση. *Αυτά τα αποτελέσματα μας φαίνονται θαυμάσια και ιδιαίτερα προκλητικά. Μόλις τώρα αρχίζει να εμφανίζεται μια θεωρητική εικόνα της μετάβασης σε κατάσταση στροβιλισμού. Η καρδιά του χάους μπορεί να προσεγγιστεί με μαθηματικό τρόπο. Το χάος τώρα προοιωνίζει το μέλλον μ' έναν τρόπο που δεν μπορεί να αμφισβητήσει κανένας, αλλά, για να δεχτεί κάποιος το μέλλον, πρέπει ν' απαρνηθεί ένα μεγάλο μέρος απ' το παρελθόν.*

Νέες ελπίδες, νέο στυλ και, το πιο σημαντικό, μια νέα οπτική. Οι επαναστάσεις δεν έρχονται σιγά σιγά. Μια περιγραφή της φύσης αντικαθιστά μιαν άλλη. Παλιά προβλήματα κοιτάζονται τώρα κάτω από άλλο πρίσμα, ενώ άλλα προβλήματα διατυπώνονται για πρώτη φορά. Κάτι συμβαίνει, κάτι που μοιάζει με τη συνολική αναδιοργάνωση της βιομηχανίας για νέα παραγωγή. Με τα λόγια του Κουν, «είναι σαν η επαγγελματική κοινότητα να μεταφέρθηκε ξαφνικά σε έναν άλλο πλανήτη, όπου τα γνωστά αντικείμενα παρατηρούνται κάτω από ένα διαφορετικό φως και επίσης συνδέονται με άλλα άγνωστα αντικείμενα».

ΤΟ «ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΖΩΟ» της νέας επιστήμης ήταν το εκκρεμές: σύμβολο της κλασικής μηχανικής, υπόδειγμα εξαναγκασμένης δράσης, υλοποίηση της κανονικότητας του ρολογιού. Ένα βαρίδι ταλαντώνεται ελεύθερο στο άκρο μιας ράβδου. Τι άλλο θα μπορούσε ακόμα να αφαιρεθεί, τι λιγότερο να απομείνει από την περιπλοκότητα του στροβιλισμού;

Εκεί που ο Αρχιμήδης είχε την μπανιέρα του και ο Νεύτωνας το μήλο, ο Γαλιλαίος, σύμφωνα με το γνωστό ύποπτο μύθο, είχε έναν πολυέλαιο που ταλαντωνόταν μπρος πίσω. πάλι και πάλι, στέλνοντας μονότονα το μήνυμα του στο συνειδητό του μεγάλου δασκάλου. Ο Κρίστιαν Χόυχενς (Christian Huygens) μετέτρεψε τη δυνατότητα του εκκρεμούς να ταλαντώνεται σε ένα μέσο χρονομέτρησης, βάζοντας έτσι το δυτικό πολιτισμό σ' ένα δρόμο χωρίς επιστροφή. Ο Φουκό (Foucault), στο Πάνθεον του Παρισιού, χρησιμοποίησε ένα εκκρεμές ύψους είκοσι ορόφων για να αποδείξει την περιστροφή της Γης. Όλα τα ρολόγια του τοίχου ή του χεριού (ως την εποχή των παλλόμενων κουάρτζ) στηρίζονταν σε εκκρεμή κάποιου μεγέθους ή σχήματος. (Σε ό,τι αφορά αυτό, η ταλάντωση των κουάρτζ δεν είναι τόσο διαφορετική.) Στο Διάστημα, όπου δεν υπάρχει τριβή, η περιοδική κίνηση εμφανίζεται στις τροχιές των ουράνιων σωμάτων, αλλά στη Γη κάθε κανονική ταλάντωση προέρχεται από κάποιον συγγενή του εκκρεμούς. Τα σχετικά ηλεκτρονικά κυκλώματα περιγράφονται από εξισώσεις ακριβώς ίδιες με αυτές που περιγράφουν ένα αιωρούμενο βαρίδι. Οι ηλεκτρονικές ταλαντώσεις είναι εκατομμύρια φορές πιο γρήγορες, αλλά η φυσική τους είναι ίδια. Τον 20ό

αιώνα ωστόσο, η κλασική μηχανική ήταν αποκλειστικά υπόθεση των σχολικών τάξεων και των καθημερινών μηχανικών έργων. Τα εκκρεμή στόλιζαν επιστημονικά μουσεία και έδιναν ζωή στα καταστήματα δώρων των αεροδρομίων με τη μορφή κινούμενων παιχνιδιών, τις λεγόμενες «μπάλες του Διαστήματος». Κανένας ερευνητής φυσικός δεν ασχολούνταν με εκκρεμή.

Αλλά το εκκρεμές έκρυβε για την επιστήμη κάποιες ακόμη εκπλήξεις. Έγινε η λυδία λίθος, όπως είχε γίνει στην επανάσταση του Γαλιλαίου. Όταν ο Αριστοτέλης παρατηρούσε ένα εκκρεμές, έβλεπε ένα βάρος που προσπαθούσε να κατευθυνθεί προς τη γη, αλλά αιωρούνταν μπρος πίσω, γιατί αναγκαζόταν από το σκοινί του. Για τον σύγχρονο φυσικό, αυτή η διατύπωση είναι περίεργη. Κάποιος που είναι δεμένος με τις κλασικές έννοιες της κίνησης, την αδράνεια και την παγκόσμια έλξη, είναι δύσκολο να δεχτεί την αυτοσυνεπή οπτική του κόσμου που προέρχεται από την αριστοτελική ερμηνεία της κίνησης του εκκρεμούς. Η φυσική κίνηση για τον Αριστοτέλη δεν ήταν μια ποσότητα ή μια δύναμη, αλλά μάλλον ένα είδος μεταβολής, όπως ακριβώς το μεγάλωμα ενός ανθρώπου είναι ένα είδος μεταβολής. Ένα βάρος που πέφτει αναζητά απλώς την πιο φυσική του κατάσταση, την κατάσταση στην οποία θα φτάσει αν αφεθεί μόνο του. Στα πλαίσια αυτά, η άποψη του Αριστοτέλη είχε νόημα. Από την άλλη πλευρά, όταν ο Γαλιλαίος παρατηρούσε ένα εκκρεμές, έβλεπε μια κανονικότητα που μπορούσε να μετρηθεί. Για να εξηγηθεί αυτό χρειαζόταν ένας νέος επαναστατικός τρόπος για την κατανόηση των κινούμενων αντικειμένων. Το πλεονέκτημα του Γαλιλαίου σε σχέση με τους αρχαίους Έλληνες δεν ήταν ότι είχε καλύτερα δεδομένα. Αντίθετα, η ιδέα του να χρονομετρήσει ένα εκκρεμές με ακρίβεια συνίστατο στο να βάλει μερικούς φίλους του να μετρήσουν τις ταλαντώσεις επί ένα εικοσιτετράωρο — ένα εξοντωτικό πείραμα. Ο Γαλιλαίος είδε την κανονικότητα γιατί είχε ήδη μια θεωρία που την προέβλεπε. Κατάλαβε αυτό που ο Αριστοτέλης δεν μπόρεσε να κατανοήσει: ότι ένα κινούμενο αντικείμενο τείνει να παραμείνει κινούμενο, ότι μια μεταβολή στην ταχύτητα ή την κατεύθυνση του μπορούσε να εξηγηθεί μόνο μέσω μιας εξωτερικής δύναμης, όπως η τριβή.

Στην πραγματικότητα, η θεωρία του ήταν τόσο ισχυρή που τον έκανε να δει μια κανονικότητα που *δεν* υπάρχει. Ισχυρίστη-

κε ότι ένα εκκρεμές ορισμένου μήκους διατηρεί όχι μόνο σταθερή την περίοδο του, αλλά διατηρεί και την ίδια περίοδο ανεξάρτητα από το μέγεθος της γωνίας ταλάντωσης του. Ένα εκκρεμές με μεγάλη γωνία ταλάντωσης έχει μεγαλύτερη απόσταση να διανύσει, αλλά συμβαίνει να τρέχει αντίστοιχα με μεγαλύτερη ταχύτητα. Με άλλα λόγια, η περίοδος του παραμένει ανεξάρτητη από το πλάτος της ταλάντωσης του. «Αν δύο φίλοι βαλθούν να μετρούν τις ταλαντώσεις, ο ένας αυτές με το μεγάλο πλάτος και ο άλλος με το μικρό, θα διαπιστώσουν ότι συμφωνούν όχι δεκάδες αλλά και εκατοντάδες φορές χωρίς να διαφωνούν ούτε σε μία, ούτε σε τμήμα μιας». Ο Γαλιλαίος διατύπωσε τον ισχυρισμό του με βάση το πείραμα, αλλά η θεωρία τον έκανε πιο πειστικό — τόσο πειστικό ώστε να διδάσκεται ακόμα και σήμερα ως ευαγγελική ρήση στα μαθήματα φυσικής της μέσης εκπαίδευσης. Είναι όμως λάθος. Η κανονικότητα που είδε ο Γαλιλαίος αποτελεί μόνο μια προσέγγιση. Η μεταβαλλόμενη γωνία της κίνησης του βαριδιού εισάγει στις εξισώσεις μια μικρή μη γραμμικότητα. Σε μικρά πλάτη, το σφάλμα είναι σχεδόν ανύπαρκτο. Αλλά υπάρχει και είναι μετρήσιμο, ακόμα και σε πρωτόγονα πειράματα σαν αυτό που περιγράφει ο Γαλιλαίος.

Οι μικρές μη γραμμικότητες ήταν εύκολο να αγνοηθούν. Οι επιστήμονες που κάνουν πειράματα μαθαίνουν γρήγορα ότι ζουν σε έναν κόσμο που δεν είναι τέλειος. Στους αιώνες μετά από τον Γαλιλαίο και τον Νεύτωνα, η αναζήτηση μιας κανονικότητας στα πειράματα έχει γίνει θεμελιώδης. Κάθε πειραματικός αναζητάει ποσότητες που παραμένουν ίδιες ή ποσότητες που είναι μηδενικές. Αυτό όμως σημαίνει ότι αγνοεί τη λίγη αταξία που συνυπάρχει σε μια απλή και καθαρή εικόνα. Αν ένας χημικός βρίσκει δύο ουσίες σε μια σταθερή αναλογία 1 προς 2,001 τη μια μέρα, 2,003 την επόμενη και 1,998 την άλλη, θα ήταν τρελός αν δεν αναζητούσε μια θεωρία που να εξηγεί το λόγο ένα προς δύο.

Για να καταλήξει στα σαφή συμπεράσματα του, ο Γαλιλαίος έπρεπε επίσης να αγνοήσει και άλλες μη γραμμικότητες τις οποίες γνώριζε: την τριβή και την αντίσταση του αέρα. Η αντίσταση του αέρα είναι ένας πασίγνωστος πειραματικός μπελάς, μια δυσκολία που έπρεπε να εξαφανίσει για να φτάσει στην ουσία της νέας επιστήμης της μηχανικής. Ένα φτερό πέφτει άραγε το ίδιο γρήγορα με μια πέτρα; Όλη η εμπειρία με τα αντικείμενα

που πέφτουν λέει όχι. Η ιστορία με τον Γαλιλαίο να ρίχνει μπάλες από τον πύργο της Πίζας, ως μέρος ενός μύθου, είναι μια ιστορία *αλλαγής* της επιστημονικής διαίσθησης με την επινόηση ενός ιδανικού επιστημονικού κόσμου, όπου οι κανονικότητες μπορούν να διακριθούν από την αταξία που υπάρχει γύρω μας.

Η διάκριση των επιδράσεων της βαρύτητας σε μια μάζα από τις επιδράσεις της αντίστασης του αέρα ήταν ένα θαυμαστό νοητικό επίτευγμα. Επέτρεψε στον Γαλιλαίο να συγκεντρωθεί στην ουσία της αδράνειας και της ορμής. Ωστόσο, στον πραγματικό κόσμο, τα εκκρεμή ουσιαστικά κάνουν αυτό ακριβώς που προέλεγε το γραφικό Παράδειγμα του Αριστοτέλη: Σταματούν.

Βάζοντας τα θεμέλια για την επόμενη αλλαγή Παραδείγματος, οι φυσικοί άρχισαν να δέχονται αυτό που πολλοί πίστευαν πως αποτελούσε μειονέκτημα στην εκπαίδευση τους πάνω σε απλά συστήματα, όπως το εκκρεμές. Στον αιώνα μας, αναγνωρίστηκαν ορισμένες διαδικασίες απωλειών , όπως η τριβή, και οι σπουδαστές έμαθαν να τις συμπεριλαμβάνουν σε εξισώσεις. Οι σπουδαστές έμαθαν επίσης ότι τα μη γραμμικά συστήματα συνήθως δεν μπορούν να λυθούν, κάτι που ήταν αλήθεια, και ότι έτειναν να αποτελούν εξαιρέσεις, κάτι που δεν ήταν αλήθεια. Η κλασική μηχανική περιέγραφε τη συμπεριφορά ολόκληρων ομάδων κινούμενων αντικειμένων, εκκρεμών και διπλών εκκρεμών, σπειροειδών ελατηρίων, ράβδων και τεντωμένων χορδών. Τα μαθηματικά εφαρμόζονταν σε συστήματα ρευστών και σε ηλεκτρικά κυκλώματα. Αλλά σχεδόν κανένας στην κλασική εποχή δεν υποπτευόταν το χάος που μπορούσε να κρύβεται μέσα στα δυναμικά συστήματα όταν θα αποδιδόταν στη μη γραμμικότητα η σημασία που της έπρεπε.

Ένας φυσικός δεν μπορούσε να καταλάβει πλήρως το στροβιλισμό ή την πολυπλοκότητα, αν δεν καταλάβαινε τα εκκρεμή — και να τα καταλάβαινε με έναν τρόπο που ήταν αδύνατος το πρώτο μισό του 20ού αιώνα. Καθώς το χάος άρχισε να ενοποιεί τη μελέτη διαφορετικών συστημάτων, η δυναμική των εκκρεμών διευρυνόταν για να καλύπτει τις υψηλές τεχνολογίες από τα λέιζερ μέχρι τις υπεραγώγιμες επαφές Τζόζεφσον (Josephson). Μερικές χημικές αντιδράσεις εμφάνιζαν συμπεριφορά σαν του εκκρεμούς· το ίδιο και η παλλόμενη καρδιά. Οι απρόσμενες δυνατότητες επεκτάθηκαν, έγραψε ένας φυσικός, «στην φυσιολογία και

στην ψυχιατρική, στις οικονομικές προβλέψεις και ίσως στην εξέλιξη της κοινωνίας».

Ας πάρουμε την κούνια μιας παιδικής χαράς. Η κούνια επιταχύνεται καθώς κατεβαίνει, επιβραδύνεται καθώς ανεβαίνει, χάνοντας συνέχεια ένα μέρος της ενέργειας της εξαιτίας της τριβής. Παίρνει τακτικές ωθήσεις — ας πούμε από ένα μηχανισμό σαν αυτόν του ρολογιού. Η διαίσθηση μας μας λέει ότι, από όπου κι αν αρχίσει η κούνια, η κίνηση θα καταλήξει σε μια κανονική ταλάντωση μπρος πίσω, κατά την οποία η κούνια θα φτάνει κάθε φορά στο ίδιο ύψος. Αυτό μπορεί να συμβεί. Όμως, όσο περίεργο κι αν φαίνεται, η κίνηση μπορεί και να μετατραπεί σε άτακτη, πρώτα ψηλά και μετά χαμηλά, χωρίς να καταλήξει ποτέ σε μια σταθερή κατάσταση και χωρίς να επαναλάβει ακριβώς ό,τι έκανε πριν.

Η εκπληκτική και άτακτη αυτή συμπεριφορά προέρχεται από μια μη γραμμική ροή της ενέργειας μέσα και έξω απ' αυτό τον απλό ταλαντωτή. Η ταλάντωση είναι φθίνουσα και εξαναγκασμένη: φθίνουσα επειδή η τριβή προσπαθεί να τη σταματήσει και εξαναγκασμένη επειδή δέχεται την περιοδική ώθηση. Ακόμη και όταν ο παράγοντας που αναγκάζει την κίνηση του συστήματος να φθίνει εξισορροπεί τον παράγοντα που εξαναγκάζει το σύστημα σε ταλάντωση, αυτό δε βρίσκεται πραγματικά σε ισορροπία· και ο κόσμος είναι γεμάτος από τέτοια συστήματα. Ενα απ' αυτά είναι ο καιρός, όπου η απόσβεση προέρχεται από την τριβή του κινούμενου αέρα και νερού και από τη διάχυση της θερμότητας στον εξωτερικό χώρο, και ο παράγοντας εξαναγκασμού από τη σταθερή ώθηση της ηλιακής ενέργειας.

Δεν ήταν όμως η αδυναμία πρόβλεψης ο λόγος που οι φυσικοί και οι μαθηματικοί άρχισαν να ξαναπαίρνουν στα σοβαρά το εκκρεμές τις δεκαετίες του εξήντα και του εβδομήντα. Η αδυναμία πρόβλεψης ήταν απλά και μόνο αυτό που τράβηξε την προσοχή. Εκείνοι που μελετούσαν τη δυναμική του χάους ανακάλυψαν ότι η άτακτη συμπεριφορά απλών συστημάτων επενεργούσε ως *δημιουργική* διαδικασία. Γεννούσε πολυπλοκότητα: πλούσια οργανωμένες μορφές, άλλοτε ευσταθείς και άλλοτε ασταθείς, κάποτε πεπερασμένες και κάποτε άπειρες, αλλά πάντοτε με τη μαγεία των ζωντανών πραγμάτων. Γι' αυτό οι επιστήμονες έπαιζαν με παιχνίδια.

Ένα παιχνίδι που κυκλοφορεί στην αγορά με το όνομα «μπάλες του Διαστήματος» αποτελείται από δύο μπάλες στα άκρα μιας ράβδου, τοποθετημένης όπως η οριζόντια γραμμή ενός Τ, πάνω σε ένα εκκρεμές με μια τρίτη και πιο βαριά μπάλα στο πόδι του. Η χαμηλότερη μπάλα κινείται μπρος πίσω ενώ η οριζόντια ράβδος μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα. Και οι τρεις μπάλες έχουν μέσα τους μικρούς μαγνήτες, και από τη στιγμή που τις σπρώχνουμε, η συσκευή τις διατηρεί συνεχώς σε κίνηση γιατί έχει έναν ηλεκτρομαγνήτη με μπαταρία στη βάση της. Αυτός, κάθε φορά που η χαμηλότερη μπάλα τον πλησιάζει, της δίνει μια μαγνητική ώθηση. Μερικές φορές η συσκευή καταλήγει σε μια σταθερή και ρυθμική ταλάντωση. Άλλες φορές όμως, η κίνηση της μοιάζει να παραμένει χαοτική, καθώς μεταβάλλεται συνεχώς και με απεριόριστα απρόβλεπτο τρόπο.

Ένα άλλο γνωστό παιχνίδι με εκκρεμές είναι το λεγόμενο σφαιρικό εκκρεμές — ένα εκκρεμές ελεύθερο να κινείται όχι μόνο μπρος πίσω αλλά προς κάθε κατεύθυνση. Μερικοί μικροί μαγνήτες τοποθετούνται γύρω από τη βάση του. Οι μαγνήτες έλκουν το μεταλλικό βαρίδι και, όταν το εκκρεμές σταματήσει, θα έχει κολλήσει σε έναν από αυτούς. Η ιδέα είναι να αναγκάσετε το εκκρεμές να αρχίσει να ταλαντώνεται και να προβλέψετε ποιος μαγνήτης θα κερδίσει. Ακόμα και με τρεις μαγνήτες που σχηματίζουν τρίγωνο, η κίνηση του εκκρεμούς δεν μπορεί να προβλεφτεί. Το εκκρεμές θα αρχίσει να ταλαντώνεται για λίγο ανάμεσα στο Α και στο Β, μετά ανάμεσα στο Β και στο Γ και, τέλος, ενώ θα φαίνεται ότι ετοιμάζεται να σταματήσει στο Γ, θα πηδήσει πίσω στο Α. Ας υποθέσουμε ότι ένας επιστήμονας μελετά τη συμπεριφορά αυτού του παιχνιδιού σχεδιάζοντας έναν χάρτη, ως εξής: Διαλέγει ένα αρχικό σημείο. Κρατά στο σημείο αυτό το βαρίδι και το αφήνει ελεύθερο. Χρωματίζει στη συνέχεια το σημείο κόκκινο, μπλε ή πράσινο ανάλογα με το μαγνήτη στον οποίο θα καταλήξει το βαρίδι. Πώς θα φαίνεται ο χάρτης; Θα έχει περιοχές καθαρού κόκκινου, μπλε ή πράσινου, όπως θα περιμέναμε — περιοχές όπου το βαρίδι θα καταλήγει σίγουρα σε ένα συγκεκριμένο μαγνήτη. Αλλά μπορεί επίσης να έχει περιοχές όπου τα χρώματα αναμειγνύονται με απεριόριστη πολυπλοκότητα. Δίπλα σε ένα κόκκινο σημείο, όσο κοντά κι αν κοιτάξουμε κι όσο κι αν μεγεθύνουμε το χάρτη, θα υπάρχουν μπλε και πρά-

σινα σημεία. Συνεπώς, από πρακτική άποψη, η κατάληξη του βαριδιού είναι αδύνατο να προβλεφτεί.

Με την παραδοσιακή λογική, ένας επιστήμονας της δυναμικής θα πίστευε ότι, αν έγραφε τις εξισώσεις ενός συστήματος, αυτό θα σήμαινε πως έχει καταλάβει το σύστημα. Με ποιον τρόπο θα μπορούσε να συλλάβει καλύτερα τα βασικά χαρακτηριστικά; Για μια κούνια ή ένα παιχνίδι, οι εξισώσεις συνδέουν τη γωνία του εκκρεμούς, την ταχύτητα του, την τριβή και την κινούσα δύναμη. Αλλά, λόγω της μικρής μη γραμμικότητας αυτών των εξισώσεων, ο επιστήμονας θα ανακάλυπτε πως δεν μπορεί να απαντήσει και στις πιο εύκολες πρακτικές ερωτήσεις σχετικά με το μέλλον του συστήματος. Ένας υπολογιστής μπορεί να αντιμετωπίσει το πρόβλημα με τη δημιουργία μιας προσομοίωσης, υπολογίζοντας γρήγορα κάθε κύκλο. Αλλά η προσομοίωση φέρνει μαζί και το δικό της πρόβλημα: η μικρή ανακρίβεια που ενυπάρχει σε κάθε υπολογισμό γρήγορα διογκώνεται, γιατί το σύστημα αυτό έχει ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες. Πριν περάσει πολύς χρόνος, το σήμα εξαφανίζεται και ό,τι παραμένει είναι ο θόρυβος.

Ο Λόρεντζ είχε διαπιστώσει την αδυναμία για πρόβλεψη, αλλά είχε διαπιστώσει και την ύπαρξη κάποιας μορφής/Αλλοι επίσης είχαν ανακαλύψει ενδείξεις δομής μέσα σε μια φαινομενικά τυχαία συμπεριφορά. Το παράδειγμα του εκκρεμούς ήταν αρκετά απλό και έδινε τη δυνατότητα να αγνοηθεί, αλλά εκείνοι που επέλεξαν να μην το αγνοήσουν βρήκαν ένα προκλητικό μήνυμα. Διαπίστωσαν ότι, με κάποια έννοια, η φυσική αντιλαμβανόταν τέλεια τους θεμελιακούς μηχανισμούς της κίνησης του εκκρεμούς, αλλά δεν μπορούσε να οδηγήσει στην κατανόηση του τι θα συμβεί μετά από μεγάλους χρόνους. Τα μικροσκοπικά τμήματα ήταν εντελώς καθαρά. Η μακροσκοπική συμπεριφορά παρέμενε μυστηριώδης. Η παράδοση να παρατηρούνται τα συστήματα τοπικά — απομονώνοντας τους μηχανισμούς και μετά αθροίζοντας τους— άρχιζε να καταρρέει. Για τα εκκρεμή, τα ρευστά, τα ηλεκτρονικά κυκλώματα, τα λέιζερ, η γνώση των θεμελιωδών εξισώσεων δε φαινόταν πια να είναι το σωστό είδος γνώσης.

Καθώς η δεκαετία του 1960 προχωρούσε, μεμονωμένοι επιστήμονες έκαναν ανακαλύψεις παράλληλες με του Λόρεντζ: για παράδειγμα, ένας γάλλος αστρονόμος που μελέτησε τις τροχιές των

γαλαξιών και ένας γιαπωνέζος ηλεκτρολόγος μηχανικός που δημιούργησε μοντέλα ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Αλλά η πρώτη συνειδητή και συντονισμένη προσπάθεια να κατανοηθεί πώς διαφέρει η γενική συμπεριφορά από την τοπική συμπεριφορά έγινε από μαθηματικούς. Ανάμεσα σ' αυτούς ήταν και ο Στέφεν Σμέιλ (Stephen Srnale) από το Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνιας στο Μπέρκλεϋ, ήδη διάσημος για τη διαλεύκανση των πιο ακατανόητων προβλημάτων της τοπολογίας πολλών διαστάσεων. Ένας νεαρός φυσικός, κάνοντας μια μικρή παρέμβαση, ρώτησε πάνω σε τι εργαζόταν ο Σμέιλ. Η απάντηση τον αιφνιδίασε: «Πάνω σε ταλαντωτές». Ήταν παράλογο. Οι ταλαντωτές — τα εκκρεμή, τα ελατήρια ή τα ηλεκτρικά κυκλώματα — ήταν ένα πρόβλημα με το οποίο ένας φυσικός ξεμπέρδευε στα πρώτα έτη των σπουδών του. Ήταν εύκολα. Γιατί τάχα ένας μεγάλος μαθηματικός μελετούσε στοιχειώδη φυσική; Μόνο μετά από χρόνια ο νεαρός φυσικός συνειδητοποίησε ότι ο Σμέιλ παρατηρούσε τους μη γραμμικούς ταλαντωτές, τους χαοτικούς ταλαντωτές, και έβλεπε πράγματα που οι φυσικοί είχαν συνηθίσει να μη βλέπουν.

Ο ΣΜΕΪΛ ΕΚΑΝΕ μια λαθεμένη εικασία. Με τους αυστηρότερους μαθηματικούς όρους, υποστήριξε ότι πρακτικά όλα τα δυναμικά συστήματα έτειναν να καταλήξουν, τις περισσότερες φορές, σε μια συμπεριφορά που δεν ήταν πολύ παράξενη. Όπως έμαθε γρήγορα, τα πράγματα δεν ήταν τόσο απλά.

Ο Σμέιλ ήταν ένας μαθηματικός που δεν έλυνε μόνο προβλήματα, αλλά έφτιαχνε επίσης και προβλήματα για να τα λύνουν άλλοι. Βασιζόμενες στις ιστορικές γνώσεις του αλλά και τη διαίσθηση του για τη φύση, υποστήριζε ότι μια ολόκληρη και παρθένα περιοχή έρευνας άξιζε τώρα ν' απασχολήσει τους μαθηματικούς. Εκτιμούσε τους κινδύνους και κατάστρωνε ψυχρά τη στρατηγική του σαν πετυχημένος επιχειρηματίας. Εκεί που οδηγούσε ο Σμέιλ, ακολουθούσαν πολλοί. Η φήμη του ωστόσο δεν περιοριζόταν στα μαθηματικά. Στις αρχές του πολέμου του Βιετνάμ, αυτός και ο Τζέρρυ Ρούμπιν (Jerry Rubin) οργάνωσαν τις «Διεθνείς Μέρες Διαμαρτυρίας» και υποστήριξαν τις προσπάθειες που γίνονταγ να σταματήσουν τα τρένα με τα στρατεύματα που περνούσαν από την Καλιφόρνια. Το 1966, ενώ η Επιτροπή

Αντιαμερικανικών Δραστηριοτήτων της Γερουσίας* προσπαθούσε να τον κλητεύσει για κατάθεση, αυτός κατευθυνόταν στη Μόσχα για να παρακολουθήσει το Διεθνές Συνέδριο Μαθηματικών. Εκεί πήρε το Μετάλλιο Φιλντς (Fields Medal), τη μεγαλύτερη διάκριση στο επάγγελμα του**.

Το καλοκαίρι εκείνο στη Μόσχα αποτέλεσε μια αλησμόνητη εμπειρία στη ζωή του Σμέιλ. Είχαν συγκεντρωθεί πέντε χιλιάδες ανήσυχοι και ταραξίες μαθηματικοί. Οι πολιτικές εντάσεις ήταν μεγάλες. Οι επαφές έδιναν και έπαιρναν. Καθώς το συνέδριο έφτανε στο τέλος του, ο Σμέιλ ανταποκρίθηκε στην παράκληση ενός βορειοβιετναμέζου δημοσιογράφου να δώσει συνέντευξη μπροστά στο Πανεπιστήμιο της Μόσχας. Άρχισε καταδικάζοντας την αμερικάνικη επέμβαση στο Βιετνάμ και στη συνέχεια, καθώς οι οικοδεσπότες του άρχισαν να χαμογελούν, καταδίκασε και την εισβολή των Σοβιετικών στην Ουγγαρία και την απουσία πολιτικών ελευθεριών στη Σοβιετική Ένωση. Όταν τελείωσε, φυγαδεύτηκε με ένα αυτοκίνητο για ν' απαντήσει σε κάποιες ερωτήσεις σοβιετικών επισήμων. Όταν επέστρεψε στην Καλιφόρνια, το Εθνικό Ίδρυμα Επιστημών ακύρωσε τη χρηματοδότηση που του είχε εγκρίνει.

Το βραβείο Φιλντς που πήρε ο Σμέιλ αφορούσε μια πολύ γνωστή εργασία του πάνω στην τοπολογία, έναν κλάδο των μαθηματικών που άνθισε τον 20ό αιώνα και έφτασε στο αποκορύφωμα του τη δεκαετία του πενήντα. Η τοπολογία μελετά τις ιδιότητες που παραμένουν αμετάβλητες όταν τα σχήματα παραμορφώνονται με στρέψη, τάση ή συμπίεση. Αν ένα σχήμα είναι κυβικό ή σφαιρικό, μεγάλο ή μικρό δεν ενδιαφέρει την τοπολογία, γιατί η

* Είναι η γνωστή HUAC (House Un-American Activities Committee), που ανέπτυξε αντικομμουνιστική και γενικά αντιαριστερή δραστηριότητα από τη δεκαετία του 1950. Πρόεδρος της είχε διατελέσει ο περιβόητος Μακ Κάρθυ, αλλά αργότερα συμμετείχαν σ' αυτή και ο Ρ. Νίξον και ο Ρ. Κέννεντυ. Σήμερα λέγεται «Επιτροπή της Γερουσίας για την Εσωτερική Ασφάλεια». Ο Τζέρρυ Ρούμπιν είναι από τους γνωστότερους Yippies του κινήματος της αμφισβήτησης τη δεκαετία του 1970, στην Αμερική. (Σ.τ.ε.).

** Το βραβείο Τζον Φίλντς αποτελεί την ανώτερη διάκριση στα μαθηματικά' είναι αντίστοιχο του βραβείου Νόμπελ στη φυσική και την ιατρική. Απονέμεται σε επιστήμονες που έχουν ηλικία μικρότερη των 40 ετών. (Σ.τ.ε.).

τάση μπορεί να αλλάξει αυτές τις ιδιότητες. Οι τοπολόγοι ρωτούν αν ένα σχήμα είναι συνεκτικό, αν έχει τρύπες, αν έχει κόμπους. Φαντάζονται επιφάνειες όχι μόνο στο μονοδιάστατο, δισδιάστατο και τρισδιάστατο χώρο του Ευκλείδη, αλλά και σε χώρους πολλών διαστάσεων, που είναι αδύνατον να τους συλλάβουμε. Η τοπολογία είναι γεωμετρία πάνω σε ελαστικά φύλλα. Ενδιαφέρεται περισσότερο για το ποιοτικό παρά για το ποσοτικό. Ρωτά, αν δεν γνωρίζουμε τις μετρήσεις, τι μπορούμε να πούμε για τη συνολική δομή. Ο Σμέιλ είχε λύσει ένα από τα ιστορικά, σημαντικά προβλήματα της τοπολογίας, την εικασία του Πουανκαρέ, για χώρους πέντε διαστάσεων και πάνω, και με αυτό εξασφάλισε μια σίγουρη θέση ανάμεσα στους μεγάλους αυτού του πεδίου. Ωστόσο, τη δεκαετία του 1960 άφησε την τοπολογία για μια παρθένα περιοχή. Άρχισε να μελετά τα δυναμικά συστήματα.

Και τα δύο αντικείμενα, η τοπολογία και τα δυναμικά συστήματα, πήγαιναν πίσω, ως τον Ανρί Πουανκαρέ (Henri Poincare), ο οποίος τα είδε ως δύο όψεις του ίδιου νομίσματος. Ο Πουανκαρέ, στις αρχές του αιώνα, ήταν ο τελευταίος μεγάλος μαθηματικός που θα μπορούσε να δώσει μια γεωμετρική αναπαράσταση σχετικά με τους νόμους της κίνησης στο φυσικό κόσμο. Ήταν ο πρώτος που κατάλαβε τη δυνατότητα του χάους. Τα γραπτά του υπαινίσσονταν ένα είδος αδυναμίας για πρόβλεψη, σχεδόν το ίδιο σοβαρή μ' αυτή που ανακάλυψε ο Λόρεντζ. Αλλά μετά το θάνατο του Πουανκαρέ, ενώ η τοπολογία άνθισε, τα δυναμικά συστήματα ατρόφησαν. Ακόμα και το όνομα τους έπεσε σε αχρηστία. Το αντικείμενο στο οποίο στράφηκε ο Σμέιλ ήταν οι διαφορικές εξισώσεις. Οι διαφορικές εξισώσεις περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο τα συστήματα μεταβάλλονται συνεχώς στο χρόνο. Η παράδοση έλεγε ότι αυτά τα πράγματα έπρεπε να παρατηρούνται τοπικά, κάτι που σήμαινε ότι οι μηχανικοί ή οι φυσικοί θα καταπιάνονταν κάθε φορά με ένα σύνολο δυνατοτήτων. Ο Σμέιλ, σαν τον Πουανκαρέ, ήθελε να καταλάβει αυτά τα πράγματα σφαιρικά, δηλαδή ήθελε να καταλάβει ταυτόχρονα όλες τις δυνατότητες.

Κάθε σύνολο εξισώσεων που περιγράφει ένα δυναμικό σύστημα — για παράδειγμα το σύστημα του Λόρεντζ — επιτρέπει σε ορισμένες παραμέτρους να ορίζονται στην αρχή. Στην περίπτω-

ση της μετάδοσης της θερμότητας, μια παράμετρος αφορά την εσωτερική τριβή του ρευστού. Μεγάλες αλλαγές στις παραμέτρους μπορούν να δημιουργήσουν μεγάλες διαφορές σε ένα σύστημα — για παράδειγμα, η διαφορά ανάμεσα στην κατάληξη σε μια ευσταθή κατάσταση και στην περιοδική ταλάντωση. Αλλά οι φυσικοί υπέθεταν ότι πολύ μικρές αλλαγές προκαλούσαν μόνο πολύ μικρές διαφορές στα νούμερα και όχι ποιοτικές αλλαγές στη συμπεριφορά.

Η σύνδεση της τοπολογίας με τα δυναμικά συστήματα επιτρέπει να χρησιμοποιηθεί ένα σχήμα που βοηθά να σχηματιστεί σαφής εικόνα όλων των συμπεριφορών ενός συστήματος. Για ένα απλό σύστημα, το σχήμα μπορεί να είναι κάποιο είδος καμπύλης επιφάνειας· για ένα πολύπλοκο σύστημα, μπορεί να είναι μια πολλαπλότητα πολλών διαστάσεων. Ένα μοναδικό σημείο σε μια τέτοια επιφάνεια παριστάνει την κατάσταση ενός συστήματος, σε μια στιγμή που έχει σταματήσει ο χρόνος. Καθώς το σύστημα εξελίσσεται με το χρόνο, το σημείο κινείται, ακολουθώντας μια τροχιά πάνω σ' αυτή την επιφάνεια. Μια ελαφριά κάμψη του σχήματος ισοδυναμεί με κάποια τροποποίηση των παραμέτρων του συστήματος, με το να κάνουμε το ρευστό πιο παχύρρευστο ή να κινούμε το εκκρεμές λίγο πιο έντονα. Σχήματα που σε γενικές γραμμές φαίνονται ίδια δίνουν σε γενικές γραμμές ίδια είδη συμπεριφοράς. Αν μπορείτε να συλλάβετε το σχήμα, μπορείτε και να καταλάβετε το σύστημα.

Όταν ο Σμέιλ στράφηκε στα δυναμικά συστήματα, η τοπολογία, όπως και τα περισσότερα καθαρά μαθηματικά, αναπτυσσόταν με μια σαφή περιφρόνηση για τις εφαρμογές του πραγματικού κόσμου. Οι ρίζες της τοπολογίας ήταν κοντά στη φυσική, αλλά για τους μαθηματικούς οι φυσικές ρίζες είχαν ξεχαστεί και τα σχήματα μελετιούνταν γι' αυτά τα ίδια. Ο Σμέιλ πίστευε ακράδαντα σ' αυτό — ήταν ο πιο πιστός υποστηριχτής των καθαρών μαθηματικών — είχε όμως την άποψη πως η αφηρημένη, αποκρυφιστική ανάπτυξη της τοπολογίας μπορούσε τώρα να προσφέρει κάτι στη φυσική, όπως ακριβώς είχε σκεφτεί και ο Πουανκαρέ στην αρχή του αιώνα.

Μια από τις πρώτες συνεισφορές του Σμέιλ, όπως αποδείχτηκε, ήταν η λαθεμένη εικασία του. Με όρους της φυσικής, πρότεινε ένα νόμο της φύσης κάπως σαν αυτόν: Ένα σύστημα μπο-

ρεί να συμπεριφέρεται άτακτα, αλλά η άτακτη αυτή συμπεριφορά δεν μπορεί να είναι *ευσταθής*. Η ευστάθεια — «ευστάθεια με την έννοια του Σμέιλ», όπως θα έλεγαν κάποιοι μαθηματικοί — ήταν μια κρίσιμη ιδιότητα. Η ευσταθής συμπεριφορά σε ένα σύστημα ήταν μια συμπεριφορά που δε θα εξαφανιζόταν επειδή κάποιος αριθμός μεταβλήθηκε λίγο. Κάθε σύστημα μπορούσε να έχει μέσα του και ευσταθή και ασταθή συμπεριφορά. Οι εξισώσεις που ισχύουν για ένα μολύβι που στέκεται πάνω στη μύτη του έχουν μια καλή μαθηματική λύση όταν το κέντρο βάρους του βρίσκεται ακριβώς πάνω από τη μύτη — αλλά δεν μπορείτε να στήσετε ένα μολύβι στη μύτη του γιατί η λύση είναι ασταθής. Η παραμικρή διαταραχή ωθεί το σύστημα μακριά απ' αυτή τη λύση. Από την άλλη, ένας βόλος που βρίσκεται στο κάτω μέρος ενός κοίλου δοχείου παραμένει εκεί, γιατί αν μετακινηθεί λιγάκι, θα ξανακυλήσει πίσω. Οι φυσικοί θεωρούσαν πως κάθε συμπεριφορά που μπορούσαν να παρατηρήσουν θα έπρεπε κανονικά να είναι ευσταθής, αφού στα πραγματικά συστήματα οι μικρές διαταραχές και αβεβαιότητες είναι αναπόφευκτες. Ποτέ δεν γνωρίζεις ακριβώς τις παραμέτρους. Αν θέλεις ένα μοντέλο που να είναι και φυσικά ρεαλιστικό και ανθεκτικό απέναντι σε μικρές διαταραχές, οι φυσικοί σκέφτονταν πως θα πρέπει σίγουρα να πάρεις ένα ευσταθές μοντέλο.

Τα άσχημα νέα έφτασαν με το ταχυδρομείο λίγο μετά τα Χριστούγεννα του 1959, όταν ο Σμέιλ ζούσε προσωρινά σε ένα διαμέρισμα στο Ρίο ντε Τζανέιρο με τη γυναίκα του, δύο μωρά και βουνά από πάνες. Η εικασία του είχε ορίσει μια οικογένεια διαφορικών εξισώσεων, που δομικά ήταν όλες ευσταθείς. Κάθε χαοτικό σύστημα, υποστήριζε, μπορούσε να προσεγγιστεί όσο ήθελε από ένα σύστημα της οικογένειας αυτής. Δεν ήταν έτσι. Ένα γράμμα από κάποιο συνάδελφο τον πληροφορούσε ότι πολλά συστήματα δεν συμπεριφέρονταν τόσο καλά όσο φανταζόταν ο Σμέιλ, και περιέγραφε ένα αντιπαράδειγμα, ένα σύστημα με χάος και ευστάθεια μαζί. Αυτό το σύστημα αντιστεκόταν στις διαταραχές. Αν διαταρασσόταν ελαφρά, όπως κάθε φυσικό σύστημα διαταράσσεται σταθερά από θόρυβο, η αταξία του ίσως να μην εξαφανιζόταν. Ανθεκτικό και άτακτο· ο Σμέιλ μελέτησε το γράμμα με κάποια δυσπιστία, που σιγά σιγά όμως εξατμιζόταν.

Το χάος και η αστάθεια, δύο έννοιες που μόλις άρχιζαν να

απαιτούν τυπικούς ορισμούς, δεν ήταν καθόλου ίδιες. Ένα χαοτικό σύστημα μπορούσε να είναι ευσταθές, αν ο ακανόνιστος χαρακτήρας του αντιστεκόταν στις μικρές διαταραχές. Το σύστημα του Λόρεντζ ήταν ένα παράδειγμα, αν και θα περνούσαν χρόνια πριν ο Σμέιλ να μάθει κάτι για τον Λόρεντζ. Το χάος που ανακάλυψε ο Λόρεντζ, με όλη την αδυναμία πρόβλεψης που περιείχε, ήταν ευσταθές σαν ένα βόλο σε κοίλο δοχείο. Μπορούσες να προσθέσεις θόρυβο στο σύστημα αυτό, να το τραντάξεις, να το αναταράξεις, να παρέμβεις στην κίνηση του και μετά, όταν όλα ησύχαζαν, καθώς τα παροδικά αυτά στοιχεία έσβηναν όπως η ηχώ σ' ένα φαράγγι, το σύστημα επέστρεφε στην ίδια συγκεκριμένη μορφή αταξίας που είχε πριν. Τοπικά δεν ήταν προβλέψιμο, γενικά ήταν ευσταθές. Τα πραγματικά δυναμικά συστήματα έπαιζαν σύμφωνα με ένα σύνολο κανόνων πιο πολύπλοκο από ό,τι είχε φανταστεί οποιοσδήποτε. Το παράδειγμα που περιγραφόταν στο γράμμα του συναδέλφου του Σμέιλ ήταν ένα άλλο απλό σύστημα, που είχε ανακαλυφθεί πάνω από μια γενιά νωρίτερα και ήταν σχεδόν ξεχασμένο. Ήταν ένα μεταμφιεσμένο εκκρεμές: ένα ταλαντωνόμενο ηλεκτρονικό κύκλωμα. Ήταν μη γραμμικό και περιοδικά διεγειρόμενο, σαν παιδί σε κούνια.

Ήταν μια λυχνία κενού, που είχε εφευρεθεί τη δεκαετία του είκοσι από έναν ολλανδό ηλεκτρολόγο μηχανικό, τον Μπαλτάσαρ Βαν ντερ Πολ (Balthasar Van der Pol). Ένας σημερινός σπουδαστής της φυσικής θα μπορούσε να διερευνήσει τη συμπεριφορά ενός τέτοιου ταλαντωτή, παρατηρώντας τη γραμμή που θα δημιουργούνταν στην οθόνη ενός παλμογράφου. Ο Βαν ντερ Πολ δεν είχε παλμογράφο, οπότε έπρεπε να παρατηρεί το κύκλωμα του ακούγοντας τους μεταβαλλόμενους τόνους σε ένα χειροκίνητο τηλέφωνο. Ευχαριστιόταν που ανακάλυπτε κανονικότητες στη συμπεριφορά του, καθώς μετέβαλλε το ρεύμα που περνούσε απ' αυτό. Ο τόνος πηδούσε από συχνότητα σε συχνότητα σαν να ανέβαινε μια σκάλα, αφήνοντας τη μια συχνότητα και κολλώντας σταθερά στην επόμενη Κάποτε ο Βαν ντερ Πολ παρατήρησε για μια στιγμή κάτι παράξενο. Η συμπεριφορά ακούστηκε ακανόνιστη μ' έναν τρόπο που δεν μπορούσε να εξηγήσει. Δεν ανησύχησε. «Συχνά ακούγεται ένας άτακτος θόρυβος στο ακουστικό του τηλεφώνου, πριν η συχνότητα πηδήσει στην επόμενη χαμηλότερη τιμή», έγραψε σε ένα γράμμα στο περιοδι-

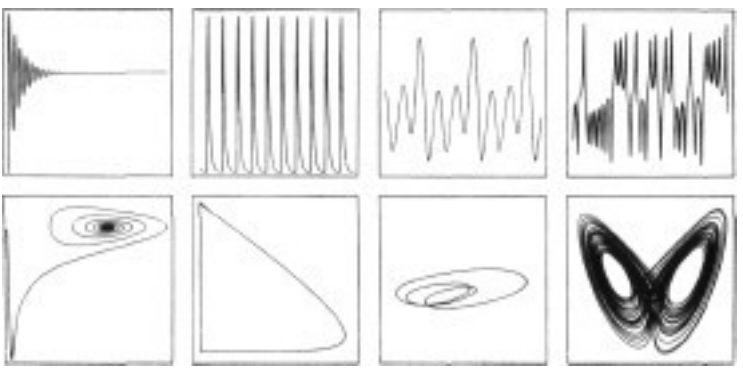
κό *Nature*. «Ωστόσο, είναι φαινόμενο δευτερεύον». Ήταν ένας από τους πολλούς επιστήμονες που συναντήθηκαν με το χάος, αλλά δεν είχαν τις γνώσεις για να το καταλάβουν. Για όσους προσπαθούν να κατασκευάσουν λυχνίες κενού, οι παραπάνω διακριτές συχνότητες είναι σημαντικές. Αλλά, για όσους προσπαθούν να καταλάβουν τη φύση της πολυπλοκότητας, θα αποδειχνόταν πως το αληθινά ενδιαφέρον φαινόμενο είναι «ο ακανόνιστος θόρυβος» που δημιουργούσαν οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των διαφορετικών συχνοτήτων.

Η εικασία του Σμέιλ, έστω κι αν ήταν λαθεμένη, τον έβαλε αμέσως στα ίχνη ενός νέου τρόπου σύλληψης όλης της πολυπλοκότητας των δυναμικών συστημάτων. Διάφοροι μαθηματικοί είχαν κι αυτοί δει τις δυνατότητες του ταλαντωτή του Βαν ντερ Πολ, και τώρα ο Σμέιλ μετέφερε τις εργασίες τους σε μια άλλη περιοχή. Η μοναδική οθόνη παλμογράφου που είχε ήταν το μυαλό του, αλλά ήταν ένα μυαλό που είχε διαμορφωθεί κατάλληλα από τις πολύχρονες εξερευνήσεις του τοπολογικού σύμπαντος. Ο Σμέιλ συνέλαβε όλο το εύρος των δυνατοτήτων του ταλαντωτή, ολόκληρο το χώρο των φάσεων, όπως τον ονόμαζαν οι φυσικοί. Η κατάσταση του συστήματος κάθε στιγμή παριστανόταν ως ένα σημείο στο χώρο των φάσεων. Όλες οι πληροφορίες σχετικά με τη θέση ή την ταχύτητα του περιέχονταν στις συντεταγμένες αυτού του σημείου. Καθώς το σύστημα θα μεταβαλλόταν με κάποιον τρόπο, το σημείο θα κινούνταν σε μια νέα θέση στο χώρο των φάσεων. Καθώς το σύστημα θα μεταβαλλόταν συνεχώς, το σημείο θα ακολουθούσε μια τροχιά.

Για ένα απλό σύστημα σαν το εκκρεμές, ο χώρος των φάσεων είναι απλώς ένα επίπεδο: Η γωνία του εκκρεμούς σε μια συγκεκριμένη στιγμή προσδιορίζει τη θέση του σημείου στον άξονα «ανατολής-δύσης» και η ταχύτητα του εκκρεμούς καθορίζει τη θέση στον άξονα «βορρά-νότου». Για ένα εκκρεμές που ταλαντώνεται, η τροχιά στο χώρο των φάσεων θα είναι ένας βρόχος, καθώς το σύστημα θα περνά πάλι και πάλι μέσα από την ίδια σειρά θέσεων.

Ο Σμέιλ, αντί να κοιτάξει σε καθεμιά τροχιά, συγκέντρωσε την προσοχή του στη συμπεριφορά ολόκληρου του χώρου καθώς το σύστημα μεταβαλλόταν — καθώς, για παράδειγμα, προσετίθετο περισσότερη ενέργεια. Η διαίσθηση του ξέφευγε από

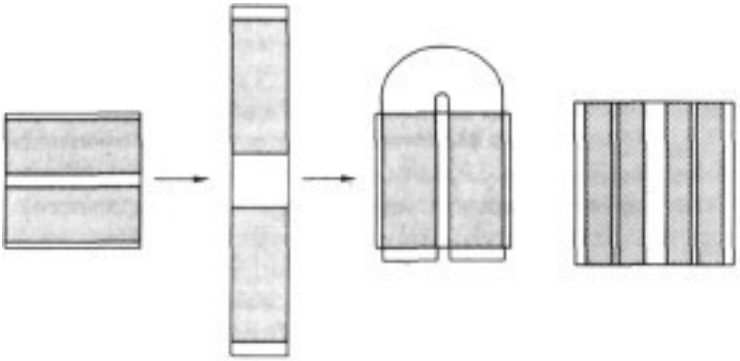
τη φυσική ουσία του συστήματος σε ένα νέο είδος γεωμετρικής ουσίας. Τα εργαλεία του ήταν οι τοπολογικοί μετασχηματισμοί των σχημάτων στο χώρο των φάσεων — μετασχηματισμοί όπως η τάση και η στρέψη. Μερικές φορές αυτοί οι μετασχηματισμοί είχαν καθαρό φυσικό περιεχόμενο. Ο διασκορπισμός σε ένα σύστημα, η απώλεια ενέργειας από την τριβή, σήμαινε ότι η τροχιά του συστήματος στο χώρο των φάσεων θα μπορούσε να ζαρώνει σαν ένα μπαλόνι που χάνει αέρα — καταλήγοντας σε σημείο τη στιγμή που το σύστημα ακινητοποιείται. Συνειδητοποίησε ότι, για να παραστήσει την πλήρη πολυπλοκότητα του ταλαντωτή του Βαν ντερ Πολ, ο χώρος των φάσεων θα έπρεπε να επιτρέπει ενός νέου είδους, πολύπλοκους, συνδυασμούς μετασχηματισμών. Γρήγορα στράφηκε στην προσπάθεια να αναπαραστήσει τη γενική συμπεριφορά του συστήματος με ένα νέου είδους μοντέλο. Η καινοτομία του — που έμελλε να γίνει σήμα κατατεθέν του χάους στα χρόνια που ακολούθησαν — ήταν μια δομή που έγινε γνωστή ως *πέταλο.*



ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΕΙΚΟΝΩΝ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ. Οι παραδοσιακές χρονοσειρές *(πάνω)* και οι τροχιές στο χώρο των φάσεων *(κάτω)* είναι δύο τρόποι παρουσίασης των ίδιων στοιχείων και απεικόνισης της μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς ενός συστήματος. Το πρώτο σύστημα *(αριστερά)* συγκλίνει σε μια ευσταθή κατάσταση — σε ένα σημείο του χώρου των φάσεων. Το δεύτερο επαναλαμβάνεται περιοδικά, σχηματίζοντας μια κυκλική τροχιά. Το τρίτο επαναλαμβάνεται με έναν πιο πολύπλοκο ρυθμό βαλς, έναν κύκλο με «περίοδο τρία». Το τέταρτο είναι χαοτικό.

Για να αντιληφθείτε μια απλή παραλλαγή του πέταλου του Σμέιλ, φανταστείτε ένα ορθογώνιο σχήμα που το συμπιέζετε πάνω και κάτω, ώσπου να γίνει σαν οριζόντια κορδέλα.Αν πιάσετε τη μια άκρη της κορδέλας, τη διπλώσετε και την τεντώσετε δίπλα στην άλλη, θα σχηματιστεί ένα μισοφέγγαρο σαν πέταλο. Στη συνέχεια φανταστείτε το πέταλο συμπιεσμένο σε ένα νέο ορθογώνιο σχήμα και επαναλάβετε τον ίδιο μετασχηματισμό, συμπιέζοντας, διπλώνοντας και τεντώνοντας.

Η διαδικασία αυτή μιμείται τη δουλειά μιας καραμελομηχανής με περιστρεφόμενους βραχίονες που απλώνουν την καραμέλα, τη διπλώνουν στα δύο και την απλώνουν πάλι, ξανά και ξανά, ώσπου η επιφάνεια της να γίνει πολύ μακριά, πολύ λεπτή και πολύπλοκα αναδιπλωμένη στον εαυτό της. Ο Σμέιλ υπέβαλε το πέταλο του σε μια σειρά τοπολογικές διαδικασίες και έτσι, παραμερίζοντας προς στιγμήν τα μαθηματικά, το πέταλο πρόσφερε ένα απλό οπτικό ανάλογο της ευαίσθητης εξάρτησης από τις αρχικές συνθήκες, που ο Λόρεντζ θα ανακάλυπτε στην ατμό-



ΤΟ ΠΕΤΑΛΟ ΤΟΥ ΣΜΕΪΛ. Αυτός ο τοπολογικός μετασχηματισμός προσφέρει μια βάση για την κατανόηση των χαοτικών ιδιοτήτων των δυναμικών συστημάτων. Τα βασικά στοιχεία είναι απλά: Ένας χώρος τεντώνεται προς μια κατεύθυνση, συμπιέζεται προς μια άλλη και μετά διπλώνεται. Όταν η διαδικασία επαναλαμβάνεται, καταλήγει σ' ένα είδος δομής που είναι γνωστή σε όποιον έχει ανοίξει φύλλο από ζυμάρι. Δυο σημεία που καταλήγουν να βρίσκονται κοντά μεταξύ τους μπορεί αρχικά να βρίσκονταν πολύ μακριά.

σφαίρα λίγα χρόνια αργότερα. Πάρτε δύο γειτονικά σημεία στον αρχικό χώρο και θα δείτε ότι δεν μπορείτε να προβλέψετε πού θα καταλήξουν. Μετά από μερικά διπλώματα και τεντώματα θα οδηγηθούν το ένα μακριά από το άλλο, με τρόπο τυχαίο. Στο τέλος, τα δύο σημεία που συνέβαινε να βρίσκονται αρχικά κοντά, θα ήταν μακριά το ένα από το άλλο.

Ο Σμέιλ στην αρχή έλπιζε να εξηγήσει όλα τα δυναμικά συστήματα με τη συμπίεση και το τέντωμα — δηλαδή χωρίς το δίπλωμα, τουλάχιστον χωρίς δίπλωμα που θα μπορούσε να υπονομεύσει δραστικά την ευστάθεια του συστήματος/Ομως το δίπλωμα αποδείχτηκε απαραίτητο και επέτρεψε σημαντικές αλλαγές στη δυναμική συμπεριφορά. Το πέταλο του Σμέιλ ήταν το πρώτο ανάμεσα σε πολλά γεωμετρικά σχήματα που έδωσαν στους μαθηματικούς και στους φυσικούς μια νέα αίσθηση για τις δυνατότητες της κίνησης. Κατά κάποιον τρόπο, ήταν πολύ τεχνητό για να είναι χρήσιμο, κι ακόμα ήταν σε μεγάλο βαθμό δημιούργημα της μαθηματικής τοπολογίας ώστε να γοητεύει τους φυσικούς. Χρησίμεψε όμως ως σημείο εκκίνησης. Προς το τέλος της δεκαετίας του 1960, ο Σμέιλ μάζεψε γύρω του, στο Μπέρκλεϋ, μια ομάδα νέους μαθηματικούς που συμμερίζονταν τον ενθουσιασμό του γι' αυτή τη νέα δουλειά στα δυναμικά συστήματα. Θα περνούσε άλλη μια δεκαετία πριν αυτή η νέα εργασία τραβήξει για τα καλά την προσοχή των λιγότερο καθαρών επιστημών, αλλά, όταν έγινε αυτό, οι φυσικοί συνειδητοποίησαν ότι ο Σμέιλ είχε στρέψει έναν ολόκληρο κλάδο μαθηματικών στον πραγματικό κόσμο. Ήταν μια χρυσή εποχή, έλεγαν.

«Είναι η αλλαγή των αλλαγών Παραδείγματος», είπε ο Ραλφ Άμπραχαμ (Ralph Abraham), ένας συνάδελφος του Σμέιλ, που έγινε καθηγητής των μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνιας στη Σάντα Κρουζ. «Όταν άρχισα να ασχολούμαι επαγγελματικά με τα μαθηματικά το 1960, που δεν είναι και πολύ παλιά, τα σύγχρονα μαθηματικά στο σύνολο τους — στο *σύνολο* τους — απορρίπτονταν από τους φυσικούς, ακόμα κι από τους πιο πρωτοπόρους μαθηματικούς φυσικούς. Έτσι η διαφορίσιμη δυναμική, η γενική ανάλυση, οι απεικονίσεις σε πολλαπλότητες, η διαφορική γεωμετρία — καθετί, ένα ή δύο χρόνια μόνο μετά από όσα είχε χρησιμοποιήσει ο Αϊνστάιν — όλα απορρίπτονταν. Το ειδύλλιο ανάμεσα στους μαθηματικούς και στους φυσι-

κούς είχε τελειώσει με διαζύγιο τη δεκαετία του 1930. Αυτοί οι άνθρωποι δεν μιλούσαν πια μεταξύ τους. Απλώς περιφρονούσε ο ένας τον άλλο. Οι μαθηματικοί φυσικοί δεν επέτρεπαν στους σπουδαστές τους να παρακολουθούν μαθηματικά από μαθηματικούς: *Διδαχτείτε μαθηματικά από μας. Θα σας μάθουμε ό,τι χρειάζεται να ξέρετε. Οι μαθηματικοί ακολουθούν έναν τρομερά εγωιστικό δρόμο και θα σας καταστρέψουν τα μυαλά.* Αυτά συνέβαιναν το 1960. Το 1968 είχαν μεταστραφεί εντελώς». Τελικά, φυσικοί, αστρονόμοι και βιολόγοι, όλοι καταλάβαιναν ότι έπρεπε να μαθαίνουν τα νέα.

ΕΝΑ ΑΠΛΟ ΚΟΣΜΙΚΟ μυστήριο: η Μεγάλη Κόκκινη Κηλίδα του Δία, ένα πελώριο, στροβιλιζόμενο ωοειδές, σαν μια γιγάντια θύελλα που ποτέ δεν μετακινείται και ποτέ δεν κοπάζει. Όσοι είδαν τις εικόνες που έστειλε από το Διάστημα ο Βόγιατζερ 2, το 1978, αναγνώρισαν την οικεία εικόνα του στροβιλισμού σε μια τεράστια, μη οικεία κλίμακα. Ήταν ένα από τα πιο σοβαρά αξιοσημείωτα του ηλιακού συστήματος — «η Κόκκινη Κηλίδα που βρυχιέται σαν αγχωμένο μάτι/μέσα στην ανατάραξη φρυδιών που βράζουν», όπως περιέγραψε την εικόνα αυτή ο Τζον Απντάικ (John Updike). Τι ήταν όμως αυτό; Είκοσι χρόνια από τότε που ο Λόρεντζ, ο Σμέιλ κι άλλοι επιστήμονες εφάρμοσαν ένα νέο τρόπο κατανόησης των ροών στη φύση, ο απόκοσμος καιρός του Δία αποδείχτηκε ένα από τα πολλά προβλήματα που περίμεναν την άλλη αίσθηση των δυνατοτήτων της φύσης, που ήρθε με την επιστήμη του χάους.

Επί τρεις αιώνες ίσχυε ότι όσο πιο πολλά ξέρεις τόσο πιο λίγα γνωρίζεις. Οι αστρονόμοι παρατήρησαν μια κηλίδα στο μεγάλο πλανήτη όχι πολύ αργότερα από τότε που ο Γαλιλαίος κατεύθυνε για πρώτη φορά τα τηλεσκόπια του στο Δία. Ο Ρόμπερτ Χουκ (Robert Hooke) την παρατήρησε γύρω στα 1600. Ο Ντονάτι Κρέτι (Donati Creti) τη ζωγράφισε στην πινακοθήκη του Βατικανού. Από πλευράς χρωματισμού, η Κηλίδα δεν προκαλούσε απορίες. Αλλά τα τηλεσκόπια έγιναν καλύτερα και η γνώση προκάλεσε άγνοια. Τον τελευταίο αιώνα δημιουργήθηκαν πολλές θεωρίες, η μια συνέχεια της άλλης. Για παράδειγμα:

Η Θεωρία Ροής της Λάβας. Οι επιστήμονες στα τέλη του 19ου αιώνα φαντάζονταν μια τεράστια ωοειδή λίμνη από λιωμένη λά-

βα που χυνόταν έξω από ένα ηφαίστειο· ή ίσως ότι η λάβα χυνόταν από μια τρύπα που είχε δημιουργήσει ένα πλανητοειδές στη σύγκρουση του με ένα λεπτό στερεό φλοιό.

Η Θεωρία της Νέας Σελήνης. Ένας γερμανός επιστήμονας, αντίθετα, διατύπωσε την άποψη ότι η Κηλίδα ήταν μια νέα Σελήνη που μόλις ξεπρόβαλλε από την επιφάνεια του πλανήτη.

Η Θεωρία του Αυγού. Ένα περίεργο νέο γεγονός: Η Κηλίδα φαινόταν να κινείται ελαφρά πάνω στην επιφάνεια του πλανήτη. Έτσι μια ιδέα που γεννήθηκε το 1939 θεωρούσε ότι η Κηλίδα ήταν ένα λίγο πολύ στερεό σώμα που βυθιζόταν στην ατμόσφαιρα του πλανήτη, όπως ένα αυγό βυθίζεται στο νερό. Παραλλαγές αυτής της θεωρίας — μαζί και της ιδέας για μια μετατοπιζόμενη φυσαλίδα υδρογόνου ή ηλίου — επικρατούσαν για πολλές δεκαετίες.

Η Θεωρία της Στήλης Αερίου. Άλλο ένα νέο δεδομένο: παρόλο που η Κηλίδα μετατοπιζόταν, ποτέ δεν μετατοπιζόταν σημαντικά. Έτσι, κάποιοι επιστήμονες τη δεκαετία του εξήντα διατύπωσαν την πρόταση ότι η Κηλίδα ήταν η κορυφή μιας ανερχόμενης στήλης αερίου, που ίσως να έβγαινε από έναν κρατήρα.

Τότε ήρθε ο Βόγιατζερ. Οι περισσότεροι αστρονόμοι πίστευαν πως το μυστήριο θα λυνόταν μόλις θα μπορούσαν να κάνουν παρατηρήσεις από αρκετά κοντά, και πράγματι, η πτήση του Βόγιατζερ πρόσφερε μια θαυμάσια συλλογή νέων δεδομένων, αλλά τελικά τα δεδομένα δεν ήταν αρκετά. Οι εικόνες του διαστημόπλοιου το 1978 αποκάλυψαν ισχυρούς ανέμους και πολύχρωμες δίνες. Οι αστρονόμοι είδαν, με εκπληκτική λεπτομέρεια, την ίδια την Κηλίδα ως ένα σύστημα στροβιλιζόμενης ροής όμοιο με κυκλώνα, που παραμέριζε τα σύννεφα, ενσωματωμένο σε ζώνες ανατολικού-δυτικού ανέμου που σχημάτιζαν οριζόντιες λουρίδες γύρω από τον πλανήτη. *Κυκλώνας* ήταν η καλύτερη περιγραφή που θα μπορούσε να σκεφτεί κανείς, αλλά δεν ήταν αρκετή για διάφορους λόγους. Οι κυκλώνες στη Γη εντείνονται από τη θερμότητα που απελευθερώνεται όταν η υγρασία συμπυκνώνεται σε βροχή, αλλά καμία υγρή διαδικασία δεν κινεί την Κόκκινη Κηλίδα. Οι γήινοι κυκλώνες περιστρέφονται στη λεγόμενη κυκλωνική κατεύθυνση, αντίθετα με τους δείκτες του ρολογιού πάνω από τον Ισημερινό, και σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού από κάτω, όπως όλες οι γήινες καταιγίδες. Η περιστροφή της

Κόκκινης Κηλίδας είναι αντικυκλωνική. Και, το πιο σημαντικό, οι κυκλώνες σβήνουν σε μερικές μέρες.

Επίσης, καθώς οι αστρονόμοι μελετούσαν τις εικόνες του Βόγιατζερ, συνειδητοποίησαν ότι ο πλανήτης στην πραγματικότητα ήταν ένα εξ ολοκλήρου ρευστό σε κίνηση. Ήταν προετοιμασμένοι να αντιμετωπίσουν ένα στερεό πλανήτη περιτριγυρισμένο από μια λεπτή, σαν χαρτί, ατμόσφαιρα όπως της Γης, αλλά, αν ο Δίας είχε κάπου ένα στερεό πυρήνα, αυτός θα ήταν μακριά από την επιφάνεια. Ο πλανήτης ξαφνικά έμοιαζε με ένα μεγάλο πείραμα δυναμικής ρευστών, κι εκεί κούρνιαζε η Κόκκινη Κηλίδα, γυρίζοντας σταθερά γύρω γύρω, αδιαφορώντας για το χάος γύρω της.

Η Κηλίδα κατέληξε να γίνει ψυχολογικό τεστ προσδιορισμού μορφής: οι επιστήμονες έβλεπαν ό,τι τους επέτρεπε η διαίσθηση τους. Ένας επιστήμονας της δυναμικής ρευστών, που θεωρούσε το στροβιλισμό τυχαίο και «θορυβώδη», αδυνατούσε να κατανοήσει μια περιοχή ευστάθειας στο μέσο του. Ο Βόγιατζερ είχε εντείνει ακόμα πιο πολύ το μυστήριο, αποκαλύπτοντας μικρής κλίμακας χαρακτηριστικά της ροής, τόσο μικρά, ώστε δεν ήταν ορατά ούτε κι από τα πιο ισχυρά τηλεσκόπια της Γης. Οι μικρές κλίμακες εμφάνιζαν γρήγορα αποδιοργάνωση, με δίνες να δημιουργούνται και να εξαφανίζονται σε μια μέρα ή λιγότερο. Ακόμα η Κηλίδα ήταν άτρωτη. Τι την έκανε να κινείται; Τι την κρατούσε στη θέση της;

Η Εθνική Διοίκηση Αεροναυπηγικής και Διαστήματος (NASA) διατηρεί τις φωτογραφίες στα αρχεία της, κάπου πέντε έξι σε όλη τη χώρα. Ένα αρχείο βρίσκεται στο Πανεπιστήμιο Κορνέλ. Εκεί κοντά, στις αρχές της δεκαετίας του 1980, είχε γραφείο ο Φίλιπ Μάρκους (Philip Marcus), ένας νεαρός αστρονόμος και μαθηματικός των εφαρμοσμένων μαθηματικών. Μετά τον Βόγιατζερ, ο Μάρκους ήταν ένας από τους πέντε έξι επιστήμονες στις Ηνωμένες Πολιτείες και τη Βρετανία που αναζητούσαν τρόπους να δημιουργήσουν ένα μοντέλο της Κόκκινης Κηλίδας. Αποδεσμευμένοι από την ανεπαρκή θεωρία των κυκλώνων, βρήκαν αλλού καταλληλότερες αναλογίες. Για παράδειγμα, το Ρεύμα του Κόλπου του Μεξικού, που υπάρχει στο δυτικό Ατλαντικό Ωκεανό, στριφογυρίζει και διακλαδίζεται με υπαινικτικό τρόπο. Δημιουργεί μικρά κύματα που συστρέφονται και μετασχηματίζο-

νται σε σπειροειδείς δακτυλίους, και απομακρύνονται από το κύριο ρεύμα σχηματίζοντας αργές, μακράς διαρκείας αντικυκλωνικές δίνες. Μια άλλη ανάλογη περίπτωση προήλθε από ένα ιδιόμορφο φαινόμενο της μετεωρολογίας κατά το οποίο ένα σύστημα υψηλών πιέσεων παραμένει μερικές φορές στο ανοιχτό πέλαγος, στρεφόμενο αργά για εβδομάδες ή μήνες, κατά παράβαση της κανονικής ροής από ανατολή προς δύση.Το φαινόμενο αυτό επέφερε αναστάτωση στα γενικά μοντέλα πρόβλεψης, αλλά έδωσε επίσης στους ερευνητές και κάποιες ελπίδες πρόβλεψης, αφού εμφάνιζε τακτικά χαρακτηριστικά με ασυνήθιστα μεγάλη διάρκεια ζωής.

Ο Μάρκους μελέτησε πολλές ώρες αυτές τις εικόνες της NASA, τις υπέροχες εικόνες Hasselblad ανθρώπων πάνω στη Σελήνη και τις εικόνες των στροβιλισμών του Δία. Αφού οι νόμοι του Νεύτωνα εφαρμόζονται παντού, ο Μάρκους προγραμμάτισε έναν υπολογιστή με ένα σύστημα εξισώσεων ρευστών. Για να περιλάβει και την περίπτωση του καιρού του Δία, σκόπευε να γράψει εξισώσεις για μια μάζα με μεγάλη πυκνότητα σε υδρογόνο και ήλιο, κάτι σαν ένα αστέρι που δεν ακτινοβολεί. Ο Δίας περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό του πολύ γρήγορα, και κάθε ημερονύκτιό του διαρκεί δέκα γήινες ώρες. Η περιστροφή δημιουργεί μια ισχυρή δύναμη Κοριόλις (Coriolis), την πλευρική αυτή δύναμη που σπρώχνει τον άνθρωπο όταν περπατά στο κυκλικό δάπεδο με τα αλογάκια του λούνα παρκ — και η δύναμη Κοριόλις κάνει την Κηλίδα να παρεκκλίνει.

Εκεί που ο Λόρεντζ χρησιμοποίησε το δικό του μικρό μοντέλο του καιρού της Γης για να τυπώσει χιλιάδες γραμμές σε ένα ρολό χαρτί, ο Μάρκους χρησιμοποίησε πολύ μεγαλύτερη υπολογιστική δύναμη για να συγκεντρώσει εκπληκτικές έγχρωμες εικόνες. Αρχικά έκανε γραφικές παραστάσεις. Σχεδόν δεν μπορούσε να δει τι συνέβαινε. Μετά έφτιαξε σλάιντς, και στη συνέχεια συγκέντρωσε τις εικόνες σε κινηματογραφική ταινία. Ήταν μια αποκάλυψη. Εμφανίστηκε ένα σχέδιο με λαμπερά μπλε, κόκκινα και κίτρινα χρώματα, σαν το ταμπλό του σκακιού με περιστρεφόμενες δίνες, που άρχισε να συγχωνεύεται σε ένα ωοειδές, εκπληκτικά όμοιο με τη Μεγάλη Κόκκινη Κηλίδα του φιλμ της NASA. «Βλέπεις αυτή τη μεγάλης κλίμακας κηλίδα να βρίσκεται σαν αχιβάδα ανάμεσα στη χαοτική ροή μικρής κλί-

μακας, και τη χαοτική ροή να απορροφά ενέργεια σαν το σφουγγάρι», είπε. «Βλέπεις αυτές τις μικρές νηματοειδείς δομές με φόντο μια θάλασσα από χάος».

Η Κηλίδα είναι ένα σύστημα αυτοοργάνωσης, το οποίο δημιουργήθηκε και ρυθμίστηκε από τις ίδιες μη γραμμικές στροβιλώδεις κινήσεις που δημιουργούν την απρόβλεπτη αναταραχή γύρω της. Είναι ευσταθές χάος.

Ο Μάρκους, ως σπουδαστής, είχε μάθει την κανονική φυσική λύνοντας γραμμικές εξισώσεις και εκτελώντας πειράματα σχεδιασμένα για να συμφωνούν με τη γραμμική ανάλυση. Ήταν μια ήσυχη ζωή: γιατί να χάνει το χρόνο του ένας σπουδαστής αντιμετωπίζοντας μη γραμμικές εξισώσεις που δεν είχαν λύση; Η ανταμοιβή ήταν προγραμματικά ενταγμένη στην εκπαίδευση του. Όσο κρατούσε τα πειράματα μέσα σε ορισμένα όρια, οι γραμμικές προσεγγίσεις ήταν αρκετές και εκείνος θα ανταμειβόταν με τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Αναπόφευκτα όμως, κάθε τόσο, ο πραγματικός κόσμος έμπαινε στα πειράματα του και ο Μάρκους έβλεπε αυτό που, όπως συνειδητοποίησε πολλά χρόνια αργότερα, ήταν αχνάρια του χάους. Τότε σταματούσε και έλεγε: «Ωχ, τι γίνεται εδώ πέρα;» Και του απαντούσαν: «Α, είναι πειραματικό λάθος, μην ανησυχείς!»

Αντίθετα όμως με τους περισσότερους φυσικούς, ο Μάρκους τελικά έμαθε το μάθημα του Λόρεντζ, ότι ένα ντετερμινιστικό σύστημα μπορεί να δημιουργεί πολύ περισσότερα από μια απλή περιοδική συμπεριφορά. Ήξερε να αναζητά την άγρια αταξία και ήξερε ότι μέσα στην αταξία ήταν δυνατό να υπάρχουν νησίδες με δομή. Έτσι με το πρόβλημα της Μεγάλης Κόκκινης Κηλίδας οδηγήθηκε στη βαθύτερη κατανόηση πως ένα πολύπλοκο σύστημα μπορεί να παρουσιάζει ταυτόχρονα στροβιλισμούς και συνοχή. Εργαζόταν σε ένα νέο κλάδο, που δημιουργούσε τη δική του παράδοση στη χρήση του υπολογιστή ως πειραματικού εργαλείου. Και ήταν πρόθυμος να αναγνωρίσει τον εαυτό του ως ένα νέο είδος επιστήμονα: όχι κυρίως στο χώρο της αστρονομίας, ούτε της δυναμικής των ρευστών, ούτε στο χώρο των εφαρμοσμένων μαθηματικών, αλλά ειδικό στο χάος.

ΤΑ ΠΑΝΩ ΚΑΙ ΤΑ ΚΑΤΩ ΤΗΣ ΖΩΗΣ

Το αποτέλεσμα μιας μαθηματικής ανάπτυξης θά πρέπει να ελέγχεται συνεχώς από τη διαίσθηση που έχουμε σχετικά με το τι αποτελεί εύλογη βιολογική συμπεριφορά. Όταν ένας τέτοιος έλεγχος αποκαλύπτει ασυμφωνίες, τότε πρέπει να μελετηθούν οι εξής δυνατότητες:

α. Στη μαθηματική ανάπτυξη έχει γίνει κάποιο λάθος,

β. Οι αρχικές υποθέσεις είναι λαθεμένες ή / και αποτελούν μια σημαντική υπεραπλούστευση.

γ. Η διαίσθηση που έχει αναπτυχθεί στο πεδίο της βιολογίας είναι ανεπαρκής,

δ. Έχει ανακαλυφθεί μια θεμελιώδης νέα αρχή.

ΧΑΡΒΕΫ ΓΚΟΛΝΤ

Δημιουργός μαθηματικών μοντέλων
για βιολογικά συστήματα

ΑΔΗΦΑΓΑ ΥΔΡΟΒΙΑ και εύγευστο πλαγκτόν. Δάση μουσκεμένα, γεμάτα από ερπετά χωρίς όνομα, πουλιά που κινούνται αθόρυβα κάτω από τους θόλους των φύλλων, έντομα που βουίζουν σαν ηλεκτρόνια επιταχυντή. Παγωμένες ζώνες όπου αρουραίοι και λέμμιγκ ανθούν κι εξαφανίζονται με τακτικές τετραετείς περιοδικότητες, κάτω από το βάρος του αιματηρού αγώνα της φύσης. Ο κόσμος αποτελεί ένα ακατάστατο εργαστήριο για οικολόγους, ένα καζάνι με πέντε εκατομμύρια είδη που επιδρούν το ένα πάνω στο άλλο. Ή μήπως είναι πενήντα εκατομμύρια; Οι οικολόγοι δεν ξέρουν ακριβώς.

Μερικοί βιολόγοι, επηρεασμένοι από τα μαθηματικά του 20ού αιώνα, δημιούργησαν έναν επιστημονικό κλάδο, την οικολογία, που απογύμνωσε τους πληθυσμούς από τη φασαρία και το χρώμα της πραγματικής ζωής και τους αντιμετωπίζει ως δυναμικά συστήματα. Οι οικολόγοι χρησιμοποίησαν τα στοιχειώδη εργαλεία της μαθηματικής φυσικής για να περιγράψουν την ακμή και την παρακμή της ζωής. Μεμονωμένα είδη που πολλαπλασιάζονται σε ένα χώρο όπου η τροφή είναι περιορισμένη, κάποια άλλα είδη που ανταγωνίζονται μεταξύ τους για την επιβίωση, επιδημίες που διαδίδονται σε μεγάλους πληθυσμούς — όλα μπορούν να απομονωθούν, αν όχι σε εργαστήρια, σίγουρα στα μυαλά των θεωρητικών βιολόγων.

Με την εμφάνιση του χάους ως νέας επιστήμης στη δεκαετία του 1970, οι οικολόγοι έμελλε να παίξουν έναν ειδικό ρόλο. Χρησιμοποιούσαν μαθηματικά μοντέλα, αλλά ήδη γνώριζαν ότι αυτά αποτελούσαν πρόχειρες προσεγγίσεις του πραγματικού κό-

σμου που βρίσκεται σε συνεχή αναβρασμό. Κάπως περίεργα, η γνώση των διαφόρων περιορισμών τους επέτρεψε να δουν τη σπουδαιότητα μερικών ιδεών που οι μαθηματικοί θεωρούσαν ενδιαφέρουσες ιδιορρυθμίες. Για έναν οικολόγο, αν κάποιες κανονικές εξισώσεις μπορούσαν να παράγουν μη κανονικές συμπεριφορές, αυτό αποτελούσε προειδοποίηση. Οι εξισώσεις, όταν εφαρμόζονταν στη βιολογία των πληθυσμών, αποτελούσαν το αντίστοιχο των μοντέλων που χρησιμοποιούσαν οι φυσικοί στη μελέτη του σύμπαντος. Ακόμα, η πολυπλοκότητα των πραγματικών φαινομένων που μελετούσαν οι επιστήμες της ζωής ξεπερνούσε οτιδήποτε υπήρχε στα εργαστήρια των φυσικών. Τα μαθηματικά μοντέλα των βιολόγων ήταν σχεδόν καρικατούρες της πραγματικότητας, όπως και τα μοντέλα των οικονομολόγων, των δημογράφων, των ψυχολόγων και των πολεοδόμων, όταν αυτές οι επιστήμες προσπαθούσαν να εισαγάγουν την αυστηρότητα στη μελέτη συστημάτων που μεταβάλλονται με το χρόνο. Τα μέτρα ήταν διαφορετικά. Για έναν φυσικό, ένα σύστημα εξισώσεων σαν του Λόρεντζ ήταν τόσο απλό, που φαινόταν αληθινά διάφανο. Για ένα βιολόγο, ακόμα και οι εξισώσεις του Λόρεντζ ήταν απαγορευτικά πολύπλοκες — αφορούσαν χώρους τριών διαστάσεων, μεταβάλλονταν συνεχώς και ήταν δύσκολο ν' αναλυθούν.

Η ανάγκη δημιούργησε ένα διαφορετικό στυλ δουλειάς για τους βιολόγους. Το ταίριασμα των μαθηματικών περιγραφών με τα πραγματικά συστήματα έπρεπε να προχωρά σε διαφορετική κατεύθυνση. Ο φυσικός, παρατηρώντας ένα συγκεκριμένο σύστημα (δύο εκκρεμή, ας πούμε, συνδεδεμένα με ένα σπάγκο), αρχίζει επιλέγοντας τις κατάλληλες εξισώσεις. Κατά προτίμηση, τις αναζητά σε ένα σύγγραμμα. Αν δεν τις βρει, τις εξάγει ο ίδιος από τις βασικές αρχές. Ξέρει πώς λειτουργούν τα εκκρεμή και ξέρει τι γίνεται με τους σπάγκους. Μετά λύνει τις εξισώσεις, αν μπορεί. Ο βιολόγος, αντίθετα, δε θα μπορούσε ποτέ να συναγάγει εύκολα τις σωστές εξισώσεις απλώς σκεπτόμενος ένα συγκεκριμένο πληθυσμό ζώων. Θα πρέπει να συγκεντρώσει δεδομένα και να προσπαθήσει να βρει εξισώσεις που να δίνουν ίδιο αποτέλεσμα. Τι συμβαίνει αν βάλουμε χίλια ψάρια σε μια λίμνη με περιορισμένη ποσότητα τροφής; Τι συμβαίνει αν στη λίμνη αυτή βάλουμε ακόμα πενήντα καρχαρίες που τους αρέσει να τρώνε δύο ψάρια κάθε μέρα; Τι συμβαίνει σε έναν ιό που σκοτώνει με

ορισμένο ρυθμό και εξαπλώνεται επίσης με ορισμένο ρυθμό, ανάλογα με την πυκνότητα του πληθυσμού; Οι επιστήμονες εξιδανίκευσαν αυτές τις ερωτήσεις ώστε να μπορούν να εφαρμόζουν σαφείς μαθηματικούς τύπους.

Συχνά αυτή η μέθοδος έδινε αποτελέσματα. Η βιολογία των πληθυσμών κέρδισε πολλές γνώσεις σχετικά με την ιστορία της ζωής, τον τρόπο που τα αρπακτικά ζώα αλληλεπιδρούν με το θύμα τους, τον τρόπο που κάποια μεταβολή στην πυκνότητα του πληθυσμού μιας χώρας επηρεάζει την εξάπλωση μιας ασθένειας. Αν ένα συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο έδειχνε αλματώδη αύξηση, οδηγούσε σε ισορροπία ή σε εξαφάνιση, οι οικολόγοι ήταν σε θέση να διατυπώσουν κάποιες εικασίες για τις περιστάσεις κάτω από τις οποίες ένας πραγματικός πληθυσμός ή μια επιδημία μπορούσαν να κάνουν το ίδιο.

Μια χρήσιμη απλοποίηση ήταν η δημιουργία ενός μοντέλου του κόσμου με βάση διακριτά χρονικά διαστήματα, σαν το δείκτη του ρολογιού που κινείται κάθε φορά κατά ένα δευτερόλεπτο, αντί να κυλάει με συνεχή τρόπο. Οι διαφορικές εξισώσεις περιγράφουν διαδικασίες που μεταβάλλονται ομαλά με το χρόνο, αλλά οι διαφορικές εξισώσεις παρουσιάζουν δυσκολίες στον υπολογισμό τους. Πιο απλές εξισώσεις — οι «εξισώσεις διαφορών» — μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διαδικασίες που πηδούν από κατάσταση σε κατάσταση. Ευτυχώς, πολλοί πληθυσμοί ζώων κάνουν ό,τι κάνουν σε διαστήματα περίπου του ενός έτους. Οι μεταβολές από έτος σε έτος πολλές φορές είναι πιο σημαντικές από τις συνεχείς μεταβολές σε ένα ορισμένο διάστημα. Για παράδειγμα, εντελώς διαφορετικά από τους ανθρώπους, πολλά έντομα αναπαράγονται σταθερά μια ορισμένη εποχή, κι έτσι οι γενιές τους δεν αλληλοεπικαλύπτονται. Ένας οικολόγος, για να προβλέψει τον πληθυσμό των νομαδικών νυκτόβιων λεπιδόπτερων την επόμενη άνοιξη ή την επιδημία ιλαράς τον επόμενο χειμώνα, χρειάζεται να ξέρει μόνο τα αντίστοιχα δεδομένα αυτού του έτους. Μια εικόνα από έτος σε έτος δεν δίνει τίποτα παραπάνω από μια σκιαγραφία της περίπλοκης μορφής ενός συστήματος, αλλά σε πολλές πραγματικές εφαρμογές η σκιαγραφία αυτή δίνει όλες τις πληροφορίες που χρειάζεται ένας επιστήμονας.

Τα μαθηματικά που χρησιμοποιεί η οικολογία έχουν με τα

μαθηματικά του Σμέιλ την ίδια σχέση που έχουν οι Δέκα Εντολές με το Ταλμούδ: είναι ένα σύνολο λειτουργικών κανόνων και τίποτα πιο πολύπλοκο. Ένας βιολόγος, για να περιγράψει έναν πληθυσμό που μεταβάλλεται κάθε έτος, χρησιμοποιεί μια τυπολογία που ένας μαθητής του λυκείου μπορεί να την παρακολουθήσει εύκολα. Ας υποθέσουμε ότι ο πληθυσμός των νομαδικών νυκτόβιων λεπιδόπτερων του επόμενου έτους εξαρτάται αποκλειστικά από τον φετινό πληθυσμό. Μπορείτε να φανταστείτε έναν πίνακα που θα περιέχει όλες τις συγκεκριμένες πιθανότητες — 31.000 έντομα αυτό το έτος σημαίνει 35.000 έντομα το επόμενο, κ.ο.κ. Επίσης, μπορείτε να ορίσετε τη σχέση ανάμεσα σε όλες τις τιμές αυτού του έτους και σε όλες τις τιμές του επόμενου, με έναν κανόνα — μια συνάρτηση. Ο πληθυσμός x του επόμενου έτους είναι μια συνάρτηση Φ του φετινού πληθυσμού:

$$X_{\text{επόμενου}} = \Phi(X).$$

Κάθε συγκεκριμένη συνάρτηση μπορεί να σχεδιαστεί σε ένα διάγραμμα, που με μια ματιά θα δίνει τη γενική αίσθηση της μεταβολής.

Σε ένα απλό μοντέλο σαν αυτό, το να παρακολουθήσουμε έναν πληθυσμό στο πέρασμα του χρόνου σημαίνει απλώς να πάρουμε κάποιον αρχικό αριθμό και να εφαρμόζουμε διαδοχικά την ίδια συνάρτηση. Για να βρούμε τον πληθυσμό το τρίτο έτος, εφαρμόζουμε απλώς τη συνάρτηση στο αποτέλεσμα του δεύτερου έτους, κ.ο.κ. Όλη η ιστορία του πληθυσμού προκύπτει μέσα από αυτή την επαναληπτική διαδικασία — μια συνεχής ανάδραση, όπου το αποτέλεσμα/έξοδος κάθε έτους χρησιμοποιείται ως δεδομένο/είσοδος του επόμενου έτους. Μπορεί να χάσουμε τον έλεγχο της ανάδρασης όπως συμβαίνει όταν ο ήχος από ένα μεγάφωνο επανεισέρχεται στο μικρόφωνο και ενισχύεται γρήγορα, ώσπου γίνεται ένα ανυπόφορο στρίγγλισμα. Αλλά επίσης, η ανάδραση μπορεί να οδηγήσει σε σταθερότητα, όπως συμβαίνει με το θερμοστάτη που ρυθμίζει τη θερμοκρασία ενός σπιτιού αυξάνοντας την ή μειώνοντας την ανάλογα με το αν είναι χαμηλότερη ή υψηλότερη από μια ορισμένη τιμή.

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν πολλοί διαφορετικοί τύποι συναρτήσεων. Μια απλοϊκή προσέγγιση της βιολογίας των πληθυσμών θα γινόταν με μια συνάρτηση που θα αυξάνει τον πληθυ-

σμό κατά ένα ορισμένο ποσοστό κάθε έτος. Θα μπορούσε να είναι για παράδειγμα μια γραμμική συνάρτηση — $X_{\text{επόμενου}} = \rho\chi$ — και να οδηγεί στο κλασικό σχήμα του Μάλθους για την ανάπτυξη του πληθυσμού, χωρίς περιορισμούς από αποθέματα τροφής ή ηθικές αναστολές. Η παράμετρος ρ είναι ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού. Ας πούμε ότι είναι 1,1. Τότε, αν ο πληθυσμός αυτού του έτους είναι 10, το επόμενο έτος θα είναι 11. Αν η είσοδος είναι 20.000, η έξοδος θα είναι 22.000. Ο πληθυσμός αυξάνεται όλο και περισσότερο, σαν τα χρήματα που αφήνονται για πάντα σ' ένα λογαριασμό καταθέσεων με σταθερό τόκο.

Οι οικολόγοι όμως έχουν συνειδητοποιήσει εδώ και πολλά χρόνια ότι πρέπει να βρουν μια καλύτερη προσέγγιση. Ένας οικολόγος που μελετά τα ψάρια μιας λίμνης πρέπει να βρει μια συνάρτηση που να συμφωνεί με την ωμή πραγματικότητα της ζωής — για παράδειγμα, την πραγματικότητα της πείνας ή του ανταγωνισμού. Όταν τα ψάρια πολλαπλασιάζονται, αρχίζουν να μένουν χωρίς τροφή. Ένας μικρός πληθυσμός ψαριών θα αυξάνεται γρήγορα. Ένας υπερβολικά μεγάλος πληθυσμός ψαριών θα μειώνεται. Ή, ας πάρουμε τα γιαπωνέζικα σκαθάρια. Κάθε 1η Αυγούστου βγαίνετε στον κήπο σας και μετράτε τα σκαθάρια. Για λόγους απλοποίησης, αγνοείτε τα πουλιά, αγνοείτε τις ασθένειες των σκαθαριών και παίρνετε υπόψη σας μόνο τα σταθερά αποθέματα τροφής. Αν τα σκαθάρια είναι λίγα, θα πολλαπλασιάζονταν αν είναι πολλά θα φάνε ολόκληρο τον κήπο και μετά θα πεθάνουν απ' την πείνα.

Σύμφωνα με το σενάριο του Μάλθους για την ανάπτυξη χωρίς περιορισμούς, η γραμμική συνάρτηση ανάπτυξης είναι πάντοτε αύξουσα. Ο οικολόγος, για να καταλήξει σε ένα ρεαλιστικότερο σενάριο, χρειάζεται μια εξίσωση με κάποιον επιπλέον όρο, που να περιορίζει την αύξηση όταν ο πληθυσμός γίνεται μεγάλος. Το φυσικότερο θα ήταν να διαλέξει μια συνάρτηση που να αυξάνεται ραγδαία όταν ο πληθυσμός είναι μικρός, να εμφανίζει μια αύξηση σχεδόν μηδενική στις ενδιάμεσες τιμές και να καταρρέει όταν ο πληθυσμός είναι πολύ μεγάλος. Επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία, ο οικολόγος μπορεί να παρατηρήσει την πορεία ενός πληθυσμού στη μακροσκοπική συμπεριφορά του — που πιθανόν να καταλήξει σε μια κατάσταση ισορροπίας. Η βόλτα του οικολόγου στα χωράφια των μαθηματικών θα του επιτρέψει να

αναφωνήσει: Να η εξίσωση, να η μεταβλητή που παριστάνει το ρυθμό αναπαραγωγής, να η μεταβλητή που παριστάνει το ρυθμό των φυσιολογικών θανάτων, να η μεταβλητή που παριστάνει τον πρόσθετο ρυθμό θανάτων από πείνα ή επιδρομές εχθρών. Ο πληθυσμός θα αυξάνεται μ' *αυτή* την ταχύτητα ώσπου να φτάσει σ' *εκείνη* την κατάσταση ισορροπίας.

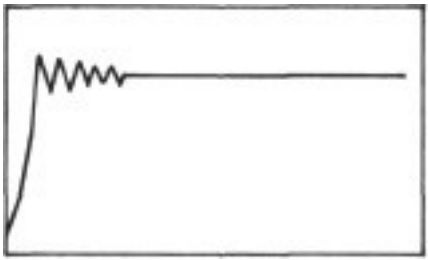
Πώς βρίσκει κανείς μια τέτοια συνάρτηση; Μπορεί να υιοθετήσει πολλές διαφορετικές εξισώσεις, και πιθανόν η πιο απλή να είναι μια τροποποίηση της γραμμικής εξίσωσης του Μάλθους: $X_{\text{επόμενο}} = \rho\chi(1-\chi)$. Η παράμετρος ρ παριστάνει πάλι το ρυθμό αύξησης. Ο νέος όρος 1-χ διατηρεί την αύξηση ανάμεσα στα όρια, αφού, καθώς το χ αυξάνεται, το 1-χ μειώνεται*.Ο καθένας μπορεί με μια αριθμομηχανή να ξεκινήσει με μια αρχική τιμή, να επιλέξει ένα ρυθμό αύξησης και να κάνει τις αριθμητικές πράξεις που χρειάζονται για να υπολογίσει τον πληθυσμό του επόμενου έτους.

Στη δεκαετία του 1950 μερικοί οικολόγοι παρατηρούσαν τις παραλλαγές αυτής της συγκεκριμένης εξίσωσης, που είναι γνωστή ως λογιστική εξίσωση διαφορών. Στην Αυστραλία, για παρά-

* Για λόγους ευκολίας, στο πολύ αφηρημένο μοντέλο που συζητάμε, η έννοια του «πληθυσμού» θα εκφράζεται με έναν αριθμό μεταξύ μηδέν και ένα, όπου το μηδέν θα παριστάνει την εξάλειψη και το ένα τον μεγαλύτερο αποδεκτό πληθυσμό της λίμνης.

Αρχίζουμε ως εξής: Επιλέγουμε μια τυχαία τιμή για το ρ, ας πούμε 2,7 και έναν αρχικό πληθυσμό, ας πούμε 0,2. Έτσι 1 μείον 0,2 μας κάνει 0,98. Πολλαπλασιάζουμε επί 0,02 και παίρνουμε 0,0196. Πολλαπλασιάζουμε αυτό επί 2,7 και παίρνουμε 0,0529. Ο πολύ μικρός αρχικός πληθυσμός έχει γίνει υπερδιπλάσιος. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία χρησιμοποιώντας σαν είσοδο το νέο πληθυσμό, και παίρνουμε 0,1353. Σε μια φτηνή αριθμομηχανή, αυτή η επανάληψη γίνεται με τη συνεχή χρήση του ίδιου πλήκτρου. Ο πληθυσμός αυξάνεται σε 0,3159, μετά σε 0,5835, μετά σε 0,6562 — ο ρυθμός αύξησης επιβραδύνεται. Στη συνέχεια, καθώς οι θάνατοι από την πείνα ξεπερνούν την αναπαραγωγή, έχουμε 0,6092. Μετά 0,6428, μετά 0,6199, μετά 0,6362, μετά 0,6249. Οι αριθμοί φαίνονται να πηδούν μπρος και πίσω, αλλά πλησιάζουν ένα σταθερό αριθμό: 0,6328, 0,6273, 0,6312, 0,6285, 0,6304, 0,6291, 0,6300, 0,6294, 0,6299, 0,6295, 0,6297, 0,6296, 0,6297, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296, 0,6296. Επιτυχία!

Η αριθμητική εξερεύνηση δεν προχώρησε και πάρα πολύ την εποχή της αριθμητικής με το χαρτί και το μολύβι ή την εποχή των χειροκίνητων προσθετικών μηχανών.



Ένας πληθυσμός, μετά μια συνεχή αύξηση και κάποιες αυξομειώσεις γύρω από μια τιμή, καταλήγει σε ισορροπία.

δειγμα, ο Ου.Ε. Ρίκερ (W.E. Ricker) την εφάρμοσε σε πραγματικά ιχθυοτροφεία. Οι οικολόγοι κατάλαβαν ότι η παράμετρος ρ εξέφραζε ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του μοντέλου. Στα φυσικά συστήματα από τα οποία είχαν δανειστεί αυτές τις εξισώσεις, η παράμετρος ρ αντιστοιχούσε σ' ένα συντελεστή θερμότητας ή στο συντελεστή τριβής ή στο μέγεθος κάποιας άλλης ακατάστατης ποσότητας — με λίγα λόγια, στο ποσό της μη γραμμικότητας. Σε μια λίμνη, η παράμετρος μπορεί να αντιστοιχεί στη γονιμότητα των ψαριών, στην τάση του πληθυσμού να αυξάνεται ραγδαία και να καταλήγει στον υπερπληθυσμό («βιοτικό δυναμικό» ήταν ο επιβλητικός όρος). Το ερώτημα ήταν: Πώς αυτές οι διαφορετικές παράμετροι επηρεάζουν την κατάληξη ενός πληθυσμού; Η προφανής απάντηση είναι πως, όταν η παράμετρος έχει μικρή τιμή, ο ιδανικός πληθυσμός καταλήγει να είναι μικρός. Η παράμετρος με μεγάλη τιμή οδηγεί σε μεγάλο πληθυσμό. Αυτό αποδείχνεται σωστό για πολλές τιμές της παραμέτρου — αλλά όχι για όλες. Κατά καιρούς, ορισμένοι ερευνητές όπως ο Ρίκερ, προσπάθησαν να μελετήσουν πολύ μεγάλες τιμές της παραμέτρου και, όταν το έκαναν, θα πρέπει να είδαν το χάος.

Κατά περίεργο τρόπο, η σειρά των αριθμών αρχίζει να μην έχει ομαλή συμπεριφορά — κάτι που αγχώνει όσους εκτελούν τους υπολογισμούς με το χέρι. Βεβαίως, οι αριθμοί δεν αυξάνονται απεριόριστα, αλλά ούτε και συγκλίνουν σε μία τιμή ισορροπίας. Όπως φαίνεται όμως, κανείς από αυτούς τους πρώτους

οικολόγους δεν είχε την έφεση ή τη δύναμη να συνεχίσει να ανασκαλεύει αριθμούς που αρνιόνταν να κατασταλάξουν κάπου. Σε κάθε περίπτωση, αν ο πληθυσμός συνέχιζε να μεταβάλλεται πάνω κάτω, οι οικολόγοι θεωρούσαν ότι ταλαντευόταν γύρω από κάποιο σημείο ισορροπίας. Το σημαντικό ήταν η ισορροπία. Δεν περνούσε από το μυαλό των οικολόγων ότι ίσως να μην υπήρχε ισορροπία.

Εγχειρίδια και βιβλία που ασχολούνταν με τη λογιστική εξίσωση και τους πιο πολύπλοκους συγγενείς της δεν αναγνώρισαν ποτέ την ύπαρξη χαοτικής συμπεριφοράς. Ο Τζ. Μέυναρντ Σμιθ (J.Maynard Smith), στο κλασικό βιβλίο *Mathematical Ideas in Biology* (Μαθηματικές Ιδέες στη Βιολογία) που έγραψε το 1968, έδωσε μια κλασική ερμηνεία των δυνατοτήτων: Είτε οι πληθυσμοί παραμένουν προσεγγιστικά σταθεροί είτε αυξομειώνονται «με μια μάλλον κανονική περιοδικότητα» γύρω από ένα προκαθορισμένο σημείο ισορροπίας. Ασφαλώς δεν ήταν τόσο αφελής, ώστε να νομίζει ότι οι πραγματικοί πληθυσμοί δεν θα συμπεριφέρονταν ποτέ τυχαία. Απλώς θεωρούσε ότι η τυχαία συμπεριφορά δεν είχε καμία σχέση με το είδος των μαθηματικών μοντέλων που περιέγραφε. Όπως και να 'χει, οι βιολόγοι έπρεπε να διατηρούν αυτά τα μοντέλα στα μέτρα τους. Αν τα μοντέλα άρχιζαν να προδίνουν τους κατασκευαστές τους ως προς τη συμπεριφορά των πραγματικών πληθυσμών, κάποιο χαρακτηριστικό που θα απουσίαζε θα μπορούσε πάντα να εξηγεί την ανακολουθία: η κατανομή των ηλικιών στον πληθυσμό, κάποιο ζήτημα εδάφους ή γεωγραφίας ή το μπλέξιμο να παίρνεις υπόψη σου δύο φύλα.

Το πιο σημαντικό είναι ότι οι οικολόγοι κατά βάθος σκέφτονταν πάντα ότι μια αλλοπρόσαλλη ακολουθία αριθμών πιθανόν σήμαινε πως η αριθμομηχανή έκανε κόλπα ή απλώς δεν είχε ακρίβεια. Οι ενδιαφέρουσες λύσεις ήταν αυτές που εμφάνιζαν ευστάθεια. Η τάξη ήταν η ανταμοιβή της σκέψης τους. Σε τελική ανάλυση, η διαδικασία προσδιορισμού των κατάλληλων εξισώσεων και του υπολογισμού τους ήταν επίπονη. Κανείς δεν ήθελε να χάνει χρόνο σε μια κατεύθυνση δουλειάς που πήγαινε στραβά, αφού δεν έδινε κάποια ευστάθεια. Και κανένας σοβαρός οικολόγος δεν ξέχασε ποτέ πως οι εξισώσεις του ήταν μεγάλες υπεραπλουστεύσεις των πραγματικών φαινομένων. Όλο το νόημα της υπεραπλούστευσης ήταν να δώσει μοντέλα της κανονικό-

τητας. Γιατί να κάνει κανείς όλη αυτή τη φασαρία απλώς για να δει το χάος;

ΑΡΓΟΤΕΡΑ, ΘΑ ΕΛΕΓΑΝ ότι ο Τζέιμς Γιορκ (James Yorke) είχε ανακαλύψει τον Λόρεντζ και είχε δώσει στην επιστήμη του χάους το όνομα της. Το δεύτερο ήταν πράγματι αληθινό.

Ο Γιορκ ήταν ένας μαθηματικός που του άρεσε να θεωρεί τον εαυτό του φιλόσοφο, αν και ήταν επαγγελματικά επικίνδυνο να το παραδέχεται. Ήταν έξυπνος και γλυκομίλητος, ένας λίγο ατημέλητος θαυμαστής του λίγο ατημέλητου Στιβ Σμέιλ. Όπως κάθε άλλος, έβρισκε ότι ήταν δύσκολο να κατανοήσει τον Σμέιλ. Αλλά, αντίθετα από τους περισσότερους, καταλάβαινε *γιατί* συνέβαινε αυτό. Όταν ήταν μόλις είκοσι δύο χρονών, ο Γιορκ συνεργάστηκε με ένα διεπιστημονικό ίδρυμα στο Πανεπιστήμιο του Μέρυλαντ, το Ινστιτούτο Φυσικής Επιστήμης και Τεχνολογίας (Institute for Physical Science and Technology), που αργότερα έγινε επικεφαλής του. Ήταν το είδος του μαθηματικού που ένιωθε υποχρεωμένος να εφαρμόζει τις ιδέες του στην πράξη. Έγραψε μια έκθεση για τους τρόπους εξάπλωσης της βλεννόρροιας, με την οποία έπεισε την ομοσπονδιακή κυβέρνηση να αλλάξει τη στρατηγική της για τον έλεγχο αυτής της αρρώστιας στη χώρα. Στη διάρκεια της κρίσης του πετρελαίου, στη δεκαετία του 1970, έκανε μια επίσημη αναφορά στην Πολιτεία του Μέρυλαντ, υποστηρίζοντας σωστά (αλλά όχι πειστικά) ότι το σύστημα των μονών-ζυγών για να μειωθούν οι πωλήσεις βενζίνης, θα είχε σαν μοναδικό αποτέλεσμα να μεγαλώσουν οι ουρές. Την εποχή των αντιπολεμικών διαδηλώσεων, όταν η κυβέρνηση κυκλοφόρησε μια αεροφωτογραφία με στόχο να δείξει ότι στο χώρο του συλλαλητηρίου γύρω από το Μνημείο Ουάσιγκτον υπήρχε αραιό πλήθος, αυτός ανέλυσε τη σκιά του μνημείου για να αποδείξει ότι η φωτογραφία στην πραγματικότητα είχε παρθεί μισή ώρα αργότερα, όταν το συλλαλητήριο πια διαλυόταν.

Στο Ινστιτούτο, ο Γιορκ είχε μια ασυνήθιστη ελευθερία να εργάζεται πάνω σε προβλήματα έξω από τους παραδοσιακούς τομείς και του άρεσε να συνομιλεί συχνά με ειδικούς από πολλά πεδία. Ένας απ' αυτούς τους ειδικούς που ασχολούνταν με τη δυναμική των ρευστών, είχε βρει το 1972 το άρθρο Deterministic NonPeriodic Flow (Ντετερμινιστική Μη περιοδική Ροή) που είχε

δημοσιεύσει ο Λόρεντζ το 1963, κι επειδή τον γοήτευσε, έδινε αντίγραφα του σε όποιον ήθελε. Έδωσε ένα και στον Γιορκ.

Το άρθρο του Λόρεντζ ήταν ένα μέρος από τη μαγεία που αναζητούσε ο Γιορκ, χωρίς καν να το ξέρει. Ήταν γι' αυτόν ένα μαθηματικό σοκ — ένα χαοτικό σύστημα που παραβίαζε το αρχικό αισιόδοξο σχήμα ταξινόμησης του Σμέιλ. Αλλά αυτό δεν ήταν μόνο μαθηματικά — ήταν ένα ζωντανό φυσικό μοντέλο, μια εικόνα ρευστού σε κίνηση, και ο Γιορκ ένιωσε αμέσως ότι ήταν κάτι που έπρεπε να το δουν οι φυσικοί. Ο Σμέιλ είχε οδηγήσει τα μαθηματικά στην κατεύθυνση τέτοιων φυσικών προβλημάτων, αλλά, όπως καταλάβαινε καλά ο Γιορκ, η γλώσσα των μαθηματικών παρέμενε ένα σοβαρό εμπόδιο στην επικοινωνία. Μακάρι ο ακαδημαϊκός κόσμος να άφηνε κάποιο περιθώριο για ένα υβρίδιο μαθηματικών/φυσικών — αλλά δεν άφηνε. Παρόλο που η δουλειά του Σμέιλ στα δυναμικά συστήματα είχε αρχίσει να κλείνει το χάσμα, οι μαθηματικοί μιλούσαν μια γλώσσα και οι φυσικοί συνέχιζαν να μιλούν μια άλλη. Όπως παρατήρησε κάποτε ο φυσικός Μάρρεϋ Τζελ-Μαν (Murray Gell-Mann), «τα μέλη της Σχολής ξέρουν καλά ένα ορισμένο είδος ανθρώπου που μοιάζει στους μαθηματικούς σαν καλός φυσικός και στους φυσικούς σαν καλός μαθηματικός. Ωστόσο, και πολύ σωστά, δεν θέλουν δίπλα τους αυτό το είδος ανθρώπου». Τα πρότυπα των δύο επαγγελμάτων ήταν διαφορετικά. Οι φυσικοί είχαν θεωρήματα, οι μαθηματικοί εικασίες. Τα αντικείμενα που αποτελούσαν τους κόσμους των ήταν διαφορετικά. Τα παραδείγματα τους ήταν διαφορετικά.

Ο Σμέιλ θα χαιρόταν πολύ με ένα παράδειγμα σαν αυτό: Πάρε έναν αριθμό ανάμεσα στο μηδέν και το ένα και διπλασίασε τον. Μετά διώξε το ακέραιο μέρος, το μέρος που βρίσκεται αριστερά της υποδιαστολής. Μετά επανάλαβε την ίδια διαδικασία. Αφού οι περισσότεροι αριθμοί είναι άρρητοι και απρόβλεπτοι στη λεπτομέρεια τους, η διαδικασία αυτή θα παραγάγει μια απρόβλεπτη ακολουθία αριθμών. Ένας φυσικός δε θα μπορούσε να δει τίποτα ενδιαφέρον σ' αυτό το παράδειγμα, εκτός από μια τετριμμένη ιδιομορφία των μαθηματικών, τελείως ασήμαντη, πολύ απλή και πολύ αφηρημένη για να χρησιμοποιηθεί. Ο Σμέιλ όμως ήξερε διαισθητικά ότι αυτό το μαθηματικό παιχνίδι μπορούσε να εμφανιστεί στην ουσία πολλών φυσικών συστημάτων.

Ένα παράδειγμα θεμιτό για ένα φυσικό θα-ήταν μια διαφορική εξίσωση που θα μπορούσε να γραφτεί σε απλή μορφή. Όταν ο Γιορκ είδε το άρθρο του Λόρεντζ, αν και ήταν θαμμένο σε ένα περιοδικό μετεωρολογίας, διαισθάνθηκε ότι επρόκειτο για ένα παράδειγμα που θα καταλάβαιναν οι φυσικοί. Έδωσε ένα αντίγραφο στον Σμέιλ, με τη διεύθυνση του γραμμένη σε εμφανές σημείο, ώστε ο Σμέιλ να μπορεί να του το επιστρέψει. Ο Σμέιλ κατάπληκτος είδε ότι αυτός ο μετεωρολόγος — *δέκα χρόνια πριν* — είχε ανακαλύψει ένα είδος χάους που ο ίδιος είχε κάποτε θεωρήσει μαθηματικά αδύνατο. Έβγαλε πολλά φωτοαντίγραφα του άρθρου Deterministic NonPeriodic Flow και έτσι διαδόθηκε η φήμη ότι ο Γιορκ ανακάλυψε τον Λόρεντζ. Όλα τα φωτοαντίγραφα του άρθρου που κυκλοφορούσαν από τότε στο Μπέρκλεϋ είχαν πάνω τη διεύθυνση του Γιορκ.

Ο Γιορκ ένιωθε πως οι φυσικοί είχαν *μάθει* να μη βλέπουν το χάος. Στην καθημερινή ζωή, το λορεντζιανό χαρακτηριστικό της ευαίσθητης εξάρτησης από τις αρχικές συνθήκες βρίσκεται κρυμμένο παντού. Ένας άνθρωπος φεύγει το πρωί από το σπίτι του με τριάντα δευτερόλεπτα καθυστέρηση, μια γλάστρα περνά λίγα χιλιοστά πιο κει από το κεφάλι του, και μετά τον χτυπά ένα φορτηγό. Ή, λιγότερο δραματικά, χάνει ένα λεωφορείο που περνά κάθε δέκα λεπτά, και στη συνέχεια την ανταπόκριση του με ένα τρένο που περνά κάθε ώρα. Μικρές διαταραχές στην καθημερινή πορεία κάποιου μπορούν να έχουν μεγάλες συνέπειες. Ένας παίχτης του μπέιζμπολ που περιμένει να δεχτεί την μπάλα ξέρει ότι η ίδια περίπου κίνηση δε θα δώσει το ίδιο περίπου αποτέλεσμα, αφού το μπέιζμπολ είναι παιχνίδι που κρίνεται από τα εκατοστά. Η επιστήμη όμως — η επιστήμη ήταν άλλο πράγμα.

Από παιδαγωγική άποψη, ένα καλό που έχουν και η φυσική και τα μαθηματικά ήταν — και είναι — πως αναφέρονται σε διαφορικές εξισώσεις που μπορούν να γραφούν στον πίνακα και να διδαχτεί στους σπουδαστές ο τρόπος της λύσης τους. Οι διαφορικές εξισώσεις παριστάνουν την πραγματικότητα ως ένα συνεχές που μεταβάλλεται ομαλά από θέση σε θέση και από στιγμή σε στιγμή, που δεν απαρτίζεται από διακριτά σημεία στο χώρο ή από βήματα στο χρόνο. Όπως ξέρει κάθε σπουδαστής, η λύση των διαφορικών εξισώσεων είναι δύσκολη. Αλλά, μέσα σε δυό-

μισι αιώνες, οι επιστήμονες έχουν δημιουργήσει έναν τρομερό όγκο γνώσεων σχετικά με αυτές: βιβλία και καταλόγους διαφορικών εξισώσεων με διάφορους τρόπους επίλυσης τους, ή τρόπους προσδιορισμού «ολοκληρωμάτων κλειστής μορφής», όπως θα έλεγε ένας επιστήμονας. Δεν είναι υπερβολή να πούμε πως η τεράστια υπόθεση του απειροστικού λογισμού έκανε δυνατούς τους περισσότερους πρακτικούς θριάμβους της επιστήμης μετά το μεσαίωνα, ούτε πως ο απειροστικός λογισμός αποτελεί μια από τις πιο ευφυείς δημιουργίες των ανθρώπων στην προσπάθεια τους να περιγράψουν με μοντέλα τον μεταβαλλόμενο κόσμο γύρω τους. Από τη στιγμή που ένας επιστήμονας συλλαμβάνει αυτό τον τρόπο να σκέφτεται για τη φύση, από τη στιγμή που αποκτά άνεση με τη θεωρία και τη σκληρή πραγματικότητα, είναι πιθανό να παραβλέψει ένα γεγονός: Οι περισσότερες διαφορικές εξισώσεις δεν μπορούν καν να λυθούν.

«Αν μπορείτε να γράψετε τη λύση μιας διαφορικής εξίσωσης», είπε ο Γιορκ, «τότε σίγουρα δεν είναι χαοτική, γιατί, για να τη γράψετε, πρέπει πρώτα να βρείτε κάποια κανονικά, αναλλοίωτα μεγέθη, μεγέθη που να διατηρούνται, όπως π.χ. η στροφορμή. Μπορείτε να γράψετε μια λύση μόνο όταν βρείτε αρκετά απ' αυτά τα πράγματα. Αλλά αυτός είναι ακριβώς ο τρόπος να εξαλείψετε κάθε δυνατότητα χάους».

Στα εγχειρίδια υπάρχουν ακριβώς τα συστήματα που μπορούν να λυθούν. Αυτά έχουν ορισμένη συμπεριφορά. Απέναντι σε ένα μη γραμμικό σύστημα, ίσως οι επιστήμονες πρέπει να υιοθετήσουν κάποιες γραμμικές προσεγγίσεις ή να βρουν κάποια άλλη αβέβαιη προσέγγιση απ' την πίσω πόρτα. Τα εγχειρίδια έδειχναν στους σπουδαστές μόνο τα σπάνια μη γραμμικά συστήματα που επέτρεπαν τη χρήση τέτοιων τεχνικών. Δεν έδειχναν καθόλου την ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες. Μη γραμμικά συστήματα που εμφάνιζαν πραγματικό χάος σπάνια διδάσκονταν και σπάνια μαθαίνονταν. Όταν οι άνθρωποι σκόνταφταν πάνω σε τέτοια πράγματα — και σκόνταφταν συχνά — όλη τους η εκπαίδευση τους οδηγούσε να τα διώχνουν από τη σκέψη τους ως παρεκκλίσεις από το φυσιολογικό. Λίγοι ήταν σε θέση να θυμούνται πως παρεκκλίσεις είναι τα κανονικά, γραμμικά συστήματα που μπορούν να λυθούν. Δηλαδή, λίγοι μόνο καταλάβαιναν πως είναι η ψυχή της μη γραμμικής φύσης. Ο Ενρίκο Φέρμι

(Enrico Fermi) κάποτε αναφώνησε: «Πουθενά στη Βίβλο δε λέει πως όλοι οι νόμοι της φύσης μπορούν να εκφραστούν γραμμικά!» Ο μαθηματικός Στανισλάβ Ούλαμ (Stanislaw Ulam) παρατήρησε πως το να ονομάσεις την επιστήμη του χάους «μη γραμμική επιστήμη» είναι σαν να ονομάζεις τη ζωολογία «επιστήμη των μη ελεφάντων».

Ο Γιορκ κατάλαβε. «Το πρώτο μήνυμα είναι ότι υπάρχει αταξία. Οι φυσικοί και οι μαθηματικοί θέλουν να ανακαλύπτουν κανονικότητες. Ο κόσμος αναρωτιέται για τη χρησιμότητα της αταξίας. Αλλά ο κόσμος πρέπει να γνωρίσει την αταξία αν θέλει να επωφεληθεί απ' αυτή. Ο μηχανικός αυτοκινήτων που δεν ξέρει για τη λάσπη στις βαλβίδες δεν είναι καλός μηχανικός». Όπως πίστευε ο Γιορκ, οι επιστήμονες αλλά και οι μη επιστήμονες μπορούν εύκολα να παραπλανηθούν σχετικά με την πολυπλοκότητα, αν αδιαφορούν γι' αυτή. Γιατί οι επενδυτές επιμένουν στην ύπαρξη κύκλων στις τιμές του χρυσού και του ασημιού; Επειδή η περιοδικότητα είναι η πιο πολύπλοκη κανονική συμπεριφορά που μπορούν να φανταστούν. Όταν βλέπουν μια πολύπλοκη ακολουθία τιμών, αναζητούν κάποια περιοδικότητα καλυμμένη με λίγο τυχαίο θόρυβο. Αλλά και οι επιστήμονες που κάνουν πειράματα στη φυσική, τη χημεία ή τη βιολογία δεν κάνουν τίποτα διαφορετικό. «Στο παρελθόν, οι άνθρωποι έχουν δει χαοτική συμπεριφορά σε αμέτρητες περιπτώσεις», είπε ο Γιορκ. «Εκτελούν ένα πείραμα φυσικής και το πείραμα συμπεριφέρεται με αλλοπρόσαλλο τρόπο. Προσπαθούν να το μαγειρέψουν ή το εγκαταλείπουν. Εξηγούν την αλλοπρόσαλλη συμπεριφορά λέγοντας πως υπάρχει θόρυβος ή απλώς πως το πείραμα είναι κακοσχεδιασμένο».

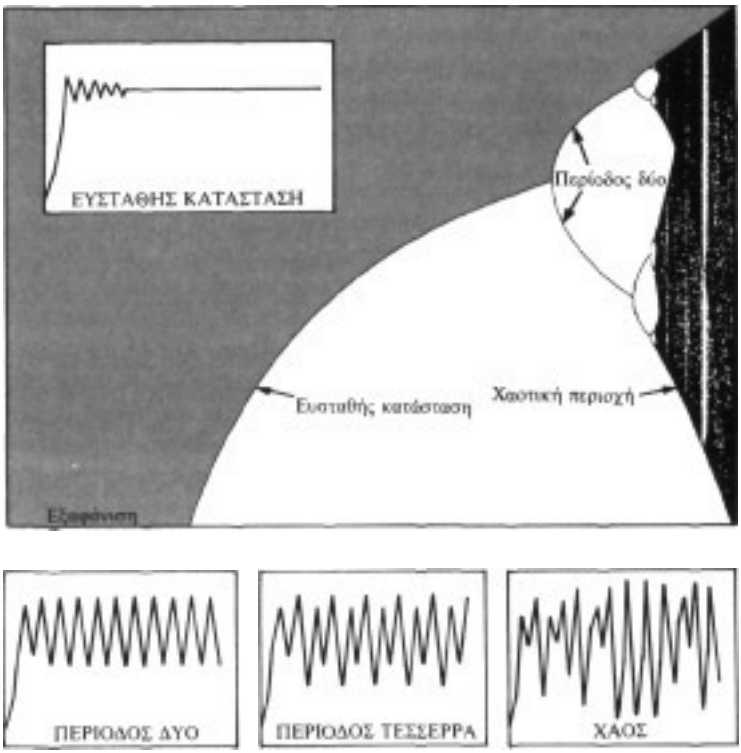
Ο Γιορκ έκρινε πως στις εργασίες του Λόρεντζ και του Σμέιλ υπήρχε κάποιο μήνυμα που οι φυσικοί δεν το διέκριναν. Έτσι έγραψε ένα άρθρο για το περιοδικό με τη μεγαλύτερη κυκλοφορία, στο οποίο θεώρησε πως μπορούσε να δημοσιεύσει, το *American Mathematical Monthly,* (Σαν μαθηματικός θεώρησε πως δεν μπορούσε να διατυπώσει ιδέες με τρόπο που να τον αποδεχτούν τα περιοδικά φυσικής. Μόνο κάποια χρόνια αργότερα ανακάλυψε το κόλπο της συνεργασίας με φυσικούς.) Το άρθρο του Γιορκ ήταν σημαντικό στο περιεχόμενο του, αλλά τελικά το χαρακτηριστικό που επηρέασε περισσότερο ήταν ο μυστηριακός και

σκανδαλιστικός τίτλος του: Period Three Implies Chaos (Η Περίοδος Τρία Συνεπάγεται Χάος). Οι συνάδελφοι του τον συμβούλεψαν να διαλέξει κάτι μετριοπαθές, αλλά ο Γιορκ επέμενε σε μια λέξη που έφτασε να αντιπροσωπεύει ολόκληρο το ζήτημα της ντετερμινιστικής αταξίας. Μίλησε και στο φίλο του Ρόμπερτ Μέυ (Robert May), ένα βιολόγο.

Ο ΜΕΫ ΜΠΗΚΕ στη βιολογία από την πίσω πόρτα. Γιος πετυχημένου δικηγόρου, ξεκίνησε σαν θεωρητικός φυσικός στη γενέτειρα του, το Σίδνεϋ της Αυστραλίας, και έκανε μεταδιδακτορική εργασία στα εφαρμοσμένα μαθηματικά στο Χάρβαρντ. Το 1971 πήγε για ένα χρόνο στο Ινστιτούτο Ανωτέρων Σπουδών στο Πρίνστον. Αντί να κάνει την εργασία που υποτίθεται ότι θα έκανε, βρέθηκε να δίνει ομιλίες στους βιολόγους του Πανεπιστημίου του Πρίνστον.

Ακόμα και τώρα, οι βιολόγοι χρησιμοποιούν πολλά μαθηματικά πέρα από τον απειροστικό λογισμό. Σε όσους αρέσουν τα μαθηματικά και έχουν μια κλίση σ' αυτά στρέφονται περισσότερο στα μαθηματικά ή στη φυσική παρά στις επιστήμες της ζωής. Ο Μέυ αποτελούσε εξαίρεση. Τα ενδιαφέροντα του αρχικά αφορούσαν τα αφηρημένα προβλήματα ευστάθειας και πολυπλοκότητας, όπως επίσης και μαθηματικές ερμηνείες σχετικά με το τι καθιστά ικανή τη συνύπαρξη ανταγωνιστών. Γρήγορα όμως άρχισε να συγκεντρώνεται πάνω στα πιο απλά οικολογικά ερωτήματα, πώς συμπεριφέρονται μεμονωμένοι πληθυσμοί στο πέρασμα του χρόνου. Τα αναπόφευκτα απλά μοντέλα φαίνονταν όλο και λιγότερο συμβιβασμός. Με τον καιρό η συνεργασία του με τη Σχολή του Πρίνστον έγινε μόνιμη — τελικά έγινε κοσμήτορας του Πανεπιστημίου στον τομέα της έρευνας. Είχε ήδη αφιερώσει πολλές ώρες στη μελέτη μιας παραλλαγής της λογιστικής εξίσωσης διαφορών, χρησιμοποιώντας μαθηματική ανάλυση και μια πρωτόγονη χειροκίνητη αριθμομηχανή.

Κάποτε, στον πίνακα ενός διαδρόμου στο Σίδνεϋ, έγραψε την εξίσωση σαν πρόβλημα για τους πτυχιακούς φοιτητές. Η εξίσωση άρχιζε να τον ενοχλεί. *«Τι συμβαίνει, μα το Χριστό, όταν το ρω γίνεται μεγαλύτερο από το σημείο συσσώρευσης;»* Τι συμβαίνει δηλαδή όταν ο ρυθμός αύξησης ενός πληθυσμού, η τάση του προς την έκρηξη και τον υπερπληθυσμό, περάσει ένα κρίσι-



ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟΙ ΠΕΡΙΌΔΟΥ ΚΑΙ ΧΑΟΣ. Ο Ρόμπερτ Μέυ και άλλοι επιστήμονες, αντί να χρησιμοποιούν μεμονωμένα διαγράμματα για να δείχνουν τη συμπεριφορά πληθυσμών με διαφορετικούς βαθμούς γονιμότητας, χρησιμοποιούσαν το «διχαλωτό διάγραμμα», ώστε να συγκεντρώνουν όλες τις πληροφορίες σε μία μόνο εικόνα.

Το διάγραμμα δείχνει πώς οι μεταβολές σε μια παράμερο — στην περίπτωση μας, στην παράμετρο της «εκρηκτικής αύξησης και υπερπληθυσμού» ενός πληθυσμού που ζει σε άγρια κατάσταση — μεταβάλλουν την τελική συμπεριφορά αυτού του απλού συστήματος. Οι τιμές της παραμέτρου εκτείνονται από αριστερά προς τα δεξιά. Ο τελικός πληθυσμός σημειώνεται στον κατακόρυφο άξονα. Με μια έννοια, η αύξηση της τιμής της παραμέτρου σημαίνει ότι το σύστημα διαταράσσεται εντονότερα, ότι αυξάνεται η μη γραμμικότητά του.

Όταν η παράμετρος παίρνει μικρές τιμές *(αριστερά),* ο πληθυ-

μο σημείο; Δοκιμάζοντας διαφορετικές τιμές αυτής της μη γραμμικής παραμέτρου, ο Μέυ διαπίστωσε ότι μπορούσε να αλλάξει δραστικά το χαρακτήρα του συστήματος. Αύξηση της παραμέτρου σήμαινε αύξηση του βαθμού μη γραμμικότητας και αυτό μετέβαλλε όχι μόνο την ποσότητα του αποτελέσματος αλλά και την ποιότητα του. Επηρέαζε όχι μόνο τον τελικό πληθυσμό ισορροπίας, αλλά επίσης και το αν ο πληθυσμός θα έφτανε ποτέ σε ισορροπία.

Όταν η παράμετρος είχε μικρή τιμή, το απλό μοντέλο του Μέυ καταστάλαζε σε μια σταθερή κατάσταση. Όταν η παράμετρος είχε μεγάλη τιμή, η σταθερή κατάσταση μπορούσε να εξαφανιστεί και ο πληθυσμός να ταλαντώνεται ανάμεσα σε δύο εναλλασσόμενες τιμές. Όταν η παράμετρος ήταν πολύ μεγάλη, το σύστημα — *ακριβώς το ίδιο σύστημα* — φαινόταν να συμπεριφέρεται με απρόβλεπτο τρόπο. Γιατί; Τι ακριβώς συνέβαινε στα όρια των διαφορετικών ειδών συμπεριφοράς; Ο Μέυ δεν μπορούσε να το καταλάβει (ούτε και οι πτυχιακοί σπουδαστές).

Ο Μέυ ολοκλήρωσε ένα πρόγραμμα με πολλούς αριθμητικούς υπολογισμούς πάνω στη συμπεριφορά αυτής της πιο απλής από τις εξισώσεις. Το πρόγραμμα του ήταν ανάλογη με του Σμέιλ: προσπαθούσε να καταλάβει αυτή την απλή εξίσωση *μεμιάς,* όχι τοπικά αλλά γενικά. Η εξίσωση ήταν πιο απλή από οτιδήποτε είχε μελετήσει ο Σμέιλ. Φαινόταν απίστευτο που οι δυνατότητες της να δημιουργεί τάξη και αταξία δεν είχαν εξαντληθεί τόσον καιρό. Αλλά έτσι ήταν. Πράγματι, το πρόγραμμα του Μέυ ήταν μόνο η αρχή. Διερεύνησε εκατοντάδες διαφορετικές τιμές της παραμέτρου, βάζοντας σε κίνηση το βρόχο ανάδρασης και προ-

σμός τείνει να εξαφανιστεί. Καθώς η τιμή της αυξάνεται *(κέντρο),* αυξάνεται και η τιμή ισορροπίας του πληθυσμού. Στη συνέχεια, καθώς η παράμετρος αυξάνεται κι άλλο, η ισορροπία «σπάζει» σε δύο, όπως ακριβώς η αύξηση της θερμότητας που μεταφέρεται από ένα ρευστό προκαλεί αστάθεια· ο πληθυσμός αρχίζει να εναλλάσσεται ανάμεσα σε δύο διαφορετικά επίπεδα. Τα «σπασίματα» ή διακλαδώσεις έρχονται όλο και πιο γρήγορα. Τότε το σύστημα γίνεται χαοτικό *(δεξιά)* και ο πληθυσμός παίρνει άπειρες στο πλήθος διαφορετικές τιμές.

σέχοντας να δει πού — και αν — η ακολουθία των αριθμών θα κατέληγε σε ένα σταθερό σημείο. Πλησίαζε όλο και πιο πολύ στο κρίσιμο όριο ανάμεσα στη σταθερότητα και την ταλάντωση. Ήταν σαν να είχε μια δική του λίμνη με ψάρια, όπου μπορούσε να ασκήσει πλήρη κυριαρχία στην «εκρηκτική αύξηση και τον υπερπληθυσμό» τους. Χρησιμοποιώντας τη λογιστική εξίσωση $X_{\text{επόμενο}} = \rho\chi(1-\chi)$, αύξανε την παράμετρο όσο πιο αργά μπορούσε. Αν η παράμετρος ήταν 2,7 τότε ο πληθυσμός θα ήταν 0,6292. Καθώς η παράμετρος αυξανόταν, ο τελικός πληθυσμός αυξανόταν ελαφρά, σχηματίζοντας μια γραμμή που «ανηφόριζε» λίγο καθώς κινιόταν στο διάγραμμα από αριστερά προς τα δεξιά.

Ξαφνικά ωστόσο, καθώς η παράμετρος πέρασε το 3, η γραμμή έσπασε στα δύο. Ο φανταστικός πληθυσμός ψαριών του Μέυ αρνιόταν να κατασταλάξει σε μια μοναδική τιμή, αλλά ταλαντωνόταν ανάμεσα σε δύο σημεία από έτος σε έτος. Ξεκινώντας από μικρό αριθμό, ο πληθυσμός αυξανόταν και στη συνέχεια κυμαινόταν μέχρι ένα σημείο όπου άρχιζε να τινάζεται σταθερά πάνω κάτω. Βασανίζοντας λίγο ακόμα το πρόβλημα — αυξάνοντας λίγο ακόμα την παράμετρο — εμφανιζόταν ένα ακόμη σπάσιμο της ταλάντωσης δίνοντας μια ακολουθία αριθμών, που καταστάλαζαν σε τέσσερις διαφορετικές τιμές, καθεμιά από τις οποίες εμφανιζόταν κάθε τέταρτο έτος*. Τώρα ο πληθυσμός παρουσίαζε αύξηση και μείωση σε κανονικούς κύκλους των τεσσάρων ετών. Ο κύκλος είχε πάλι διπλασιαστεί — ξεκίνησε ως ετήσιος, έγινε διετής και τώρα τετραετής. Για άλλη μια φορά, η κυκλική αυτή συμπεριφορά ήταν ευσταθής: διαφορετικές αρχικές τιμές του πληθυσμού θα συνέκλιναν στον ίδιο τετράχρονο κύκλο.

Όπως είχε ανακαλύψει ο Λόρεντζ μια δεκαετία πριν, ο μόνος τρόπος να κάνουν αίσθηση αυτοί οι αριθμοί και να τραβήξουν

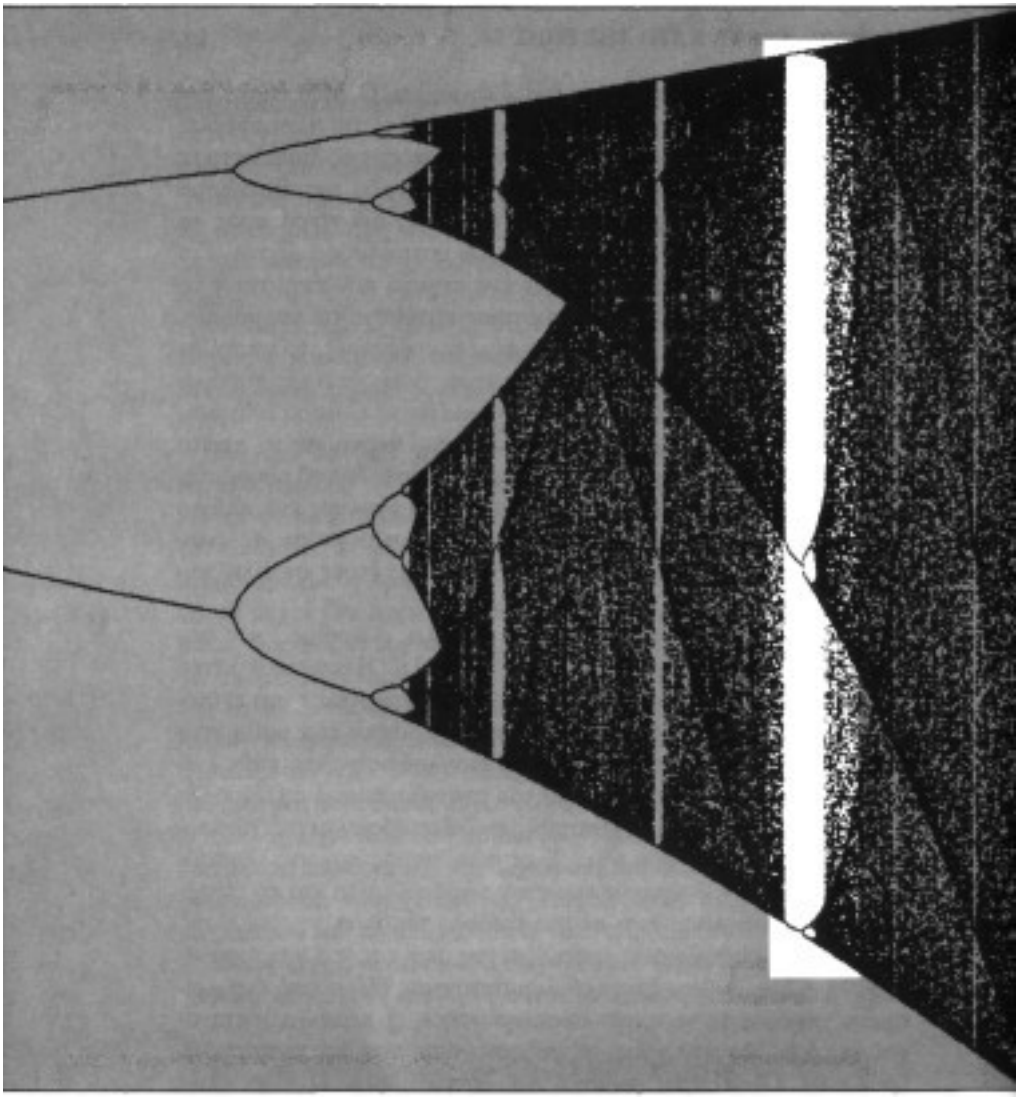
* Με μια παράμετρο που έχει τιμή 3,5 και μια αρχική τιμή 0,4 ο Μέυ έπαιρνε την παρακάτω ακολουθία αριθμών:

0,4000	0,8400	0,4704	0,8719	
0,3908	0,8332	0,4862	0,8743	
0,3846	0,8284	0,4976	0,8750	
0,3829	0,8270	0,4976	0,8750	
0,3829	0,8270	0,5008	0,8750	
0,3828	0,8269	0,5009	0,8750	
0,3828	0,8269	0,5009	0,8750	κτλ.

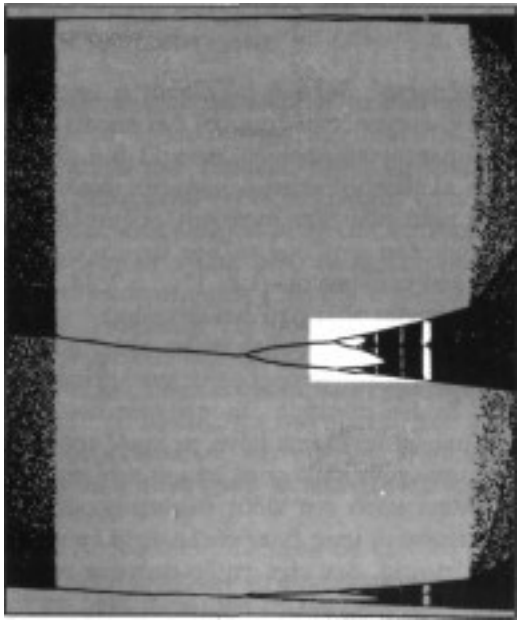
το βλέμμα ήταν να μπουν σε ένα διάγραμμα. Ο Μέυ έκανε ένα σχεδιάγραμμα με στόχο να συγκεντρώσει όλες τις πληροφορίες για τη συμπεριφορά ενός τέτοιου συστήματος στις διαφορετικές τιμές της παραμέτρου. Οι τιμές της παραμέτρου τοποθετούνταν στον οριζόντιο άξονα, και αυξάνονταν από αριστερά προς τα δεξιά. Ο πληθυσμός σημειωνόταν στον κατακόρυφο άξονα. Για κάθε παράμετρο, ο Μέυ σημείωνε ένα σημείο που παρίστανε το τελικό αποτέλεσμα, όταν το σύστημα κατέληγε σε ισορροπία. Στα αριστερά, όπου η παράμετρος είχε μικρές τιμές, το αποτέλεσμα θα ήταν ακριβώς ένα σημείο, οπότε διαφορετικές παράμετροι δημιουργούσαν μια γραμμή που ανέβαινε ελαφρά από αριστερά προς τα δεξιά. Όταν η παράμετρος περνούσε το πρώτο κρίσιμο σημείο, ο Μέυ θα έπρεπε να σχεδιάσει δύο πληθυσμούς: η γραμμή έπρεπε να σπάσει στα δύο, δημιουργώντας ένα πλάγιο Υ ή μια φουρκέτα. Αυτό το σπάσιμο αντιστοιχούσε σε έναν πληθυσμό που πήγαινε από έναν κύκλο ενός έτους σε έναν κύκλο δύο ετών.

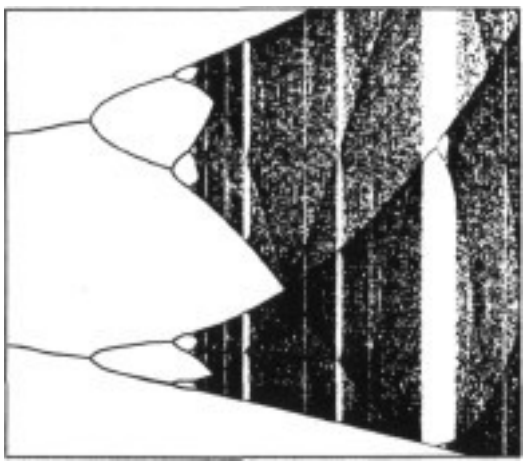
Καθώς η παράμετρος αυξανόταν κι άλλο, ο αριθμός των σημείων διπλασιαζόταν πάλι και πάλι και πάλι. Ήταν εκπληκτικό — τέτοια πολύπλοκη συμπεριφορά, και ταυτόχρονα τόσο επίμονα κανονική. Ο Μέυ την ονόμασε «δούρειο ίππο των μαθηματικών». Κάθε διπλασιασμός γεννούσε διακλαδώσεις και κάθε διακλάδωση οδηγούσε σε σπάσιμο του επαναληπτικού σχεδίου. Ένας πληθυσμός που ήταν ευσταθής εναλλασσόταν μεταξύ διαφορετικών τιμών κάθε δύο έτη. Ένας πληθυσμός που εναλλασσόταν κάθε δύο έτη διαφοροποιούνταν τώρα το τρίτο και το τέταρτο έτος, πηγαίνοντας έτσι σε μια περίοδο τέσσερα.

Αυτές οι διακλαδώσεις εμφανίζονταν όλο και πιο γρήγορα — 4, 8, 16, 32, ... — και ξαφνικά διακόπτονταν. Πέρα από ένα ορισμένο σημείο, το «σημείο συσσώρευσης», η περιοδικότητα ανοίγει το δρόμο στο χάος, σε αυξομειώσεις που δεν κατασταλάζουν ποτέ. Ολόκληρες περιοχές του διαγράμματος είναι εντελώς μαυρισμένες. Αν παρακολουθούσαμε έναν πληθυσμό ζώων που οι μεταβολές του θα υπάκουαν σ' αυτή την πιο απλή από τις μη γραμμικές εξισώσεις, θα φανταζόμαστε ότι οι μεταβολές από έτος σε έτος ήταν απόλυτα τυχαίες, σαν να προέκυπταν από θόρυβο του περιβάλλοντος. Και ξαφνικά, μέσα σ' αυτή την πολυπλοκότητα, εμφανίζονται και πάλι σταθεροί κύκλοι. Αν και η



ΠΑΡΑΘΥΡΑ ΤΑΞΗΣ ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΧΑΟΣ. Ακόμα και με την πιο απλή εξίσωση, αποδείχνεται πως η περιοχή του χάους σε ένα διχαλωτό διάγραμμα έχει μια πολύπλοκη δομή — πολύ πιο κανονική από ό,τι μπορούσε να εικάσει αρχικά ο Ρόμπερτ Μέυ. Αρχικά, οι διακλαδώσεις δημιουργούν περιόδους 2, 4, 8, 16 ... . Στη συνέχεια αρχίζει το χάος, με μη κανονικές περιόδους. Αλλά μετά, καθώς το σύστημα





γίνεται πιο πολύπλοκο, εμφανίζονται παράθυρα με περιττές περιόδους. Εμφανίζεται μια περίοδος 3 (μεγέθυνση, σ' αυτή τη σελίδα, πάνω), και μετά αρχίζει πάλι ο διπλασιασμός της περιόδου: 6, 12, 24 .... Η δομή αυτή έχει άπειρο βάθος. Όταν τμήματα της μεγεθύνονται (όπως το μεσαίο τμήμα του παραθύρου περιόδου 3, σ' αυτή τη σελίδα, κάτω), φαίνεται να μοιάζουν με ολόκληρο το διάγραμμα.

παράμετρος αυξάνεται, δηλαδή αυξάνεται η μη γραμμικότητα του συστήματος, εμφανίζεται ξαφνικά ένα παράθυρο με κανονική περίοδο: μια περιττή περίοδο, όπως 3 ή 7. Το σχήμα της μεταβολής του πληθυσμού επαναλαμβάνεται ακολουθώντας έναν κύκλο τριών ή εφτά ετών. Στη συνέχεια, οι διακλαδώσεις διπλασιασμού της περιόδου αρχίζουν πάλι με ταχύτερο ρυθμό, περνώντας γρήγορα από κύκλους των 3, 6, 12 ... ή 7, 14, 28 ..., και στη συνέχεια διακόπτονται πάλι από ένα νέο χάος.

Στην αρχή ο Μέυ δεν μπορούσε να δει ολόκληρο το διάγραμμα. Αλλά τα τμήματα που μπορούσε να υπολογίσει ήταν αρκετά ανησυχητικά. Σε ένα σύστημα του πραγματικού κόσμου, ένας παρατηρητής μπορεί να βλέπει μόνο τις τιμές του κατακόρυφου άξονα που αντιστοιχούν κάθε φορά σε μια τιμή της παραμέτρου. Μπορεί να βλέπει μόνο ένα είδος συμπεριφοράς — ίσως μια σταθερή κατάσταση, ή ίσως έναν κύκλο εφτά ετών, ή ίσως ακόμα το εντελώς τυχαίο. Δεν είχε τη δυνατότητα να ξέρει ότι το ίδιο σύστημα, με κάποια μικρή μεταβολή μιας παραμέτρου θα εμφάνιζε συμπεριφορά εντελώς διαφορετικού είδους.

Ο Τζέιμς Γιορκ ανέλυσε αυτή τη συμπεριφορά με μαθηματική αυστηρότητα στο άρθρο του *Η Περίοδος Τρία Συνεπάγεται Χάος*. Απέδειξε ότι, σε *οποιοδήποτε* μονοδιάστατο σύστημα, αν εμφανιστεί ποτέ ένας κανονικός κύκλος με περίοδο τρία, τότε το ίδιο σύστημα θα εμφανίζει επίσης κανονικούς κύκλους με οποιαδήποτε διάρκεια όπως επίσης και εντελώς χαοτικούς κύκλους. Αυτή ήταν η ανακάλυψη που ήρθε σαν «ηλεκτρικό σοκ» σε φυσικούς όπως ο Φρίμαν Ντάισον. Ήταν εντελώς αντίθετη με τη διαίσθηση. Ο καθένας πίστευε ότι ήταν πολύ απλό να ορίσουμε ένα σύστημα που να επαναλαμβάνεται έχοντας περίοδο τρία, χωρίς ποτέ το σύστημα αυτό να εμφανίσει χαοτική συμπεριφορά. Ο Γιορκ απέδειξε ότι αυτό ήταν αδύνατο.

Όσο εντυπωσιακό κι αν ήταν, ο Γιορκ πίστευε ότι η αξία του άρθρου του από την άποψη των δημοσίων σχέσεων ξεπερνούσε τη μαθηματική του αξία. Αυτό ήταν αλήθεια κατά ένα μέρος. Λίγα χρόνια αργότερα, ενώ βρισκόταν σε ένα συνέδριο στο Ανατολικό Βερολίνο, βρήκε λίγο χρόνο για περιήγηση και πήγε μια βαρκάδα στον ποταμό Σπρέε. Ξαφνικά τον πλησίασε ένας Ρώσος που προσπαθούσε πιεστικά να του πει κάτι. Με τη βοήθεια ενός πολωνού φίλου του, ο Γιορκ κατάλαβε τελικά ότι ο

Ρώσος υποστήριζε πως είχε αποδείξει το ίδιο αποτέλεσμα. Ο Ρώσος αρνήθηκε να δώσει λεπτομέρειες, και είπε μόνο ότι θα του έστελνε το άρθρο του. Τέσσερις μήνες αργότερα έφτασε το άρθρο. Ο A.N. Σαρκόφσκι (A.N.Sarkovskii) ήταν πράγματι ο πρώτος συγγραφέας ενός άρθρου με τίτλο Coexistence of Cycles of a Continuous Map of a Line onto Itself (Συνύπαρξη Κύκλων μιας Συνεχούς Απεικόνισης μιας Γραμμής στον Εαυτό της). Αλλά ο Γιορκ είχε δώσει κάτι περισσότερο από ένα μαθηματικό αποτέλεσμα. Είχε στείλει ένα μήνυμα στους φυσικούς: Το χάος είναι πανταχού παρόν, είναι ευσταθές και έχει δομή . Δικαιολογούσε επίσης γιατί τα πολύπλοκα συστήματα, που παραδοσιακά περιγράφονταν από δύσκολες και συνεχείς διαφορικές εξισώσεις, μπορούσαν να κατανοηθούν με εύκολες και διακριτές αντιστοιχίσεις.

Αυτή η τυχαία συνάντηση ανάμεσα σε κείνους τους δύο μαθηματικούς που προσπαθούσαν να συνεννοηθούν με χειρονομίες χωρίς να το καταφέρνουν ήταν το σύμπτωμα του συνεχιζόμενου χάσματος επικοινωνίας ανάμεσα στη σοβιετική και τη δυτική επιστήμη. Εν μέρει εξαιτίας της γλώσσας, εν μέρει εξαιτίας των περιορισμένων ταξιδιών των Σοβιετικών, αξιόλογοι δυτικοί επιστήμονες πολλές φορές επανέλαβαν εργασίες που ήδη υπήρχαν στη σοβιετική βιβλιογραφία. Η άνθιση του χάους στις ΗΠΑ και στην Ευρώπη έχει εμπνεύσει έναν τεράστιο όγκο παράλληλων εργασιών στη Σοβιετική Ένωση. Από την άλλη, το χάος έχει προκαλέσει επίσης μεγάλη σύγχυση, γιατί ένα μεγάλο μέρος της νέας επιστήμης δεν ήταν και τόσο νέο στη Μόσχα. Οι σοβιετικοί μαθηματικοί και φυσικοί είχαν μεγάλη παράδοση στην έρευνα του χάους, ήδη από τις εργασίες του A.N. Κολμογκόροφ (A.N. Kolmogorov) στη δεκαετία του πενήντα. Επιπλέον, είχαν μια παράδοση συνεργασίας η οποία περιόριζε τις διαφορές μαθηματικών και φυσικής που υπήρχαν σε άλλες χώρες.

Έτσι οι σοβιετικοί επιστήμονες ήταν δεκτικοί στις ιδέες του Σμέιλ — το πέταλο του προκάλεσε μεγάλο σάλο τη δεκαετία του εξήντα. Ένας εξαιρετικός μαθηματικός φυσικός, ο Γιάσα Σινάι (Yasha Sinai), γρήγορα μετέφρασε παρόμοια συστήματα σε όρους θερμοδυναμικής. Με τον ίδιο τρόπο, η εργασία του Λόρεντζ, όταν τελικά έφτασε στη δυτική φυσική τη δεκαετία του εβδομήντα, εξαπλώθηκε ταυτόχρονα και στη Σοβιετική Ένωση. Και το

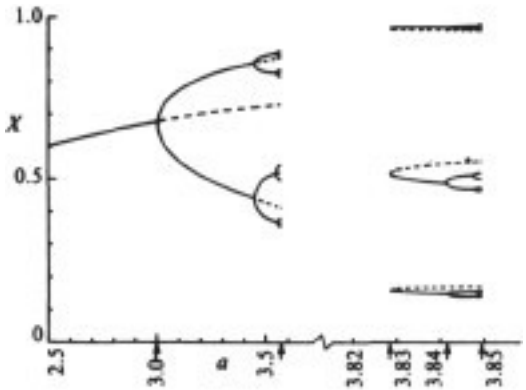
1975, καθώς ο Γιορκ και ο Μέυ μάχονταν για να προκαλέσουν την προσοχή των συναδέλφων τους, ο Σινάι και άλλοι έφτιαξαν γρήγορα μια δυνατή ομάδα εργασίας φυσικών με κέντρο το Γκόρκι. Τα τελευταία χρόνια, μερικοί δυτικοί επιστήμονες, ειδικοί στο χάος, ταξιδεύουν τακτικά στη Σοβιετική Ένωση για να ενημερώνονται· οι περισσότεροι όμως περιορίζονται στη δυτική εκδοχή της επιστήμης τους.

Στη Δύση, ο Γιορκ και ο Μέυ ήταν οι πρώτοι που αισθάνθηκαν ακέραιο το σοκ του διπλασιασμού της περιόδου και βάλθηκαν να το μεταφέρουν στην κοινότητα των επιστημόνων. Οι λίγοι μαθηματικοί που είχαν παρατηρήσει αυτό το φαινόμενο το αντιμετώπιζαν ως τεχνικό ζήτημα, ως αριθμητικό παράδοξο: σχεδόν σαν παιχνίδι. Όχι ότι το θεωρούσαν ασήμαντο, αλλά το θεωρούσαν ένα ζήτημα του δικού τους ειδικού κόσμου.

Οι βιολόγοι είχαν παραβλέψει τη σημασία των διακλαδώσεων στην εξερεύνηση του χάους, γιατί δεν είχαν επαρκές μαθηματικό υπόβαθρο και γιατί τους έλειπε το κίνητρο να εξερευνήσουν την ακανόνιστη συμπεριφορά. Οι μαθηματικοί είχαν δει τις διακλαδώσεις, αλλά τις είχαν προσπεράσει. Ο Μέυ, ο άνθρωπος που είχε από ένα πόδι στους δύο κόσμους, κατάλαβε ότι έμπαινε σε ένα πεδίο εκπληκτικό και βαθύ.

ΓΙΑ ΝΑ ΜΕΛΕΤΗΣΟΥΝ βαθύτερα αυτό το πιο απλό από τα συστήματα, οι επιστήμονες χρειάζονταν μεγαλύτερη υπολογιστική δύναμη. Ο Φρανκ Χόππενστεντ (Frank Hoppenstead), στο Ινστιτούτο Μαθηματικών Επιστημών Κούραντ του Πανεπιστήμιου της Νέας Υόρκης, είχε έναν τόσο ισχυρό υπολογιστή, που αποφάσισε να φτιάξει μια κινηματογραφική ταινία.

Ο Χόππενστεντ, ένας μαθηματικός που αργότερα ανέπτυξε έντονο ενδιαφέρον για βιολογικά προβλήματα, έβαλε τη λογιστική μη γραμμική εξίσωση στον υπολογιστή του, έναν Control Data 6600, να κάνει εκατοντάδες εκατομμύρια επαναλήψεις. Φωτογράφισε από την οθόνη του υπολογιστή του εικόνες για καθεμιά από χίλιες διαφορετικές τιμές της παραμέτρου. Στην αρχή εμφανίστηκαν οι διακλαδώσεις και μετά το χάος — και μετά, μέσα στο χάος, μικρές ακίδες κανονικότητας, πρόσκαιρα ευσταθείς· φευγαλέα σημεία περιοδικής συμπεριφοράς. Κοιτώντας με προσοχή το φίλμ του, ο Χόππενστεντ αισθάνθηκε σαν να πετού-



Το σχέδιο του διχαλωτού διαγράμματος, όπως το είδε πρώτος ο Μέυ, πριν αποκαλυφθεί ο πλούσια δομή του από τους μεγαλύτερους υπολογιστές.

σε πάνω από ένα αλλόκοτο τοπίο. Τη μια στιγμή δε φαινόταν καθόλου χαοτικό. Την άλλη στιγμή μπορούσε να γεμίσει με απρόβλεπτη αταξία. Ο Χόππενστεντ δεν συνήλθε ποτέ από κείνο το αίσθημα της κατάπληξης.

Ο Μέυ είδε την ταινία του Χόππενστεντ. Άρχισε επίσης να συγκεντρώνει ανάλογα στοιχεία από άλλα πεδία, όπως η γενετική, η οικονομία και η δυναμική των ρευστών. Σαν συνήγορος του χάους, είχε δύο πλεονεκτήματα σε σχέση με τους «καθαρούς» μαθηματικούς. Το ένα ήταν ότι, γι' αυτόν, οι απλές εξισώσεις *δεν μπορούσαν* να παριστάνουν τέλεια την πραγματικότητα. Ήξερε ότι ήταν μόνο προσεγγίσεις— κι έτσι άρχισε να αναρωτιέται σε ποια έκταση ίσχυαν οι προσεγγίσεις. Το άλλο ήταν ότι η εμφάνιση του χάους προκαλούσε αμέσως σφοδρή διαμάχη στον κλάδο του.

Έτσι κι αλλιώς, η βιολογία των πληθυσμών ήταν από παλιά ένας μαγνήτης για τις διενέξεις. Στα τμήματα βιολογίας, για παράδειγμα, υπήρχε μια ένταση ανάμεσα στους μοριακούς βιολόγους και τους οικολόγους. Οι μοριακοί βιολόγοι θεωρούσαν πως αυτοί έκαναν *πραγματική* επιστήμη, πως ασχολούνταν με ξεκάθαρα και δύσκολα προβλήματα, ενώ η εργασία των οικολόγων

ήταν ασαφής. Οι οικολόγοι πίστευαν πως τα τεχνικά δημιουργήματα της μοριακής βιολογίας ήταν απλώς έξυπνες επεξεργασίες καλά ορισμένων προβλημάτων.

Μέσα στην ίδια την οικολογία, όπως παρατηρεί ο Μέυ, μια ουσιαστική διαμάχη, στις αρχές της δεκαετίας του 1970, αφορούσε τη φύση της μεταβολής των πληθυσμών. Οι οικολόγοι ήταν διαιρεμένοι σχεδόν ανάλογα με τη προσωπικότητα τους. Μερικοί πίστευαν ότι ο κόσμος παρουσίαζε τάξη: οι πληθυσμοί ακολουθούν νόμους και εξελίσσονται κανονικά— με κάποιες εξαιρέσεις. Άλλοι πίστευαν το αντίθετο: οι πληθυσμοί αυξομειώνονται άτακτα— με κάποιες εξαιρέσεις. Αυτά τα αντίθετα στρατόπεδα διαιρούνταν επίσης, όχι από σύμπτωση, στο ζήτημα της εφαρμογής των καθαρών μαθηματικών στα σύνθετα προβλήματα της βιολογίας. Εκείνοι που θεωρούσαν ότι οι πληθυσμοί εξελίσσονταν κανονικά υποστήριζαν ότι έπρεπε να υπακούουν σε ντετερμινιστικούς μηχανισμούς. Εκείνοι που δέχονταν ότι οι πληθυσμοί εξελίσσονταν τυχαία υποστήριζαν ότι η ακαταστασία αυτή θα οφειλόταν σε κάποιους απρόβλεπτους παράγοντες του περιβάλλοντος, οι οποίοι εξαφάνιζαν όποιο ντετερμινιστικό μήνυμα μπορεί να υπήρχε. Είτε τα ντετερμινιστικα μαθηματικά παρήγαν κανονική συμπεριφορά, είτε ο τυχαίος εξωτερικός θόρυβος παρήγε τυχαία συμπεριφορά. Απ' αυτά τα δύο έπρεπε να διαλέξουν.

Στα πλαίσια αυτής της διαμάχης, το χάος έφερε ένα εκπληκτικό μήνυμα: τα απλά ντετερμινιστικά μοντέλα μπορούν να δημιουργήσουν αυτό που μοιάζει με τυχαία συμπεριφορά. Στην πραγματικότητα, η συμπεριφορά είχε δομή λεπτεπίλεπτη, και κάθε μέρος της δεν ξεχώριζε από το θόρυβο. Η ανακάλυψη αυτή άγγιξε την καρδιά της διαμάχης.

Καθώς ο Μέυ παρατηρούσε όλο και περισσότερα βιολογικά συστήματα μέσα από το πρίσμα των απλών χαοτικών μοντέλων, συνέχιζε να βλέπει αποτελέσματα που παραβίαζαν τη συνήθη διαίσθηση των ειδικών. Στην επιδημιολογία, για παράδειγμα, ήταν πασίγνωστο ότι οι επιδημίες έτειναν να εμφανίζονται σε κύκλους, κανονικούς ή ακανόνιστους. Η ιλαρά, η πολιομυελίτιδα, η ερυθρά — όλες εμφανίζονταν και εξαφανίζονταν με κάποια συχνότητα. Ο Μέυ συνειδητοποίησε ότι οι ταλαντώσεις μπορούσαν να αναπαραχθούν από ένα μη γραμμικό μοντέλο και αναρωτήθηκε τι θα συνέβαινε αν ένα τέτοιο σύστημα δεχόταν ένα ξαφ-

νικό «τράνταγμα» — μια αναταραχή που θα μπορούσε να αντιστοιχεί σε ένα πρόγραμμα εμβολιασμού. Η απλοϊκή διαίσθηση υποστηρίζει ότι το σύστημα θα μεταβάλλεται ομαλά προς την επιθυμητή κατεύθυνση. Αλλά ο Μέυ διαπίστωσε ότι μάλλον θα αρχίσουν τεράστιες ταλαντώσεις. Ακόμα κι αν η μακροχρόνια τάση ήταν πτωτική, ο δρόμος προς μια νέα ισορροπία θα διακοπτόταν από εκπληκτικές αναπηδήσεις. Πράγματι, σε δεδομένα πραγματικών προγραμμάτων, όπως ήταν μια καμπάνια για την εξαφάνιση της ερυθράς στη Βρετανία, οι γιατροί είχαν δει ταλαντώσεις ακριβώς σαν αυτές που πρόβλεπε το μοντέλο του Μέυ. Ακόμα, κάθε υπεύθυνος του τομέα της υγείας, βλέποντας μια έντονη μικρής διάρκειας αύξηση στην ερυθρά, θα υπέθετε ότι το πρόγραμμα εμβολιασμού είχε αποτύχει.

Μέσα σε λίγα χρόνια, η μελέτη του χάους έδωσε μεγάλη ώθηση στη θεωρητική βιολογία, οδηγώντας βιολόγους και φυσικούς σε επιστημονικές συνεργασίες που ήταν αδιανόητες λίγα χρόνια πριν. Οικολόγοι και επιδημιολόγοι ξέθαψαν παλιά δεδομένα που προηγούμενοι επιστήμονες είχαν πετάξει ως δύσχρηστα. Το ντετερμινιστικό χάος βρέθηκε σε αρχεία για την επιδημία ιλαράς στη Νέα Υόρκη και στις— για διακόσια χρόνια— διακυμάνσεις του πληθυσμού των λυγκών του Καναδά, όπως καταγράφτηκαν από τους κυνηγούς της εταιρείας Hudson's Bay. Οι επιστήμονες της μοριακής βιολογίας άρχισαν να βλέπουν τις πρωτεΐνες ως συστήματα σε κίνηση. Οι φυσιολόγοι έβλεπαν τα όργανα όχι ως στατικές δομές αλλά ως σύνολα ταλαντώσεων, μερικές από τις οποίες ήταν κανονικές και άλλες όχι.

Ο Μέυ ήξερε ότι οι ειδικοί σε όλους τους τομείς της επιστήμης είχαν δει και συζητούσαν την πολύπλοκη συμπεριφορά των συστημάτων. Κάθε επιστημονικός κλάδος θεωρούσε πως διέθετε μια ξεχωριστή και ειδική εκδοχή του χάους. Η σκέψη αυτή προκαλούσε απελπισία. Και ακόμα, τι γινόταν αν μια επιφανειακά τυχαία συμπεριφορά προερχόταν από απλά μοντέλα; Και τι γινόταν αν τα *ίδια* απλά μοντέλα εφαρμόζονταν στην πολυπλοκότητα διαφορετικών κλάδων; Ο Μέυ συνειδητοποίησε ότι οι εκπληκτικές δομές που είχε αρχίσει να εξερευνά δεν είχαν εσωτερική σύνδεση μόνο με τη βιολογία. Αναρωτήθηκε πόσοι επιστήμονες άλλων κατηγοριών να ήταν εντυπωσιασμένοι όσο αυτός. Άρχισε να δουλεύει γι' αυτό που τελικά θεώρησε το «μεσσιανι-

κό» του άρθρο, μια επισκόπηση που δημοσίευσε το 1976 στο περιοδικό *Nature*.

Ο κόσμος θα βρισκόταν σε καλύτερη κατάσταση, υποστήριζε ο Μέυ, αν κάθε νεαρός σπουδαστής έπαιρνε μια αριθμομηχανή και ενθαρρυνόταν να παίζει με τη λογιστική εξίσωση διαφορών. Αυτός ο απλός υπολογισμός, που τον παρουσίαζε πολύ λεπτομερειακά στο άρθρο του, μπορούσε να αντικρούσει την καθιερωμένη αντίληψη για τις δυνατότητες του κόσμου, που δημιουργεί η συνήθης επιστημονική εκπαίδευση. Θα μπορούσε να αλλάξει τον τρόπο σκέψης των ανθρώπων για τα πάντα, από τη θεωρία των οικονομικών κύκλων μέχρι τη διάδοση των φημών.

Το χάος πρέπει να διδάσκεται, έλεγε. Ήταν καιρός να αναγνωριστεί ότι η καθιερωμένη πανεπιστημιακή εκπαίδευση δεν ανέπτυσσε την κριτική σκέψη. Ο Μέυ υποστήριζε ότι τα γραμμικά μαθηματικά, όσο κι αν τελειοποιηθούν—με τους μετασχηματισμούς Φουριέ, τις ορθογώνιες συναρτήσεις τους, τις τεχνικές παλινδρόμησης—, θα εκτρέπουν αναπόφευκτα τους επιστήμονες από τον εκρηκτικά μη γραμμικό κόσμο μας. «Η μαθηματική διαίσθηση που αναπτύσσεται μ' αυτό τον τρόπο δεν δίνει στο σπουδαστή τα μέσα να αντιμετωπίσει την περίεργη συμπεριφορά που παρουσιάζουν τα πιο απλά μη γραμμικά συστήματα», έγραψε.

«Όχι μόνο στην έρευνα αλλά και στον καθημερινό κόσμο της πολιτικής και της οικονομίας, πολλά πράγματα θα βελτιώνονταν αν περισσότεροι άνθρωποι συνειδητοποιούσαν ότι τα απλά μη γραμμικά συστήματα δεν έχουν απαραίτητα απλές δυναμικές ιδιότητες».

ΜΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΗΣ

Και ήδη μια σχέση αναδύεται,
Μια ισχνή σχέση που μεγαλώνει σαν σκιά
Ενός σύννεφου στην άμμο, μιας μορφής στη λοφοπλαγιά.

ΟΥΑΛΛΑΣ ΣΤΙΒΕΝΣ
«Ειδήμων του χάους»

ΜΕ ΤΑ ΧΡΟΝΙΑ, στο μυαλό του Μπενουά Μάντελμπροτ (Benoit Mandelbrot) διαμορφώθηκε μια εικόνα της πραγματικότητας. Το 1960, η εικόνα αυτή ήταν το φάντασμα μιας ιδέας, μια ξέθωρη, ασαφής εικόνα. Αλλά ο Μάντελμπροτ όταν την είδε την αναγνώρισε, και ήταν πάνω στο πίνακα, μέσα στο γραφείο του Χέντρικ Χαουθάκκερ (Hendric Houthakker).

Ο Μάντελμπροτ ήταν ένας μαθηματικός για όλες τις δουλειές που τον είχε υιοθετήσει η IBM κι είχε βρει εκεί καταφύγιο, κάτω απ' τα φτερά της καθαρής έρευνας. Είχε ασχοληθεί ερασιτεχνικά με τα οικονομικά, μελετώντας την κατανομή των μεγάλων και των μικρών εισοδημάτων σε μια οικονομία. Ο Χαουθάκκερ, ένας καθηγητής των οικονομικών στο Πανεπιστήμιο του Χάρβαρντ, προσκάλεσε τον Μάντελμπροτ να δώσει μια ομιλία. Όταν ο νεαρός μαθηματικός έφτασε στο Κέντρο Λιτάουερ, το επιβλητικό κτίριο των οικονομικών στα βόρεια του Χάρβαρντ Γιαρντ, εντυπωσιάστηκε βλέποντας τα ευρήματα του σχεδιασμένα κιόλας σε ένα διάγραμμα, στο μαυροπίνακα του γηραιότερου συναδέλφου. Τότε αστειεύτηκε με παράπονο — *πώς έγινε και είναι εδώ το διάγραμμα μου πριν τη διάλεξη μου;* — αλλά ο Χαουθάκκερ δεν κατάλαβε για τι πράγμα μιλούσε ο Μάντελμπροτ. Το διάγραμμα δεν είχε τίποτα να κάνει με την κατανομή των εισοδημάτων παρίστανε τις τιμές του μπαμπακιού επί οχτώ χρόνια.

Αλλά και από την άποψη του Χαουθάκκερ υπήρχε κάτι παράξενο σ' αυτό το διάγραμμα. Οι οικονομολόγοι γενικά θεωρούσαν ότι η τιμή ενός εμπορεύματος σαν το μπαμπάκι υπάκουε σε δύο ρυθμούς, έναν κανονικό και έναν τυχαίο. Μακροπρόθεσμα, οι

τιμές υπάκουαν στους νόμους των πραγματικών δυνάμεων της οικονομίας — την άνθιση και την πτώση της υφαντουργικής βιομηχανίας στη Νέα Αγγλία ή το άνοιγμα διεθνών εμπορικών δρόμων. Βραχυπρόθεσμα, υπήρχε κάποια διακύμανση των τιμών, λίγο ως πολύ τυχαία. Δυστυχώς, τα δεδομένα του Χαουθάκκερ δεν ικανοποιούσαν τις προσδοκίες του. Υπήρχαν πάρα πολλά μεγάλα άλματα. Οι περισσότερες μεταβολές των τιμών ήταν βέβαια μικρές, αλλά ο λόγος των μικρών μεταβολών προς τις μεγάλες δεν ήταν τόσο υψηλός όσο περίμενε. Η κατανομή δεν μειωνόταν αρκετά γρήγορα. Παρουσίαζε μια μεγάλη ουρά.

Το γνωστό μοντέλο που διαγραμματικά δείχνει τις μεταβολές μιας τιμής ήταν και είναι η καμπύλη που έχει το σχήμα καμπάνας. Στη μέση, εκεί που βρίσκεται η κορυφή της καμπάνας, τα περισσότερα δεδομένα συγκεντρώνονται γύρω από τη μέση τιμή. Στις πλευρές, οι μικρές και οι μεγάλες τιμές μεταβάλλονται ραγδαία. Ένας στατιστικολόγος χρησιμοποιεί αυτή την καμπύλη με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιεί ένας πνευμονολόγος το στηθοσκόπιο — ως όργανο για το πρώτο βήμα. Η καμπύλη παριστάνει τη γνωστή κατανομή Γκάους(Gauss), όπως λέγεται — ή, πιο απλά, την κανονική κατανομή. Κάνει μια πρόταση για τη φύση του τυχαίου. Η πρόταση αυτή λέει ότι, όταν κάποιες τιμές μεταβάλλονται, προσπαθούν να παραμένουν κοντά σε μια μέση

Η
κατανομή
Γκάους είναι μια
από τις πιο μεγάλες
γενικεύσεις της φυσικής
φιλοσοφίας που γνώρισε
η ανθρωπότητα. Καθοδηγεί
τους ερευνητές στις φυσικές
και κοινωνικές επιστήμες, στην
ιατρική, τη γεωπονική και τη
στατική. Είναι απαραίτητο εργαλείο
στην ανάλυση και στην ερμηνεία των δεδομένων
που προέρχονται από την παρατήρηση και τον πειραματισμό.

Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΜΕ ΣΧΗΜΑ ΚΑΜΠΑΝΑΣ

τιμή, και καταφέρνουν να κατανέμονται γύρω απ' αυτή με έναν εντυπωσιακά ομοιόμορφο τρόπο. Αλλά, σαν μέσον για να βρεθούν μονοπάτια στο άγριο δάσος της οικονομίας, αυτές οι κλασικές ιδέες δεν είχαν εφαρμογή. Όπως είπε ο νομπελίστας Βασσίλι Λεόντιεφ (Wassily Leontief), «σε κανένα πεδίο εμπειρικής αναζήτησης δεν έχει χρησιμοποιηθεί σε τέτοια έκταση και τόσο επιτηδευμένα μια στατιστική τεχνική με τόσο πενιχρά αποτελέσματα».

Όπως κι αν έκανε το διάγραμμα, ο Χαουθάκκερ δεν μπορούσε να προσαρμόσει τις μεταβολές της τιμής του μπαμπακιού στο μοντέλο της καμπύλης του Γκάους. Τα δεδομένα του όμως δημιουργούσαν μια εικόνα της οποίας ο Μάντελμπροτ είχε αρχίσει να βλέπει το περίγραμμα σε εντελώς διαφορετικά πεδία. Αντίθετα με τους περισσότερους μαθηματικούς, αντιμετώπιζε τα προβλήματα στηριζόμενος στη διαίσθηση του όσον αφορά τις μορφές και τα σχήματα. Δυσπιστούσε απέναντι στην ανάλυση αλλά εμπιστευόταν τις νοητικές του εικόνες. Και ήδη είχε την ιδέα ότι άλλοι νόμοι, με διαφορετική συμπεριφορά, μπορεί να κυβερνούσαν τα τυχαία, στοχαστικά φαινόμενα. Όταν γύρισε στο τεράστιο ερευνητικό κέντρο της IBM, στο Γιορκτάουν Χάιτς της Νέας Υόρκης, έφερε μαζί του σε κάρτες υπολογιστή τα δεδομένα του Χαουθάκκερ για τις τιμές του μπαμπακιού. Στη συνέχεια έστειλε και ζήτησε από το Υπουργείο Γεωργίας στην Ουάσιγκτον κι άλλα, ως το 1900.

Όπως και οι επιστήμονες σε άλλα πεδία, οι οικονομολόγοι περνούσαν το κατώφλι της εποχής των υπολογιστών, συνειδητοποιώντας σιγά σιγά ότι θα είχαν τη δύναμη να συλλέγουν, να οργανώνουν και να διαχειρίζονται πληροφορίες σε μια κλίμακα που δεν μπορούσαν πριν να φανταστούν. Δεν είχαν ωστόσο στη διάθεση τους όλα τα είδη πληροφοριών και οι πληροφορίες που έμενε ακόμα να συγκεντρωθούν έπρεπε να τεθούν σε μια εύχρηστη μορφή. Η εποχή της αποθήκευσης των δεδομένων σε διάτρητες κάρτες μόλις άρχιζε κι αυτή. Στις «σκληρές» επιστήμες, οι ερευνητές το έβρισκαν πιο εύκολο να συγκεντρώνουν τα χιλιάδες ή εκατομμύρια δεδομένα τους. Οι οικονομολόγοι, όπως οι βιολόγοι, ασχολούνταν με έναν κόσμο ζωντανών όντων γεμάτων επιθυμίες. Οι οικονομολόγοι μελετούσαν τα πλέον ασύλληπτα απ' όλα τα δημιουργήματα.

Τουλάχιστον όμως το περιβάλλον των οικονομολόγων παρήγε συνεχώς αριθμούς. Από την άποψη του Μάντελμπροτ, οι τιμές του μπαμπακιού ήταν μια ιδανική πηγή δεδομένων. Τα αρχεία ήταν πλήρη και παλιά — έφταναν κάπου έναν αιώνα πίσω ή και περισσότερο, χωρίς διακοπή. Η αγοροπωλησία του μπαμπακιού περνούσε από μια κεντρική αγορά — και συνεπώς υπήρχαν συγκεντρωτικά αρχεία — γιατί στο γύρισμα του αιώνα όλο το μπαμπάκι του Νότου έρρεε στη Νέα Υόρκη κι από κει έπαιρνε το δρόμο για τη Νέα Αγγλία· οι τιμές του Λίβερπουλ συνδέονταν επίσης με τις τιμές της Νέας Υόρκης.

Αν και οι οικονομολόγοι δεν είχαν πολλά πράγματα να κάνουν όταν έφτανε ο καιρός να αναλύσουν τις τιμές των εμπορευμάτων ή τις τιμές των αποθεμάτων, αυτό δεν σήμαινε ότι δεν είχαν μια βασική άποψη για το τρόπο που αλλάζουν οι τιμές. Αντίθετα, είχαν ορισμένες κοινές απόψεις. Μια από αυτές ήταν η πεποίθηση ότι οι μικρές, προσωρινές μεταβολές των τιμών δεν είχαν καμία σχέση με τις μεγάλες, μακροσκοπικές μεταβολές. Οι γρήγορες αυξομειώσεις δημιουργούνται τυχαία. Οι μικρής κλίμακας διακυμάνσεις που εμφανίζονται στις συναλλαγές μιας μέρας είναι απλός θόρυβος, απρόβλεπτες και χωρίς ενδιαφέρον. Οι μακροσκοπικές μεταβολές ωστόσο είναι εντελώς διαφορετικό πράγμα. Οι μεγάλες διακυμάνσεις των τιμών σε χρονικά διαστήματα μηνών, χρόνων ή δεκαετιών προσδιορίζονται από βαθιές μακροοικονομικές δυνάμεις, από την τάση για πόλεμο ή ύφεση, δυνάμεις που θεωρητικά παρέχουν δυνατότητες ερμηνείας. Από τη μια πλευρά έχουμε το θόρυβο των μικροσκοπικών διακυμάνσεων, και από την άλλη το μήνυμα της μακροσκοπικής μεταβολής.

Αυτή η διχοτόμηση δεν είχε θέση στην εικόνα της πραγματικότητας που ανέπτυσσε ο Μάντελμπροτ. Αντί να ξεχωρίζει τις μικροσκοπικές μεταβολές από τις μακροσκοπικές, η δική του εικόνα τις συνέδεε. Αναζητούσε μορφές όχι στη μια ή την άλλη κλίμακα αλλά σε όλες τις κλίμακες. Δεν ήταν καθόλου φανερό πώς θα σχεδίαζε την εικόνα που είχε στο μυαλό του, αλλά ήξερε ότι έπρεπε να υπάρχει κάποιο είδος συμμετρίας, όχι συμμετρία αριστερά-δεξιά ή πάνω-κάτω, αλλά μια συμμετρία μεγάλων και μικρών κλιμάκων.

Πράγματι, όταν κοσκίνισε τα δεδομένα των τιμών του μπα-

μπακιού μέσα από τους υπολογιστές της IBM, βρήκε εκπληκτικά αποτελέσματα. Οι αριθμοί που δημιουργούσαν παρεκκλίσεις από την άποψη της κανονικής κατανομής εμφάνιζαν συμμετρία από την άποψη κλίμακας. Κάθε συγκεκριμένη μεταβολή τιμής ήταν τυχαία και απρόβλεπτη. Αλλά η ακολουθία των μεταβολών ήταν ανεξάρτητη από την κλίμακα: οι καμπύλες που έδιναν τις ημερήσιες μεταβολές των τιμών ήταν εντελώς όμοιες με αυτές που έδιναν τις μηνιάτικες μεταβολές. Απίστευτο! Η ανάλυση του Μάντελμπροτ έδειξε ότι ο βαθμός διακύμανσης είχε παραμείνει σταθερός σε μια ταραγμένη περίοδο εξήντα χρόνων, που γνώρισε δύο παγκόσμιους πολέμους και μια οικονομική κρίση.

Μέσα στις πιο ακανόνιστες σειρές δεδομένων υπήρχε ένα απρόσμενο είδος τάξης. Αφού ήταν δεδομένο πως οι αριθμοί που μελετούσε ήταν αυθαίρετοι, γιατί, αναρωτήθηκε ο Μάντελμπροτ, θα 'πρεπε να ισχύει απαραίτητα κάποιος νόμος; Και γιατί αυτός ο νόμος θα 'πρεπε να εφαρμόζεται το ίδιο καλά και στα προσωπικά εισοδήματα και στις τιμές του μπαμπακιού;

Είναι αλήθεια ότι το υπόβαθρο του Μάντελμπροτ στα οικονομικά ήταν ισχνό όσο και η δυνατότητα του να επικοινωνεί με οικονομολόγους. Όταν δημοσίευσε ένα άρθρο για τα ευρήματα του, ακολούθησε ένα επεξηγηματικό άρθρο ενός σπουδαστή του, που επαναλάμβανε το υλικό του Μάντελμπροτ στη γλώσσα των οικονομολόγων. Ο Μάντελμπροτ μετακινήθηκε σε άλλα ενδιαφέροντα, πήρε όμως μαζί του την απόφαση να εξερευνήσει το φαινόμενο της σταθερότητας κλίμακας. Το φαινόμενο αυτό φαινόταν να αποτελεί μια ιδιότητα ξεχωριστή— μια υπογραφή.

ΧΡΟΝΙΑ ΑΡΓΟΤΕΡΑ, καθώς τον παρουσίαζαν σε μια διάλεξη («... δίδαξε οικονομικά στο Χάρβαρντ, μηχανική στο Γέιλ, φυσιολογία στην Ιατρική Σχολή Αϊνστάιν...»), παρατήρησε περήφανα: «Πολύ συχνά, όταν ακούω τον κατάλογο των προηγούμενων απασχολήσεων μου, αναρωτιέμαι αν υπάρχω. Η τομή τέτοιων συνόλων είναι σίγουρα το κενό σύνολο». Πράγματι, από την πρώτη του εποχή στην IBM, ο Μάντελμπροτ δεν είχε καταφέρει να βρίσκεται στο μεγάλο κατάλογο των διάφορων πεδίων. Ήταν πάντα ένας ξένος, που επιχειρούσε μια ανορθόδοξη προσέγγιση σε μια ντεμοντέ γωνιά των μαθηματικών, εξερευνώντας κλάδους στους οποίους σπάνια τον καλοδέχονταν, κρύβοντας τις πιοση-

μαντικές ιδέες του στην προσπάθεια του να δημοσιεύσει τα άρθρα του, στηριζόμενος κυρίως στην εμπιστοσύνη των εργοδοτών συναδέλφων του στο Γιορκτάουν Χάιτς. Εισέβαλε σε πεδία σαν την οικονομία και μετά αποσυρόταν, αφήνοντας πίσω του προκλητικές ιδέες αλλά σπάνια καλά θεμελιωμένες εργασίες.

Στην ιστορία του χάους, ο Μάντελμπροτ άνοιξε το δικό του δρόμο. Η εικόνα της πραγματικότητας που σχηματιζόταν στο μυαλό του το 1960 εξελίχθηκε από μια εκκεντρικότητα σε μια ώριμη γεωμετρία. Για τους φυσικούς που επέκτειναν τις εργασίες των Λόρεντζ, Σμέιλ, Γιορκ και Μέυ, αυτός ο περίεργος μαθηματικός παρέμενε στο περιθώριο— αλλά οι τεχνικές και η γλώσσα του έγιναν αναπόσπαστο μέρος της νέας τους επιστήμης.

Η περιγραφή αυτή δε θα φαινόταν εύστοχη σε όποιον τον γνώρισε αργότερα, με το ψηλό επιβλητικό του μέτωπο, τη σειρά των τίτλων και τις τιμές, αλλά τον Μπενουά Μάντελμπροτ τον καταλαβαίνει κανείς καλύτερα ως πρόσφυγα. Γεννήθηκε στη Βαρσοβία το 1924, σε μια λιθουανική εβραϊκή οικογένεια. Ο πατέρας του ήταν χοντρέμπορος ρούχων, η μητέρα του οδοντογιατρός. Άγρυπνη απέναντι στη γεωπολιτική πραγματικότητα, η οικογένεια μετακόμισε στο Παρίσι το 1936, παρακινημένη εν μέρει από την παρουσία του θείου του Μάντελμπροτ, του μαθηματικού Ζόλεμ Μάντελμπροτ (Szolem Mandelbrot). Όταν ήρθε ο πόλεμος, η οικογένεια βρέθηκε ακόμα μια φορά απέναντι στους Ναζί κι εγκατέλειψε τα πάντα παίρνοντας μόνο μερικές βαλίτσες, για να ενωθεί με το κύμα των προσφύγων που γέμιζαν τους δρόμους νότια από το Παρίσι. Τελικά έφτασαν στην πόλη Τουλ.

Για ένα μικρό διάστημα ο Μπενουά πήγε ως μαθητευόμενος μηχανουργός, όπου ξεχώριζε επικίνδυνα με το ύψος του και το μορφωτικό του επίπεδο. Ήταν μια εποχή αξέχαστων οραμάτων και φόβων. Αργότερα δεν έφερνε στο μυαλό του τις προσωπικές του ταλαιπωρίες, ενώ αντίθετα θυμόταν την εποχή στην Τουλ και αλλού, που τον βοήθησαν οι δάσκαλοι του— μερικοί απ' αυτούς διακεκριμένοι μελετητές, που και οι ίδιοι υπέφεραν από τον πόλεμο. Ανάμεσα στα άλλα, η εκπαίδευση του ήταν άστατη, με πολλές διακοπές. Υποστήριζε πως δεν είχε μάθει ποτέ το αλφάβητο ή, ακόμα πιο σημαντικό, τους πίνακες του πολλαπλασιασμού πέρα από το πέντε. Είχε όμως ταλέντο.

Όταν απελευθερώθηκε το Παρίσι, έδωσε και πέρασε τις προ-

φορικές και γραπτές εξετάσεις για την Εκόλ Νορμάλ και την Εκόλ Πολυτεκνίκ, που διαρκούσαν ένα μήνα, κι ας μην είχε προετοιμαστεί. Ανάμεσα στα άλλα, οι εξετάσεις περιείχαν και μια υποτυπώδη εξέταση στο σχέδιο, και ο Μάντελμπροτ ανακάλυψε μια κρυφή ευκολία στην αντιγραφή της Αφροδίτης της Μήλου. Στο μαθηματικό μέρος των εξετάσεων — ασκήσεις στην τυπική άλγεβρα και την ολοκληρωτική ανάλυση— κατάφερε να κρύψει την έλλειψη εκπαίδευσης με τη βοήθεια της γεωμετρικής του διαίσθησης. Είχε συνειδητοποιήσει ότι όταν αντιμετώπιζε ένα πρόβλημα ανάλυσης, μπορούσε σχεδόν πάντα να το αντιστοιχίζει με ένα γεωμετρικό σχήμα. Ξεκινώντας από το σχήμα, μπορούσε να βρίσκει τρόπους να το μετασχηματίζει, εναλλάσσοντας τις συμμετρίες του, κάνοντας το πιο αρμονικό. Συχνά οι μετασχηματισμοί του οδηγούσαν απευθείας σε μια λύση του αρχικού προβλήματος. Στη φυσική και στη χημεία, που δεν μπορούσε να εφαρμόζει γεωμετρία, πήρε μικρούς βαθμούς. Αλλά στα μαθηματικά, τα ερωτήματα που δε θα μπορούσε ποτέ να απαντήσει με τις παραδοσιακές τεχνικές τα αντιμετώπισε με τα σχήματα που δημιουργούσε στο μυαλό του.

Η Εκόλ Νορμάλ και η Εκόλ Πολυτεκνίκ ήταν επίλεκτες σχολές χωρίς ανάλογο στην αμερικάνικη εκπαίδευση. Και οι δυο μαζί προετοίμαζαν λιγότερους από 300 σπουδαστές σε κάθε τάξη για καριέρα στα γαλλικά πανεπιστήμια και τις δημόσιες υπηρεσίες. Ο Μάντελμπροτ άρχισε στην Εκόλ Νορμάλ, την πιο μικρή και με το μεγαλύτερο γόητρο από τις δύο, αλλά μέσα σε λίγες μέρες την άφησε για την Εκόλ Πολυτεκνίκ. Ήταν πλέον πρόσφυγας από τους Μπουρμπακί (Bourbaki).

Οι Μπουρμπακί ίσως δε θα μπορούσαν να εμφανιστούν πουθενά αλλού εκτός από τη Γαλλία, με τη λατρεία της για τις αυταρχικές ακαδημίες και τους παραδοσιακούς κανόνες μάθησης. Ξεκίνησαν σαν ένας σύλλογος, που ιδρύθηκε μετά από την ταραχή του Πρώτου Παγκόσμιου Πολέμου από τον Ζόλεμ Μάντελμπροτ και από μια χούφτα άλλους αμέριμνους νέους μαθηματικούς, που αναζητούσαν έναν τρόπο να ξαναχτίσουν τα γαλλικά μαθηματικά. Τα τραγικά δημογραφικά αποτελέσματα του πολέμου είχαν δημιουργήσει ένα χάσμα ηλικίας ανάμεσα στους πανεπιστημιακούς καθηγητές και τους σπουδαστές, διακόπτοντας την παράδοση της ακαδημαϊκής συνέχειας, και αυτοί οι θαυμάσιοι νέοι

αποφάσισαν να ανοίξουν νέα θεμέλια στην πρακτική των μαθηματικών. Το όνομα της ομάδας τους ήταν κι αυτό ένα αστείο δικό τους, που το δανείστηκαν επειδή ηχούσε παράξενα και προκλητικά — αυτή η εικασία έγινε αργότερα — από ένα γάλλο στρατηγό του 19ου αιώνα, ελληνικής καταγωγής. Ο σύλλογος Μπουρμπακί γεννήθηκε λοιπόν με μια χιουμοριστική διάθεση που γρήγορα εξαφανίστηκε.

Τα μέλη του συναντιόνταν κρυφά και γι' αυτό δεν είναι γνωστά όλα τα ονόματα τους. Ο αριθμός τους ήταν συγκεκριμένος. Όταν ένα μέλος έφευγε, όπως απαιτούνταν, στην ηλικία των 50 χρόνων, η υπόλοιπη ομάδα εξέλεγε ένα άλλο. Αυτοί ήταν οι καλύτεροι και οι πιο λαμπροί μαθηματικοί και η επιρροή τους απλώθηκε γρήγορα σε ολόκληρη την ηπειρωτική Ευρώπη.

Ο σύλλογος Μπουρμπακί ξεκίνησε εν μέρει από αντίδραση στον Πουανκαρέ, το μεγάλο αυτόν άντρα του τέλους του 19ου αιώνα, έναν εκπληκτικά γόνιμο διανοητή και συγγραφέα που ενδιαφερόταν λιγότερο από πολλούς για την αυστηρότητα. Ο Πουανκαρέ έλεγε: αφού ξέρω ότι αυτό πρέπει να είναι σωστό, γιατί να το αποδείξω; Στην ομάδα Μπουρμπακί πίστευαν ότι ο Πουανκαρέ είχε κληροδοτήσει μια ασταθή βάση στα μαθηματικά και άρχισαν να γράφουν μια μεγάλη πραγματεία, όλο και πιο φανατική στο στυλ της, με στόχο να βάλουν σωστά θεμέλια στον κλάδο. Κεντρική θέση σ' αυτή είχε η λογική ανάλυση. Ένας μαθηματικός έπρεπε να αρχίζει με στέρεες πρώτες αρχές και να συνάγει απ' αυτές όλα τα υπόλοιπα. Η ομάδα υπογράμμιζε την πρωτοκαθεδρία των μαθηματικών ανάμεσα στις θετικές επιστήμες, και επίσης επέμενε στην αποδέσμευση τους από τις άλλες επιστήμες. Τα μαθηματικά ήταν μαθηματικά — δεν μπορούσαν να αξιολογηθούν από την εφαρμογή τους σε πραγματικά φυσικά φαινόμενα. Και, πάνω από όλα, οι Μπουρμπακί απέρριπταν τη χρήση εικόνων. Ένας μαθηματικός μπορούσε πάντα να εξαπατηθεί από τις οπτικές παραστάσεις. Η γεωμετρία ήταν αναξιόπιστη. Τα μαθηματικά έπρεπε να είναι καθαρά, τυπικά και αυστηρά.

Αυτή δεν ήταν αποκλειστικά γαλλική άποψη. Και στις ΗΠΑ οι μαθηματικοί αποδεσμεύονταν σταθερά από τις απαιτήσεις των φυσικών επιστημών, όσο κι οι καλλιτέχνες και οι συγγραφείς από τις απαιτήσεις του λαϊκού γούστου. Κυριαρχούσε η εσω-

στρέφεια. Τα θέματα της έρευναςτων μαθηματικών έγιναν αυτάρκη· η μέθοδος τους έγινε καθαρά αξιωματική. Ένας μαθηματικός καμάρωνε λέγοντας ότι η εργασία του δεν εξηγούσε τίποτα από τον κόσμο ή τις φυσικές επιστήμες. Από τη στάση αυτή προήλθαν πολλά καλά και οι μαθηματικοί την διατηρούσαν ως κάτι πολύτιμο. Ο Στιβ Σμέιλ, ακόμα κι όταν εργαζόταν για να ξαναενώσει τα μαθηματικά με τις φυσικές επιστήμες, πίστευε βαθιά, όπως καθετί που πίστευε, ότι *τα μαθηματικά πρέπει να στέκονται από μόνα τους.* Με την αυτοτέλεια ήρθε και η σαφήνεια. Και η σαφήνεια, με τη σειρά της, πήγαινε χέρι χέρι με την αυστηρότητα της αξιωματικής μεθόδου. Κάθε σοβαρός μαθηματικός καταλαβαίνει ότι η αυστηρότητα είναι η καθοριστική δύναμη της μαθηματικής επιστήμης, ο χαλύβδινος σκελετός χωρίς τον οποίο όλα θα μπορούσαν να καταρρεύσουν. Αυστηρότητα είναι αυτό που επιτρέπει στους μαθηματικούς να διαλέγουν μια κατεύθυνση σκέψης που εκτείνεται βαθιά μέσα στους αιώνες και να τη συνεχίζουν, με απόλυτη σιγουριά.

Παρ' όλα αυτά, οι απαιτήσεις της αυστηρότητας είχαν απρόβλεπτες συνέπειες για τα μαθηματικά του 20ού αιώνα. Το πεδίο αναπτύσσεται με έναν ειδικό τρόπο. Ένας ερευνητής επιλέγει ένα πρόβλημα και ξεκινά αποφασίζοντας ποιο δρόμο θα ακολουθήσει. Είναι αλήθεια ότι συχνά αυτή η απόφαση σημαίνει επιλογή ανάμεσα σε ένα δρόμο που είναι μαθηματικά εφικτός και ένα δρόμο που παρουσιάζει ενδιαφέρον από την άποψη της κατανόησης της φύσης. Για τον μαθηματικό, η επιλογή ήταν ξεκάθαρη: θα εγκατέλειπε για αρκετό χρόνο οποιαδήποτε φανερή σύνδεση με τη φύση. Τελικά οι σπουδαστές του θα αντιμετώπιζαν ένα παρόμοιο δίλημμα και θα έπαιρναν μια παρόμοια απόφαση.

Πουθενά αυτές οι αξίες δεν είχαν κωδικοποιηθεί τόσο αυστηρά όσο στη Γαλλία, και εκεί η ομάδα Μπουρμπακί πέτυχε όσο δεν το είχαν φανταστεί οι ιδρυτές της. Οι κανόνες, το στυλ και ο συμβολισμός της έγιναν υποχρεωτικά. Οι συνεχείς επιτυχίες της στα μαθηματικά και η προσέλκυση των καλύτερων σπουδαστών της εξασφάλισαν μια αναμφισβήτητη ακτινοβολία. Η κυριαρχία της στην Εκόλ Νορμάλ ήταν ολική και για τον Μάντελμπροτ ανυπόφορη. Εγκατέλειψε την Εκόλ Νορμάλ εξαιτίας της ομάδας Μπουρμπακί και μια δεκαετία αργότερα εγκατέλειψε και τη

Γαλλία για τον ίδιο λόγο, και εγκαταστάθηκε μόνιμα στις ΗΠΑ. Μέσα σε λίγες δεκαετίες, η ανυποχώρητη προσήλωση της ομάδας Μπουρμπακί στην αφαίρεση θ' άρχιζε να σβήνει από το σοκ που έφερε ο υπολογιστής, με τη δύναμη του να τροφοδοτεί ένα νέο είδος οπτικών μαθηματικών. Αλλά ήταν πολύ αργά για τον Μάντελμπροτ, που δεν μπορούσε να υποφέρει από το φορμαλισμό των Μπουρμπακί και δεν ήθελε να εγκαταλείψει τη γεωμετρική του διαίσθηση.

Ο ΜΑΝΤΕΛΜΠΡΟΤ, ΠΙΣΤΟΣ πάντα στην προσπάθεια δημιουργίας μιας μυθολογίας γύρω από τον εαυτό του, πρόσθεσε την παρακάτω δήλωση στον τόμο *Who's Who,* στο χωρίο που τον αφορούσε: «Η επιστήμη θα κατέρρεε αν (όπως στον αθλητισμό) έβαζε πάνω από όλα τον ανταγωνισμό. Οι λίγοι ερευνητές που από μόνοι τους επέλεξαν τον "νομαδισμό" είναι απαραίτητοι στην πρόοδο των καθιερωμένων επιστημονικών κλάδων». Αυτός ο εθελοντής νομός, που ονόμαζε επίσης τον εαυτό του σκαπανέα από ανάγκη, αποσύρθηκε από το ακαδημαϊκό περιβάλλον όταν έφυγε από τη Γαλλία, και δέχτηκε το καταφύγιο του Ερευνητικού Κέντρου Thomas J. Watson της IBM. Σε ένα τριαντάχρονο ταξίδι από την αφάνεια στα υψηλά αξιώματα, δεν είδε ποτέ τη δουλειά του να αγκαλιάζεται από τους πολλούς κλάδους προς τους οποίους την οδηγούσε. Ακόμα και οι μαθηματικοί θα έλεγαν, με κάποια κακεντρέχεια, πως ό,τι κι αν ήταν ο Μάντελμπροτ, σίγουρα δεν ήταν ένας απ' αυτούς.

Βρήκε το δρόμο του σιγά σιγά, στηριζόμενος στη βαθιά γνώση των ξεχασμένων και περιθωριακών θεμάτων της ιστορίας της επιστήμης. Τόλμησε να μπει στο πεδίο της μαθηματικής γλωσσολογίας, αποδεικνύοντας το νόμο της κατανομής των λέξεων. (Απολογούμενος για το συμβολισμό, υποστήριζε πως το ζήτημα αυτό τράβηξε την προσοχή του μέσα από ένα βιβλίο που πήρε απ' την τσάντα ενός μαθηματικού, για να έχει κάτι να διαβάζει στον υπόγειο του Παρισιού.) Μελέτησε τη θεωρία παιγνίων (game theory). Εργάστηκε με τον τρόπο του στα οικονομικά. Έγραψε για τη σταθερότητα κλίμακας στην κατανομή των μεγάλων και μικρών πόλεων. Το γενικό πλαίσιο που συνέδεε τις εργασίες του έμενε στο βάθος ατελές.

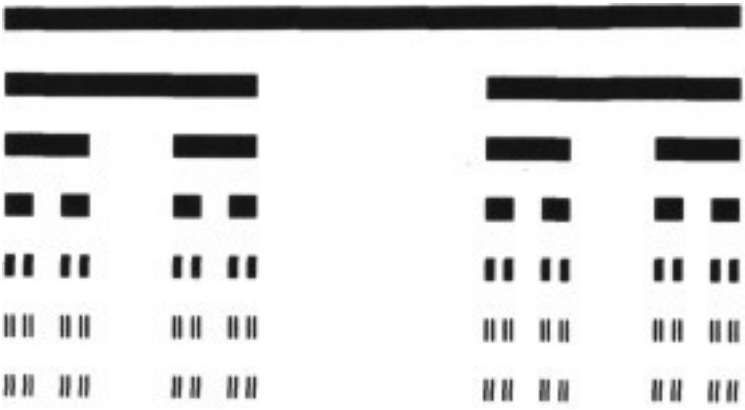
Τα πρώτα χρόνια στην IBM, αμέσως μετά από τη μελέτη των

τιμών των εμπορευμάτων, καταπιάστηκε με ένα πρακτικό πρόβλημα που ενδιέφερε πολύ την εταιρεία του. Οι μηχανικοί είχαν μπερδευτεί με το πρόβλημα του θορύβου στις τηλεφωνικές γραμμές που χρησιμοποιούνταν για τη μεταφορά πληροφοριών από υπολογιστή σε υπολογιστή. Το ηλεκτρικό ρεύμα μεταφέρει την πληροφορία κατά διακριτά πακέτα, και οι μηχανικοί ήξεραν ότι όσο πιο ισχυρό έκαναν το ρεύμα, τόσο καλύτερα θα μπορούσαν να εξουδετερώνουν το θόρυβο. Διαπίστωσαν όμως ότι κάποιος αυτογενής θόρυβος δεν μπορούσε να εξαλειφτεί. Έτσι, κάθε λίγο εξαφάνιζε ένα σήμα, με αποτέλεσμα να δημιουργείται λάθος.

Αν και από τη φύση του ο θόρυβος μεταφοράς ήταν τυχαίος, ήταν γνωστό ότι ερχόταν κατά ομάδες. Περίοδοι επικοινωνίας χωρίς λάθη διαδέχονταν περιόδους επικοινωνίας με λάθη. Μιλώντας με τους μηχανικούς, ο Μάντελμπροτ έμαθε πως υπήρχε ένα θέμα σχετικά με τα λάθη, που δεν είχαν καταγραφτεί επειδή δεν ταίριαζαν με κανένα από τους κλασικούς τρόπους σκέψης: όσο πιο προσεκτικά παρατηρούσαν τις ομάδες, τόσο πιο πολύπλοκες φαίνονταν οι μορφές των λαθών. Ο Μάντελμπροτ έδωσε έναν τρόπο περιγραφής της κατανομής των λαθών που προέβλεπε με ακρίβεια τις παρατηρημένες μορφές. Αυτός ο τρόπος ήταν υπερβολικά ιδιόμορφος, γιατί καθιστούσε αδύνατο να υπολογιστεί ο *μέσος* ρυθμός των λαθών — ένα μέσο πλήθος λαθών ανά ώρα ή ανά λεπτό ή ανά δευτερόλεπτο. Στο σχήμα του Μάντελμπροτ, κατά *μέσο όρο,* τα λάθη εμφάνιζαν απεριόριστη διασπορά.

Η περιγραφή του έκανε όλο και πιο βαθιές διακρίσεις ανάμεσα σε περιόδους μεταφοράς με λάθη και σε περιόδους μεταφοράς χωρίς λάθη. Υποθέστε πως διαιρείτε τη μέρα σε ώρες. Μπορεί να περάσει μια ώρα χωρίς καθόλου λάθη, μετά να ακολουθήσει μια ώρα που να υπάρχουν λάθη, και μετά να περάσει πάλι μια ώρα χωρίς λάθη.

Υποθέστε όμως ότι μετά διαιρείτε μια ώρα με λάθη σε μικρότερες περιόδους των είκοσι λεπτών. Τότε θα βρίσκατε πως και σ' αυτή την περίπτωση υπάρχουν μερικές περίοδοι χωρίς καθόλου λάθη και μερικές με εκρήξεις λαθών. Πράγματι, ο Μάντελμπροτ — ενάντια στην κοινή διαίσθηση — έλεγε ότι δε θα βρίσκατε ποτέ ένα χρονικό διάστημα όπου τα λάθη να είναι διασκορπισμέ-



Η ΣΚΟΝΗ ΤΟΥ ΚΑΝΤΟΡ. Αρχίζουμε με μια γραμμή, τη χωρίζουμε σε τρία μέρη και αφαιρούμε το μεσαίο. Στη συνέχεια, με τον ίδιο τρόπο, αφαιρούμε το μεσαίο κομμάτι από τα δύο που έμειναν κ.ο.κ. Το σύνολο Κάντορ είναι η σκόνη των σημείων που απομένει. Είναι άπειρα στο πλήθος, αλλά το συνολικό τους μήκος είναι μηδέν.

Οι παράδοξες ιδιότητες τέτοιων κατασκευών αναστάτωναν τους μαθηματικούς του 19ου αιώνα, αλλά ο Μάντελμπροτ είδε το σύνολο Κάντορ ως ένα μοντέλο για τα λάθη που εμφανίζονται σε μια γραμμή ηλεκτρονικής μεταφοράς δεδομένων. Οι μηχανικοί είδαν περιόδους μεταφοράς χωρίς λάθη, αναμεμειγμένες με περιόδους όπου υπήρχαν εκρήξεις λαθών. Κοιταγμένες από πιο κοντά, οι εκρήξεις περιείχαν κι αυτές περιόδους χωρίς καθόλου λάθη. Ήταν ένα παράδειγμα φράκταλ στο χρόνο. Σε κάθε κλίμακα χρόνου, από ώρες μέχρι δευτερόλεπτα, ο Μάντελμπροτ ανακάλυψε πως η σχέση των περιόδων με λάθη προς τις περιόδους χωρίς λάθη παρέμενε σταθερή.

να με συνέχεια. Μέσα σε κάθε έκρηξη λαθών, όσο μικρή κι αν είναι η διάρκεια της, θα υπάρχουν πάντα περίοδοι μεταφοράς χωρίς κανένα λάθος. Επιπλέον, ο Μάντελμπροτ ανακάλυψε μια συνεπή γεωμετρική σχέση ανάμεσα στα διαστήματα με εκρήξεις λαθών και στα διαστήματα χωρίς λάθη. Σε κλίμακες μιας ώρας ή ενός δευτερολέπτου, η αναλογία των περιόδων με λάθη και των περιόδων χωρίς λάθη παρέμενε σταθερή. (Κάποτε ο Μάντελμπροτ θορυβήθηκε γιατί μια ομάδα δεδομένων φαινόταν να α-

ντιφάσκει με το συμπέρασμα του· τελικά αποδείχτηκε ότν οι μηχανικοί δεν είχαν καταγράψει τις πιο ακραίες περιπτώσεις επειδή τις είχαν θεωρήσει άσχετες.)

Οι μηχανικοί δεν είχαν την υποδομή να καταλάβουν την περιγραφή του Μάντελμπροτ, αλλά οι μαθηματικοί την είχαν. Ουσιαστικά ο Μάντελμπροτ είχε αντιγράψει μια αφηρημένη κατασκευή γνωστή ως σύνολο Κάντορ, από το όνομα του μαθηματικού του 19ου αιώνα Γκέοργκ Κάντορ (Georg Cantor). Για να δημιουργήσουμε ένα σύνολο Κάντορ αρχίζουμε με το διάστημα των αριθμών από το μηδέν μέχρι το ένα, που παριστάνεται από μια ευθεία γραμμή. Διαιρούμε τη γραμμή σε τρία ίσα μέρη και αφαιρούμε το μεσαίο, οπότε μένουν δύο κομμάτια. Και από τα δύο αφαιρούμε πάλι το μεσαίο (από το ένα ένατο μέχρι τα δύο ένατα, και από τα εφτά ένατα μέχρι τα οχτώ ένατα). Τώρα μένουν τέσσερα κομμάτια, και αφαιρούμε τα μεσαία κομμάτια όλων — κι επαναλαμβάνουμε αυτή τη διαδικασία άπειρες φορές. Τι απομένει; Μια περίεργη «σκόνη» σημείων, τοποθετημένη σε ομάδες, άπειρες στο πλήθος και απείρως διεσπαρμένες. Ο Μάντελμπροτ σκεφτόταν τα λάθη στη μεταφορά σαν ένα σύνολο Κάντορ μέσα στο χρόνο.

Αυτή η αρκετά αφηρημένη περιγραφή είχε πρακτική σημασία για τους επιστήμονες που προσπαθούσαν να αποφασίσουν ανάμεσα σε διαφορετικές στρατηγικές ελέγχου των λαθών. Συγκεκριμένα σήμαινε ότι οι μηχανικοί, αντί να προσπαθήσουν να αυξήσουν την ισχύ του σήματος ώστε να καλύπτει όλο και περισσότερο θόρυβο, θα έπρεπε να δεχτούν ότι τα λάθη είναι αναπόφευκτα και να χρησιμοποιήσουν μια στρατηγική πλεονασμού* ώστε να μπορούν να τα διαπιστώνουν και να τα διορθώνουν. Ο Μάντελμπροτ άλλαξε επίσης τον τρόπο που σκέφτονταν οι μηχανικοί της IBM σχετικά με τις αιτίες του θορύβου. Οι εκρήξεις λαθών έκαναν τους μηχανικούς να αναζητούν πάντα κάποιον που «έβαζε το χέρι του». Αλλά η σταθερότητα κλίμακας του Μάντελμπροτ υπέβαλλε την άποψη πως ο θόρυβος δε θα

* α) Η μετάδοση της ίδιας πληροφορίας περισσότερες από μία φορές ώστε να αποφευχθούν σφάλματα κατά τη μεταφορά της. β) Η χρήση πρόσθετων δυαδικών ψηφίων σε μια μονάδα πληροφορίας με σκοπό την ανίχνευση και διόρθωση πιθανών σφαλμάτων κατά τη μεταφορά της. (Σ.τ.ε.).

μπορούσε ποτέ να εξηγηθεί από κάποια ιδιαίτερα τοπικά γεγονότα.

Ο Μάντελμπροτ στράφηκε σε άλλα δεδομένα που προέρχονταν από ποτάμια της υφηλίου. Οι Αιγύπτιοι είχαν καταγράψει στοιχεία σχετικά με το ύψος του Νείλου επί χιλιετίες. Ο Νείλος παρουσιάζει ασυνήθιστα μεγάλες αλλαγές, καθώς μερικά χρόνια έχει μεγάλες πλημμύρες ενώ άλλα τα νερά του υποχωρούν. Ο Μάντελμπροτ ταξινόμησε αυτή την ποικιλία με τη βοήθεια δύο ειδών φαινομένων που υπάρχουν και στην οικονομία, και είναι γνωστά ως φαινόμενα του Νώε και του Ιωσήφ.

Το φαινόμενο του Νώε σημαίνει ασυνέχεια: όταν μια ποσότητα μεταβάλλεται, μπορεί να μεταβάλλεται και με άλματα. Παραδοσιακά, οι οικονομολόγοι φαντάζονταν ότι οι αξίες μεταβάλλονται συνεχώς— με αργό ή γρήγορο ρυθμό, ανάλογα με την περίπτωση, αλλά συνεχώς, με την έννοια ότι περνάνε από όλες τις ενδιάμεσες τιμές. Αυτή η εικόνα μεταβολής ήταν δανεισμένη από τη φυσική, όπως και από πολλά μαθηματικά που εφαρμόζονται στην οικονομική επιστήμη. Ήταν όμως λάθος. Οι τιμές μπορούν να μεταβάλλονται με στιγμιαία άλματα, όσο γρήγορα μπορεί να περάσει και μια είδηση μέσα από ένα σύρμα τηλετύπου και χιλιάδες χρηματιστές ν' αλλάξουν γνώμη. Η στρατηγική ενός χρηματιστηρίου ήταν καταδικασμένη να αποτύχει, έλεγε ο Μάντελμπροτ, αν θεωρούσε ότι η τιμή μιας μετοχής στην πορεία της από τα 60 στα 10 δολάρια θα έπρεπε να περάσει και από τα 50.

Το φαινόμενο του Ιωσήφ σημαίνει επιμονή. *Ήρθαν εφτά χρόνια μεγάλης αφθονίας στη γη της Αιγύπτου. Και μετά από αυτά θα έρθουν εφτά χρόνια ισχνών αγελάδων.* Αν ο μύθος της Βίβλου σήμαινε περιοδικότητα, ήταν βέβαια υπεραπλουστευμένη. Οι πλημμύρες όμως ή οι ξηρασίες επιμένουν. Παρά το διαφαινόμενο τυχαίο, όσο περισσότερο υποφέρει μια περιοχή από ξηρασία, τόσο πιο πιθανό είναι να συνεχίσει να υποφέρει. Επιπλέον, η μαθηματική ανάλυση του ύψους του Νείλου έδειξε ότι η επιμονή αυτή ίσχυε για αιώνες όπως και για δεκαετίες. Τα φαινόμενα του Νώε και του Ιωσήφ οδηγούν σε διαφορετικές κατευθύνσεις, αλλά συνοψίζονται στο εξής: οι τάσεις στη φύση είναι πραγματικές, αλλά μπορούν να εξαφανιστούν όσο γρήγορα εμφανίστηκαν.

Ασυνέχεια, εκρήξεις θορύβου, σκόνη Κάντορ: φαινόμενα σαν

αυτά δεν είχαν θέση στις γεωμετρίες εδώ και δύο χιλιάδες χρόνια. Τα σχήματα της κλασικής γεωμετρίας είναι οι γραμμές και τα επίπεδα, οι κύκλοι και οι σφαίρες, τα τρίγωνα και οι κώνοι. Παριστάνουν μια σημαντική αφαίρεση της πραγματικότητας και ενέπνευσαν την περίφημη φιλοσοφία της πλατωνικής αρμονίας. Ο Ευκλείδης από αυτά δημιούργησε μια γεωμετρία που διάρκεσε δύο χιλιετίες, τη μοναδική γεωμετρία που μαθαίνουν ακόμα πολλοί άνθρωποι. Οι καλλιτέχνες βρήκαν σ' αυτά μια ιδανική ομορφιά, και πάνω σ' αυτά οι αστρονόμοι της εποχής των Πτολεμαίων έχτισαν μια θεωρία του σύμπαντος. Αλλά στην κατανόηση της πολυπλοκότητας η γεωμετρία αυτή αποδείχνεται ένα λαθεμένο είδος αφαίρεσης.

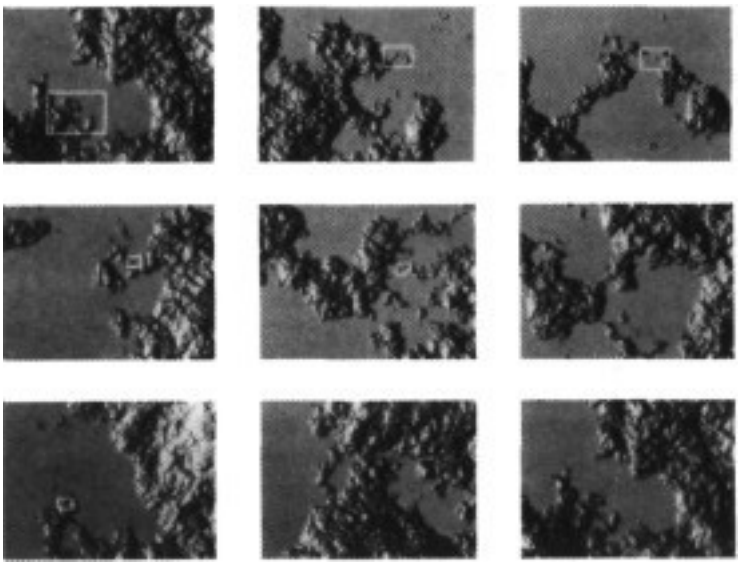
Του Μαντελμπροτ του άρεσε να λέει ότι τα σύννεφα δεν είναι σφαίρες, τα βουνά δεν είναι κώνοι, οι αστραπές δεν ταξιδεύουν σε ευθεία γραμμή. Η νέα γεωμετρία αντικατοπτρίζει ένα σύμπαν αγκυλωτό —όχι ομαλό, τραχύ— όχι λείο. Είναι η γεωμετρία μιας ύσης γεμάτης λάκκους και φουσκάλες, τεμαχισμένης και στριμμένης, δεμένης κόμπο και μπλεγμένης. Η κατανόηση της πολυπλοκότητας της φύσης απαιτούσε την υποψία ότι η πολυπλοκότητα δεν ήταν ακριβώς κάτι τυχαίο, κάτι απρόβλεπτο. Χρειαζόταν την πίστη ότι το ενδιαφέρον χαρακτηριστικό της πορείας μιας αστραπής, για παράδειγμα, δεν ήταν η διεύθυνση της, αλλά μάλλον η κατανομή των διακλαδώσεων της. Η εργασία του Μαντελμπροτ πρόβαλε έναν ισχυρισμό σχετικά με τον κόσμο: πως τέτοια περίεργα σχήματα έχουν νόημα. Οι λάκκοι και οι κόμποι είναι κάτι περισσότερο από ατέλειες που διαστρέφουν τα κλασικά σχήματα της ευκλείδειας γεωμετρίας. Συχνά είναι το κλειδί που φανερώνει την ουσία ενός πράγματος.

Ποια είναι, για παράδειγμα, η ουσία μιας παραλίας; Ο Μαντελμπροτ διατύπωσε αυτό το ερώτημα σε ένα άρθρο που αποτέλεσε το σημείο καμπής για τη σκέψη του: How Long is the Coast of Britain? (Πόσο μήκος έχει η Παραλία της Βρετανίας;)

Είχε συναντήσει το ερώτημα αυτό για την παραλία σε ένα δυσνόητο μεταθανάτιο άρθρο του άγγλου επιστήμονα Λιούις Φ. Ρίτσαρντσον (Lewis F. Richardson), ο οποίος καταπιάστηκε με ένα εκπληκτικά μεγάλο πλήθος ζητημάτων, που αργότερα έγιναν μέρος του χάους. Έγραψε για την αριθμητική πρόγνωση του καιρού στη δεκαετία του 1920, μελέτησε το στροβιλισμό των

ρευστών πετώντας ένα σακί καρότα στο κανάλι Κέιπ Κοντ, και σε ένα άρθρο του 1924 ρωτούσε: «Έχει ο άνεμος ταχύτητα;» («Η ερώτηση, ενώ φαίνεται χωρίς νόημα με την πρώτη ματιά, αποκτά σημασία όσο πιο πολύ τη σκέφτεται κανείς»,έγραφε.) Προβληματιζόμενος πάνω σε θέματα παραλίων και κινητών εθνικών συνόρων, ο Ρίτσαρντσον ερεύνησε εγκυκλοπαίδειες στην Ισπανία και την Πορτογαλία, το Βέλγιο και τις Κάτω Χώρες και ανακάλυψε ασυμφωνίες της τάξης του 20% στα μήκη των κοινών τους συνόρων.

Η ανάλυση του Μάντελμπροτ σ' αυτό το ερώτημα αντιμετωπίστηκε από τους αναγνώστες είτε ως εξαιρετικά προφανής είτε ως παράλογα λαθεμένη. Εκείνος διαπίστωσε ότι οι περισσότεροι άνθρωποι απαντούσαν στο ερώτημα με έναν από τους παρακάτω



ΜΙΑ ΦΡΑΚΤΑΛ ΑΚΤΗ. Η γραμμή μιας παραλίας φτιαγμένη σε υπολογιστή: οι λεπτομέρειες είναι τυχαίες, αλλά η φράκταλ διάσταση είναι σταθερή, οπότε ο βαθμός ανωμαλίας ή αταξίας φαίνεται ο ίδιος, όσο κι αν μεγεθυνθεί η εικόνα.

τρόπους: «Δεν ξέρω, δεν είναι μέσα στα ενδιαφέροντα μου» ή: «Δεν ξέρω, αλλά θα το κοιτάξω στην εγκυκλοπαίδεια».

Στην πραγματικότητα, έλεγε, κάθε παραλία έχει, με μια έννοια, απεριόριστο μήκος. Από μια άλλη άποψη, η απάντηση εξαρτάται από το μήκος του χάρακα. Ας πάρουμε μια αληθοφανή μέθοδο μέτρησης. Ένας τοπογράφος παίρνει ένα διαβήτη, του δίνει άνοιγμα ενός μέτρου και τον κινεί κατά μήκος της παραλίας. Ο αριθμός μέτρων που προκύπτει είναι μια προσέγγιση του πραγματικού μήκους, γιατί ο διαβήτης προσπερνά τις στροφές και τα ζιγκ-ζαγκ της παραλίας που είναι μικρότερα από ένα μέτρο, ο τοπογράφος όμως καταγράφει έτσι κι αλλιώς τον αριθμό που βρήκε. Στη συνέχεια ανοίγει τον διαβήτη σε μικρότερο μήκος — μια παλάμη, ας πούμε — κι επαναλαμβάνει την ίδια διαδικασία. Τότε καταλήγει σε κάπως μεγαλύτερο μήκος, γιατί ο διαβήτης καλύπτει περισσότερες λεπτομέρειες και θα χρειαστούν περισσότερα από δέκα βήματα της μιας παλάμης για να καλύψουν την απόσταση που πριν καλυπτόταν από ένα βήμα του ενός μέτρου. Γράφει αυτόν το νέο αριθμό, ανοίγει το διαβήτη στους δύο πόντους και αρχίζει πάλι. Αυτό το νοητικό πείραμα με τους φανταστικούς διαβήτες είναι ένας τρόπος να προσδιοριστεί ποσοτικά το αποτέλεσμα της παρατήρησης ενός αντικειμένου από διαφορετικές αποστάσεις, σε διαφορετικές κλίμακες. Ένας παρατηρητής που προσπαθεί να υπολογίσει το μήκος της παραλίας της Αγγλίας από ένα δορυφόρο θα κάνει λιγότερους υπολογισμούς από έναν παρατηρητή που προσπαθεί να περπατήσει τους ορμίσκους και τις ακρογιαλιές, κι αυτός με τη σειρά του θα κάνει λιγότερους υπολογισμούς από ένα σαλιγκάρι που θα περάσει πάνω από κάθε πετραδάκι της παραλίας.

Η κοινή λογική λέει ότι, παρόλο που αυτοί οι υπολογισμοί θα γίνονται όλο και μακρύτεροι, θα τείνουν σε κάποια συγκεκριμένη τελική τιμή που θα είναι το πραγματικό μήκος της ακτής. Με άλλα λόγια, οι μετρήσεις θα συγκλίνουν. Και πράγματι, αν μια ακτή είχε κάποιο ευκλείδειο σχήμα, για παράδειγμα κυκλικό, με αυτή τη μέθοδο της πρόσθεσης όλο και μικρότερων γραμμικών αποστάσεων θα συγκλίναμε πραγματικά σε μια τιμή. Αλλά ο Μάντελμπροτ διαπίστωσε ότι, καθώς η κλίμακα μέτρησης γίνεται μικρότερη, το μήκος της ακτής που μετράμε αυξάνεται απεριόριστα, αφού οι κόλποι και οι χερσόνησοι περιλαμβάνουν ακόμα

μικρότερους κόλπους και χερσονήσους — τουλάχιστον μέχρι να φτάσουμε στην ατομική κλίμακα, όπου η διαδικασία οδηγείται σε ένα τέλος. Άν βέβαια υπάρχει τέλος.

ΕΠΕΙΔΗ ΟΙ ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΕΣ μετρήσεις — το μήκος, το ύψος, το πλάτος— δεν κατάφεραν να συλλάβουν την ουσία των μη κανονικών σχημάτων, ο Μάντελμπροτ στράφηκε σε μια διαφορετική ιδέα, την ιδέα των διαστάσεων. Η διάσταση είναι μια έννοια πολύ πιο πλούσια για τους επιστήμονες παρά για τους μη επιστήμονες. Ζούμε σε έναν κόσμο τριών διαστάσεων, πράγμα που σημαίνει ότι χρειαζόμαστε τρεις αριθμούς για να ορίσουμε ένα σημείο: για παράδειγμα, γεωγραφικό πλάτος, γεωγραφικό μήκος και ύψος. Οι τρεις διαστάσεις θεωρούνται διευθύνσεις που ανά δύο σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία. Αυτή είναι η κληρονομιά της ευκλείδειας γεωμετρίας, κατά την οποία ο χώρος έχει τρεις διαστάσεις, το επίπεδο δύο, η γραμμή μία και το σημείο καμία.

Η διαδικασία της αφαίρεσης που επέτρεψε στον Ευκλείδη να συλλάβει τα αντικείμενα της μιας ή των δύο διαστάσεων είναι διάχυτη στη χρήση των καθημερινών αντικειμένων. Ένας οδικός χάρτης είναι, από κάθε πρακτική άποψη, η πεμπτουσία του δισδιάστατου, ένα κομμάτι επιπέδου. Χρησιμοποιεί τις δύο διαστάσεις του για να μεταφέρει πληροφορίες ακριβώς δύο διαστάσεων. Στην πραγματικότητα βέβαια, οι δρόμοι έχουν τρεις διαστάσεις όπως καθετί άλλο, αλλά το πάχος τους είναι τόσο μικρό (και τόσο αδιάφορο από την άποψη της χρήσης τους) που μπορεί να αγνοηθεί. Ουσιαστικά, ένας τέτοιος χάρτης συνεχίζει να έχει δύο διαστάσεις ακόμα κι αν διπλωθεί. Με τον ίδιο τρόπο, ένα νήμα έχει ουσιαστικά μια διάσταση και ένα στοιχειώδες σωματίδιο δεν έχει καμία απολύτως διάσταση.

Πόσες διαστάσεις έχει τότε ένα κουβάρι σπάγκου; Σύμφωνα με την απάντηση του Μάντελμπροτ, αυτό εξαρτάται από ποια οπτική γωνία το κοιτάζουμε. Από μεγάλη απόσταση, το κουβάρι δεν είναι τίποτα περισσότερο από ένα σημείο— καμία διάσταση. Από πιο κοντά, το κουβάρι φαίνεται να γεμίζει ένα σφαιρικό χώρο και συνεπώς έχει τρεις διαστάσεις. Όταν το παρατηρούμε από ακόμα πιο κοντά, αρχίζει να διακρίνεται ο σπάγκος και συνεπώς το αντικείμενο έχει ουσιαστικά μία διάσταση, αν και η

μοναδική αυτή διάσταση είναι τυλιγμένη γύρω απ' τον εαυτό της με έναν τρόπο που χρησιμοποιεί χώρο τριών διαστάσεων. Η ιδέα του πόσοι αριθμοί χρειάζονται για να χαρακτηρίσουμε ένα σημείο παραμένει χρήσιμη. Από μακριά δε χρειάζεται κανένας — το μοναδικό πράγμα που υπάρχει είναι ένα σημείο. Από πιο κοντά, χρειάζονται τρεις αριθμοί. Από ακόμα πιο κοντά, ένας αριθμός είναι αρκετός — οποιαδήποτε θέση κατά μήκος του σπάγκου είναι μοναδική, είτε ο σπάγκος είναι τεντωμένος είτε τυλιγμένος σε κουβάρι.

Και από μικροσκοπική άποψη: ο σπάγκος αναλύεται σε στήλες τριών διαστάσεων, οι στήλες αναλύονται σε μονοδιάστατες ίνες, το στέρεο υλικό διαλύεται σε σημεία μηδενικής διάστασης. Ο Μάντελμπροτ έφτασε, με μη μαθηματικό τρόπο, στη σχετικότητα: «Η ιδέα ότι ένα αριθμητικό αποτέλεσμα πρέπει να εξαρτάται από τη σχέση που έχει το αντικείμενο με τον παρατηρητή βρίσκεται, στον αιώνα μας, μέσα στο πνεύμα της φυσικής και αποτελεί μια ερμηνεία της».

Αλλά, πέρα από τη φιλοσοφία, ο ουσιαστικός αριθμός των διαστάσεων ενός αντικειμένου αποδείχνεται πράγματι διαφορετικός από τις συνηθισμένες τρεις διαστάσεις. Μια αδυναμία, όπως φαίνεται, στη διατύπωση του Μάντελμπροτ γι' αυτή την ιδέα ήταν ότι στηριζόταν σε ασαφείς έννοιες, όπως: «από μακριά» και «λίγο πιο κοντά». Τι γίνεται σε μια ενδιάμεση απόσταση; Σίγουρα δεν υπήρχε σαφές όριο στο οποίο ένα κουβάρι σπάγκου να μεταβαίνει από αντικείμενο τριών διαστάσεων σε αντικείμενο μιας διάστασης. Αλλά η ασαφώς προσδιορισμένη φύση αυτών των μεταβάσεων όχι μόνο δεν ήταν αδυναμία, μα οδήγησε κιόλας σε μια νέα ιδέα σχετικά με το πρόβλημα των διαστάσεων.

Ο Μάντελμπροτ προχώρησε πέρα από τις διαστάσεις 0,1,2,3,... σε κάτι φαινομενικά αδύνατο: στις κλασματικές διαστάσεις. Η ιδέα αυτή είναι μια διανοητική ακροβασία. Από τους μη μαθηματικούς απαιτεί να δείξουν ευρύτητα πνεύματος. Και τέλος αποδείχνεται εξαιρετικά σημαντική.

Οι ιδιότητες που συνήθως δεν έχουν σαφή ορισμό (ο βαθμός ανωμαλίας ή ακαταστασίας ή μη κανονικότητας ενός αντικειμένου) μπορούν να μετρηθούν με τις κλασματικές διαστάσεις. Μια δαντελωτή ακτή, για παράδειγμα, ενώ δεν μπορεί να μετρηθεί με όρους *μήκους,* έχει ωστόσο έναν ορισμένο χαρακτηριστικό βαθ-

μό ανωμαλίας. Ο Μάντελμπροτ προσδιόρισε τρόπους υπολογισμού της κλασματικής διάστασης πραγματικών αντικειμένων, ξεκινώντας από μια μέθοδο κατασκευής ενός σχήματος ή από ορισμένα άλλα δεδομένα· επέτρεψε στη γεωμετρία του να διατυπώσει μια πρόταση σχετικά με τις ακανόνιστες επαναλαμβανόμενες μορφές της φύσης, που είχε μελετήσει. Η πρόταση ήταν ότι ο βαθμός ανωμαλίας παραμένει σταθερός στις διαφορετικές κλίμακες. Η πρόταση αυτή αποδείχνεται αληθινή όσο εκπληκτικό κι αν φαίνεται. Ο κόσμος εμφανίζει συνεχώς μια κανονική μη κανονικότητα.

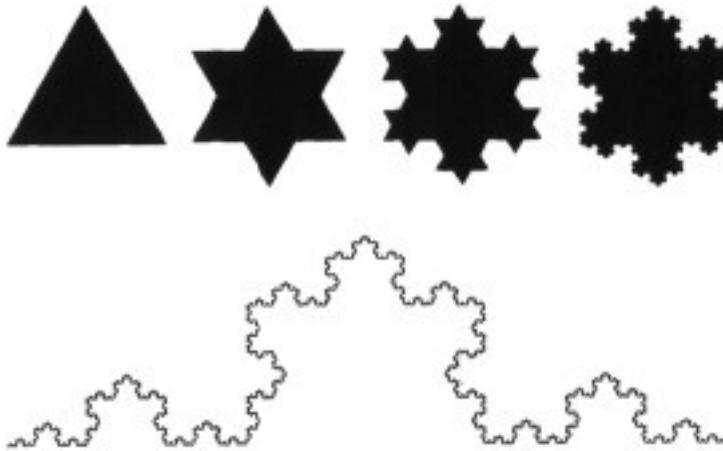
Ένα χειμωνιάτικο απόγευμα του 1975, ο Μάντελμπροτ, καθώς ετοίμαζε για έκδοση σε μορφή βιβλίου την πρώτη μεγάλη εργασία του, κατέληξε στη γνώμη ότι χρειαζόταν ένα όνομα για τα σχήματα, τις διαστάσεις και τη γεωμετρία του. Ο γιος του είχε γυρίσει από το σχολείο και ο Μάντελμπροτ πήρε κάποια στιγμή να ξεφυλλίσει το λατινικό λεξικό του παιδιού. Εκεί συνάντησε το επίθετο *fractus,* από το ρήμα *frangere:* σπάζω. Η ακουστική ομοιότητα με τις ομόρριζες αγγλικές λέξεις *fracture* και *fraction* (σπάω και τεμάχιο/κλάσμα) φαινόταν κατάλληλη. Ο Μάντελμπροτ επινόησε τη λέξη *fractal,* που είναι ουσιαστικό και επίθετο στην αγγλική και τη γαλλική γλώσσα.

ΜΕ ΤΟΥ ΜΥΑΛΟΥ το μάτι, το φράκταλ είναι ένας τρόπος να βλέπουμε το άπειρο.

Φανταστείτε ένα ισόπλευρο τρίγωνο, με πλευρές μήκους τριάντα εκατοστών. Φανταστείτε τώρα έναν ορισμένο μετασχηματισμό, ένα συγκεκριμένο, καλά ορισμένο και εύκολα επαναλαμβανόμενο σύνολο κανόνων. Στο μεσαίο τρίτο κάθε πλευράς, και εξωτερικά του αρχικού τριγώνου, σχηματίστε από ένα νέο ισόπλευρο τρίγωνο. Αυτά θα είναι όμοια με το αρχικό, αλλά οι πλευρές τους θα έχουν μήκος το ένα τρίτο του μήκους της πλευράς του αρχικού.

Το αποτέλεσμα είναι ένα αστέρι του Δαβίδ. Αντί για τρία τμήματα των τριάντα εκατοστών, το περίγραμμα αυτού του σχήματος είναι τώρα δώδεκα τμήματα των δέκα εκατοστών. Αντί για τρεις κορυφές, τώρα υπάρχουν έξι.

Στη συνέχεια, σε καθεμιά από τις δώδεκα πλευρές επαναλάβετε τον ίδιο μετασχηματισμό, προσαρμόζοντας ένα μικρότερο



Η ΝΙΦΑΔΑ ΚΟΧ. «Ένα χονδροειδές αλλά ικανοποιητικό μοντέλο μιας ακτής», σύμφωνα με τα ίδια τα λόγια του Μάντελμπροτ. Για να κατασκευάσουμε μια καμπύλη Κοχ, ξεκινάμε από ένα τρίγωνο με πλευρές μήκους 1. Στη μέση κάθε πλευράς, φτιάχνουμε ένα νέο τρίγωνο μεγέθους ίσου με το ένα τρίτο κ.ο.κ. Το μήκος της οριακής γραμμής είναι 3x4/3x4/3x4/3 ... — άπειρο. Το εμβαδόν παραμένει μικρότερο από το εμβαδόν του κύκλου που είναι περιγεγραμμένος γύρω από το αρχικό τρίγωνο. Συνεπώς, μια άπειρη σε μήκος γραμμή περιβάλλει ένα πεπερασμένο εμβαδόν.

τρίγωνο σε κάθε μεσαίο ένα τρίτο. Και πάλι το ίδιο, μέχρι το άπειρο. Το περίγραμμα γίνεται όλο και πιο λεπτομερές, ακριβώς όπως το σύνολο Κάντορ γίνεται όλο και πιο διάσπαρτο. Μοιάζει με κάποιο είδος ιδανικής νιφάδας χιονιού. Το σχήμα αυτό είναι γνωστό ως καμπύλη Κοχ, από το όνομα του Χέλγκε Φον Κοχ (Helge Von Koch), του σουηδού μαθηματικού που το περιέγραψε πρώτος το 1904.

Μετά από λίγη σκέψη γίνεται φανερό ότι η καμπύλη Κοχ έχει μερικά ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά. Είναι ένας συνεχής βρόχος που δεν τέμνει ποτέ τον εαυτό του, αφού τα νέα τρίγωνα σε κάθε πλευρά είναι πάντα αρκετά μικρά ώστε να μην τέμνονται

μεταξύ τους. Κάθε μετασχηματισμός προσθέτει ένα μικρό εμβαδόν στο εσωτερικό της καμπύλης, αλλά το ολικό εμβαδόν παραμένει πεπερασμένο, στην πραγματικότητα όχι πολύ μεγαλύτερο από του αρχικού τριγώνου. Αν σχεδιάσετε έναν κύκλο γύρω από το αρχικό τρίγωνο, η καμπύλη Κοχ δε θα ξεφύγει ποτέ έξω απ' αυτόν.

Ακόμα, η καμπύλη έχει άπειρο μήκος, όπως μια ευκλείδεια γραμμή που εκτείνεται μέχρι τα άκρα ενός χωρίς όρια σύμπαντος. Όπως ακριβώς ο πρώτος μετασχηματισμός αντικαθιστά ένα τμήμα μήκους 30 εκατοστών με τέσσερα τμήματα μήκους δέκα εκατοστών, έτσι και κάθε μετασχηματισμός πολλαπλασιάζει το ολικό μήκος επί τέσσερα τρίτα. Αυτό το παράδοξο αποτέλεσμα, να υπάρχει άπειρο μήκος σε έναν πεπερασμένο χώρο, αναστάτωσε πολλούς μαθηματικούς που το συνέλαβαν στην αρχή κιόλας του αιώνα μας. Η καμπύλη Κοχ ήταν τερατώδης, αντίθετη με κάθε κοινή αντίληψη σχετικά με τα σχήματα και— κάτι που ήταν φως φανάρι— παθολογικά ανόμοια με καθετί που υπήρχε στη φύση.

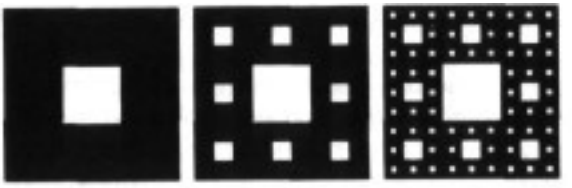
Στις συνθήκες της εποχής, η εργασία των μαθηματικών αυτών άσκησε μικρή επιρροή, αλλά μερικοί εξίσου ιδιόμορφοι μαθηματικοί συνέλαβαν κι άλλα σχήματα με μερικές από τις περίεργες ιδιότητες της καμπύλης Κοχ: Ήταν, για παράδειγμα, οι καμπύλες του Πεάνο (Peano). Υπήρχαν τα χαλιά Σιερπίνσκι (Sierpinski) και τα κόσκινα Σιερπίνσκι. Για να φτιάξουμε ένα χαλί, ξεκινάμε από ένα τετράγωνο, το διαιρούμε σε εννέα ίσα τετράγωνα και αφαιρούμε το μεσαίο. Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε το ίδιο με τα άλλα οχτώ τετράγωνα, δημιουργώντας μια τετράγωνη τρύπα στη μέση καθενός. Το κόσκινο δημιουργείται με τον ίδιο τρόπο, αλλά με ισόπλευρα τρίγωνα αντί για τετράγωνα. Το σχήμα αυτό έχει τη δύσληπτη ιδιότητα ότι κάθε σημείο του είναι ένα σημείο διακλάδωσης, μια διχάλα μέσα στη δομή. Είναι δύσκολο να το φανταστούμε, ως τη στιγμή που θα φέρουμε στο νου μας τον πύργο του Άιφφελ: μια καλή προσέγγιση τριών διαστάσεων, με τις δοκούς και τα υποστηρίγματα του που διακλαδώνονται σχηματίζοντας ένα δικτυωτό πλέγμα με μέρη που γίνονται όλο και πιο λεπτά, ένα δίκτυο με θαυμάσιες λεπτομέρειες. Ο Άιφφελ ασφαλώς δεν μπορούσε να επεκτείνει το σχήμα μέχρι το άπειρο, αλλά κατάλαβε το ουσιαστικό ζήτημα μηχανι-

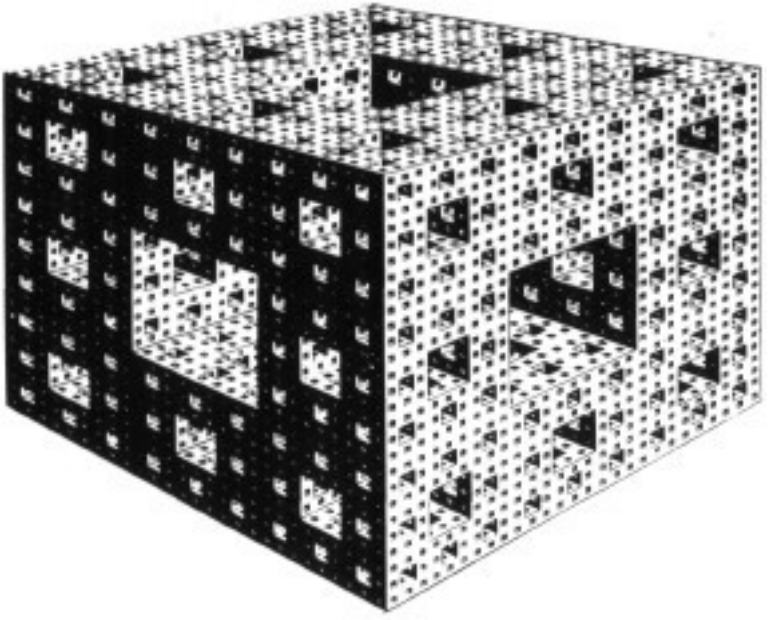
κής που του επέτρεπε να αφαιρεί βάρος χωρίς να αφαιρεί και δομική ισχύ.

Το μυαλό δεν μπορεί να συλλάβει στο σύνολο της την άπειρη επανάληψη της πολυπλοκότητας μέσα στον εαυτό της. Αλλά για κάποιον που σκέφτεται τη μορφή με τον τρόπο του γεωμέτρη, αυτό το είδος επανάληψης της δομής σε όλο και πιο μικρές κλίμακες μπορεί να του αποκαλύψει έναν ολόκληρο κόσμο. Ο Μάντελμπροτ περιεργαζόταν αυτά τα σχήματα, χάιδευε νοητά με τα δάχτυλα του τα ελαστικά άκρα των δυνατών μορφών τους, ήταν γι' αυτόν ένα παιχνίδι, και ένιωθε μια παιδιάστικη χαρά όταν έβλεπε παραλλαγές που κανένας δεν είχε δει και δεν είχε καταλάβει ως τότε. Όταν αυτά τα σχήματα δεν είχαν όνομα, αυτός τους έδινε: τα είπε σκοινιά και σεντόνια, σφουγγάρια και αφρούς, τυροπήγματα και κόσκινα.

Η κλασματική διάσταση αποδείχτηκε ακριβώς το σωστό μέτρο. Με μια έννοια, ήταν ο βαθμός μη κανονικότητας που αντιστοιχούσε στη δυνατότητα ενός αντικειμένου να καταλαμβάνει χώρο. Μια απλή ευκλείδεια και μονοδιάστατη γραμμή δεν καταλαμβάνει καθόλου χώρο. Αλλά το σχεδιάγραμμα της καμπύλης Κοχ, με το άπειρο μήκος της που συνωστίζεται σε μια πεπερασμένη επιφάνεια, καταλαμβάνει χώρο. Είναι κάτι περισσότερο από γραμμή αλλά και κάτι λιγότερο από επίπεδο. Έχει κάτι περισσότερο από μία διάσταση και κάτι λιγότερο από δύο διαστάσεις. Χρησιμοποιώντας τεχνικές που προέρχονταν από μαθηματικούς των αρχών του αιώνα οι οποίες στη συνέχεια είχαν ξεχαστεί, ο Μάντελμπροτ μπόρεσε να προσδιορίσει με ακρίβεια την κλασματική διάσταση. Για την καμπύλη Κοχ, ο απεριόριστα επαναλαμβανόμενος πολλαπλασιασμός επί τέσσερα τρίτα δίνει μια διάσταση 1,2618.

Προχωρώντας σ' αυτή την κατεύθυνση, ο Μάντελμπροτ είχε δύο μεγάλα πλεονεκτήματα σε σχέση με τους λίγους άλλους μαθηματικούς που είχαν μελετήσει τέτοια σχήματα. Το ένα πλεονέκτημα ήταν η πρόσβαση του στους υπολογιστές της IBM· τα προβλήματα του ήταν ιδανικά γι' αυτά τα άνοα όντα με την τεράστια ταχύτητα υπολογισμών. Όπως οι μετεωρολόγοι έπρεπε να επαναλαμβάνουν τους ίδιους λίγους υπολογισμούς σε εκατομμύρια γειτονικά σημεία της ατμόσφαιρας, έτσι κι ο Μάντελμπροτ έπρεπε να κάνει έναν εύκολα προγραμματιζόμενο μετασχηματι-





ΚΑΤΑΣΚΕΥΈΣ ΜΕ ΤΡΥΠΈΣ. Μερικοί μαθηματικοί των αρχών του 20ού αιώνα συνέλαβαν τερατόμορφα αντικείμενα που κατασκευάζονταν με την τεχνική της πρόσθεσης και της αφαίρεσης άπειρων στο πλήθος τμημάτων. Ένα τέτοιο σχήμα είναι το χαλί του Σιερπίνσκι, που φτιάχτηκε κόβοντας το κεντρικό ένα ένατο ενός τετραγώνου, μετά κόβοντας τα κεντρικά τμήματα των οχτώ μικρότερων τετραγώνων που έμειναν κ.ο.κ. Το τρισδιάστατο ανάλογο είναι το σφουγγάρι του Μένγκερ (Menger), ένα φαινομενικά στέρεο πλέγμα που έχει άπειρη επιφάνεια αλλά μηδενικό όγκο.

σμό πάλι και πάλι και πάλι. Σ' αυτό το σημείο η εφευρετικότητα μπορούσε να επινοήσει μετασχηματισμούς. Οι υπολογιστές τους μετέτρεπαν σε σχέδια — μερικές φορές με απρόσμενα αποτελέσματα. Οι μαθηματικοί των αρχών του αιώνα γρήγορα προσέκρουσαν στο εμπόδιο των δύσκολων υπολογισμών, το ίδιο εμπόδιο που βρήκαν μπροστά τους και οι πρώτοι βιολόγοι που δεν είχαν μικροσκόπια. Κοιτάζοντας μέσα σ' έναν κόσμο όλο και πιο μικρών λεπτομερειών, η φαντασία δεν μπορεί να προχωρήσει πέρα από ένα ορισμένο όριο.

Με τα λόγια του ίδιου του Μάντελμπροτ, «υπήρχε μια μεγάλη περίοδος, κοντά εκατό χρόνια, που αυτά τα σχήματα δεν έπαιζαν κανένα ρόλο στα μαθηματικά, γιατί το χέρι, το μολύβι και ο κανόνας είχαν εξαντλήσει τις ικανότητες τους. Τα σχήματα είχαν κατανοηθεί και αξιοποιηθεί στο έπακρο και πέρασαν στο περιθώριο της επιστήμης. Και βέβαια δεν υπήρχε ο υπολογιστής

»Όταν μπήκα σ' αυτό το παιχνίδι, η διαίσθηση έλειπε εντελώς. Έπρεπε να την αναπτύξω από το τίποτα. Η διαίσθηση όπως καλλιεργούνταν από τα γνωστά εργαλεία— το χέρι, το μολύβι και τον κανόνα— έβρισκε αυτά τα σχήματα εντελώς τερατώδη και νοσηρά. Η παλιά διαίσθηση παραπλανούσε. Τα πρώτα σχήματα αποτέλεσαν για μένα μεγάλη έκπληξη. Μετά θα αναγνώριζα μερικά σχήματα από προηγούμενα σχήματα κ.ο.κ.

»Η διαίσθηση δεν είναι κάτι δεδομένο. Εγώ άσκησα τη δική μου να δέχεται ως προφανή σχήματα που στην αρχή είχαν απορριφθεί ως παράλογα, και νομίζω πως καθένας μπορεί να κάνει το ίδιο».

Το άλλο πλεονέκτημα του Μάντελμπροτ ήταν η εικόνα της πραγματικότητας που είχε αρχίσει να διαμορφώνει μέσα από την απασχόληση του με τις τιμές του μπαμπακιού, με το θόρυβο κατά την ηλεκτρονική μεταφορά πληροφοριών και με τις πλημμύρες των ποταμών. Η εικόνα αυτή άρχιζε τώρα να γίνεται ευδιάκριτη. Οι μελέτες του σχετικά με τις ακανόνιστες μορφές των φυσικών διαδικασιών και η εξερεύνηση των απεριόριστα πολύπλοκων σχημάτων βασίζονταν σε μια κοινή έννοια: στη σταθερότητα κλίμακας, στην ιδιότητα της *αυτο-ομοιότητας* (self-similarity). Πάνω,από όλα, φράκταλ σήμαινε κάτι όμοιο με τον εαυτό του.

Η αυτο-ομοιότητα είναι συμμετρία που συναντάμε σε όλες τις κλίμακες. Σημαίνει αναδρομή, μορφή μέσα στη μορφή. Τα διαγράμματα του Μάντελμπροτ για τις αξίες και τα ποτάμια εμφάνιζαν μια ομοιότητα με τον εαυτό τους, όχι μόνο γιατί εμφάνιζαν λεπτομέρειες σε κλίμακες όλο και μικρότερες, αλλά και γιατί τις εμφάνιζαν με σταθερό λόγο. Τερατώδη σχήματα σαν την καμπύλη Κοχ εμφανίζουν ομοιότητα με τον εαυτό τους γιατί φαίνονται ακριβώς ίδια, ακόμα και σε μεγάλη μεγέθυνση. Η αυτο-ομοιότητα βρίσκεται μέσα στην τεχνική της κατασκευής των καμπυλών — ο ίδιος μετασχηματισμός επαναλαμβάνεται σε όλο και μικρότερες κλίμακες. Η αυτο-ομοιότητα είναι μια ιδιότητα που αναγνωρίζεται εύκολα. Παραδείγματα βρίσκουμε παντού: στα άπειρα είδωλα ενός προσώπου που στέκεται ανάμεσα σε δύο καθρέφτες, στην ιδέα του γελοιογραφικού σκίτσου ενός ψαριού που τρώει ένα μικρότερο ψάρι, το οποίο τρώει ένα μικρότερο ψάρι, το οποίο τρώει ένα μικρότερο ψάρι. Του Μάντελμπροτ του αρέσει να παραθέτει Τζόναθαν Σουίφτ: «Έτσι, παρατηρούν οι φυσιοδίφες, ένας Ψύλλος/ Έχει πάνω του μικρότερους Ψύλλους που τον καταβροχθίζουν/Και αυτοί έχουν μικρότερους Ψύλλους που τους τρώνε/Και έτσι μέχρι το άπειρο».

ΣΤΙΣ ΒΟΡΕΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΕΣ Πολιτείες της Αμερικής, το καλύτερο μέρος για τη μελέτη των σεισμών είναι το Γεωφυσικό Παρατηρητήριο Λάμοντ-Ντόχερτι, ένα συγκρότημα αντιπαθητικών κτιρίων κρυμμένων στο δάσος, στα νότια της Πολιτείας της Νέας Υόρκης, ακριβώς δυτικά από τον ποταμό Χάντσον. Εκεί, ο Κρίστοφερ Σολτς (Christofer Scholz), ένας καθηγητής του Πανεπιστημίου της Κολούμπια ειδικευμένος στη μορφή και τη δομή του στερεού φλοιού της Γης, άρχισε να σκέφτεται τα φράκταλ.

Ενώ οι μαθηματικοί και οι θεωρητικοί φυσικοί αδιαφορούσαν για την εργασία του Μάντελμπροτ, ο Σολτς ήταν ακριβώς το είδος του πραγματιστή επιστήμονα που ήταν έτοιμος να χρησιμοποιήσει τα εργαλεία της φράκταλ γεωμετρίας. Είχε συναντήσει το όνομα του Μπενουά Μάντελμπροτ στη δεκαετία του 1960, όταν εκείνος ασχολούνταν με τα οικονομικά κι αυτός ήταν πτυχιακός φοιτητής του MIT κι αφιέρωνε πολύ από το χρόνο του σε ένα επίμονο ερώτημα σχετικά με τους σεισμούς. Ήταν ήδη γνωστό από μια εικοσαετία πριν ότι η κατανομή των μεγάλων και

των μικρών σεισμών εμφάνιζε μια συγκεκριμένη μαθηματική μορφή, ακριβώς την ίδια σταθερότητα κλίμακας που φαινόταν να ισχύει στην κατανομή των προσωπικών εσόδων σε μια οικονομία ελεύθερης αγοράς. Αυτή η κατανομή είχε παρατηρηθεί παντού στη Γη, όπου γίνονταν μετρήσεις του πλήθους και του μεγέθους των σεισμών. Γνωρίζοντας πόσο άτακτοι και απρόβλεπτοι ήταν κατά τα άλλα οι σεισμοί, άξιζε να διερευνήσει κανείς τι είδους φυσικές διαδικασίες μπορούσαν να εξηγήσουν αυτή την κανονικότητα. Αυτή τη γνώμη είχε τουλάχιστον ο Σολτς. Οι περισσότεροι σεισμολόγοι αρκέστηκαν να σημειώσουν το γεγονός και να προχωρήσουν.

Ο Σολτς θυμήθηκε το όνομα του Μάντελμπροτ, και το 1978 αγόρασε ένα βιβλίο πλούσια εικονογραφημένο, με περίεργο τρόπο λόγιο, και γεμάτο από εξισώσεις, που ονομαζόταν *Fractals: Form, Chance and Dimension* (Φράκταλ: Μορφή, Τύχη και Διάσταση). Ήταν σαν ο Μάντελμπροτ να είχε συγκεντρώσει σε έναν τόμο χωρίς θεματική συνοχή ό,τι ήξερε ή υποψιαζόταν σχετικά με το σύμπαν. Μέσα σε λίγα χρόνια, αυτό το βιβλίο αλλά και ο πιο εκτεταμένος και επεξεργασμένος τόμος που το αντικατέστησε, το *The Fractal Geometry of Nature* (Η Φράκταλ Γεωμετρία της Φύσης), είχε πουλήσει περισσότερα αντίτυπα από κάθε άλλο βιβλίο μαθηματικών υψηλού επιπέδου. Το στυλ του ήταν σκοτεινό και ερεθιστικό, άλλοτε πνευματώδες, άλλοτε λογοτεχνικό και άλλοτε αδιαφανές. Ο ίδιος ο Μάντελμπροτ το ονόμαζε «μανιφέστο και συλλογή».

Όπως λίγοι επιστήμονες σε ελάχιστα άλλα πεδία, ο Σολτς σπατάλησε αρκετά χρόνια προσπαθώντας να αξιοποιήσει αυτό το βιβλίο. Δεν ήταν καθόλου εύκολο. Τα *Φράκταλ,* όπως έλεγε και ο ίδιος, δεν ήταν «ένα βιβλίο με οδηγίες χρήσεως, αλλά ένα βιβλίο γεμάτο εκπλήξεις». Ωστόσο αυτός ενδιαφερόταν πολύ για επιφάνειες και οι επιφάνειες υπήρχαν παντού σ' εκείνο το βιβλίο. Διαπίστωσε ότι δεν μπορούσε να σταματήσει να σκέφτεται όσα υπόσχονταν οι ιδέες του Μάντελμπροτ. Άρχισε να επεξεργάζεται έναν τρόπο χρησιμοποίησης των φράκταλ για την περιγραφή, την ταξινόμηση και τη μέτρηση των συστατικών του δικού του επιστημονικού κλάδου.

Γρήγορα συνειδητοποίησε πως δεν ήταν ο μόνος, αν και θα περνούσαν πολλά χρόνια πριν αρχίσουν να πληθαίνουν τα συνέ-

δρια και τα σεμινάρια για τα φράκταλ. Οι ενοποιητικές ιδέες της φράκταλ γεωμετρίας έφεραν κοντά επιστήμονες που θεωρούσαν ότι οι δικές τους παρατηρήσεις αφορούσαν μόνο τον κλάδο τους και δεν είχαν συστηματικό τρόπο να τις κατανοήσουν. Η βαθύτερη κατανόηση που πρόσφερε η φράκταλ γεωμετρία βοηθούσε τους επιστήμονες που μελετούσαν με ποιον τρόπο τα πράγματα συγχωνεύονται, στρέφονται σε διαφορετικές κατευθύνσεις ή διασκορπίζονται. Είναι μια μέθοδος για να παρατηρούνται καλύτερα τα υλικά — οι μικροσκοπικά ανώμαλες επιφάνειες των μετάλλων, οι πολύ μικρές τρύπες και οι μικροσκοπικοί αγωγοί που υπάρχουν στα πορώδη πετρελαιοφόρα πετρώματα, τα τοπία μετά το σεισμό.

Ο Σολτς θεωρούσε ότι ήταν δουλειά των γεωφυσικών να περιγράφουν την επιφάνεια της γης, που η τομή της με τους ωκεανούς δημιουργεί τις ακτές. Στο πάνω μέρος του στερεού φλοιού της Γης υπάρχουν άλλου είδους επιφάνειες, οι επιφάνειες των ρηγμάτων. Οι ανωμαλίες κυριαρχούν τόσο στη δομή της επιφάνειας της γης— αποτελούν το κλειδί για τη σωστή περιγραφή της —ώστε είναι σημαντικότερες από το υλικό που αποτελούνται. Τα ρήγματα διαπερνούν σταυρωτά την επιφάνεια της γης και δημιουργούν ένα δίκτυο τριών διαστάσεων, που ο Σολτς εκκεντρικά ονόμαζε «σχιζόσφαιρα» (schizosphere). Αυτά ελέγχουν τη ροή των ρευστών μέσα από το έδαφος — τη ροή του νερού, τη ροή των πετρελαίων και τη ροή του φυσικού αερίου. Αυτά ελέγχουν τη σεισμική συμπεριφορά. Η κατανόηση των επιφανειών είχε μεγάλη σημασία, αλλά ο Σολτς πίστευε ότι ο επιστημονικός του κλάδος βρισκόταν σε αδιέξοδο. Πράγματι, δεν υπήρχε κανένα κατάλληλο νοητικό πλαίσιο.

Οι γεωφυσικοί αντιμετώπιζαν τις επιφάνειες όπως ο καθένας, σαν σχήματα. Μια επιφάνεια μπορεί να είναι επίπεδη ή μπορεί να έχει ένα συγκεκριμένο σχήμα. Μπορείτε, για παράδειγμα, να βλέπετε το περίγραμμα του σκαθαριού της Φολκσβάγκεν και να σχεδιάζετε αυτή την επιφάνεια ως καμπύλη. Η καμπύλη μπορεί να μετρηθεί με τους γνωστούς ευκλείδειους τρόπους. Μπορείτε να βρείτε μάλιστα και μια κατάλληλη εξίσωση. Αλλά, σύμφωνα με την περιγραφή του Σολτς, θα βλέπατε έτσι την επιφάνεια αυτή μόνο μέσα από μια στενή φασματική λουρίδα. Θα ήταν σαν να κοιτάζατε το σύμπαν μέσα από ένα κόκκινο φίλτρο — βλέπε-

τε τι συμβαίνει σ' αυτό το συγκεκριμένο μήκος κύματος του φωτός, αλλά χάνετε ό,τι συμβαίνει στα μήκη κύματος άλλων χρωμάτων, για να μην αναφέρουμε το τεράστιο εύρος δραστηριοτήτων σε μέρη του φάσματος που αντιστοιχούν στην υπέρυθρη ακτινοβολία ή στα ραδιοκύματα. Το φάσμα, μ' αυτή την αναλογία, αντιστοιχεί στην κλίμακα. Το να αντιμετωπίζουμε την επιφάνεια ενός Φολκσβάγκεν μόνο σαν ευκλείδειο σχήμα είναι σαν να το βλέπουμε στην κλίμακα ενός παρατηρητή που βρίσκεται δέκα ή εκατό μέτρα μακριά. Τι γίνεται με έναν παρατηρητή που βρίσκεται ένα χιλιόμετρο ή εκατό χιλιόμετρα μακριά; Και τι γίνεται με έναν παρατηρητή ένα χιλιοστόμετρο ή ένα μικρόμετρο μακριά;

Φανταστείτε ότι σχεδιάζετε την επιφάνεια της γης όπως θα φαινόταν από απόσταση εκατό χιλομέτρων. Η μύτη του μολυβιού ανεβοκατεβαίνει σχεδιάζοντας δέντρα και λόφους, κτίρια, αλλά και ένα Φολκσβάγκεν. Σ' αυτή την κλίμακα, η επιφάνεια του είναι μια ανωμαλία ανάμεσα σε πολλές άλλες ανωμαλίες, κάτι τυχαίο.

Ή φανταστείτε ότι παρατηρούμε το Φολκσβάγκεν από όλο και πιο κοντά, εστιάζοντας πάνω του με μεγεθυντικούς φακούς και μικροσκόπια. Αρχικά, καθώς δεν διακρίνονται οι προφυλακτήρες και ο ουρανός του, η επιφάνεια φαίνεται σχεδόν ομαλή. Αλλά μετά, η μικροσκοπική επιφάνεια και του ίδιου του ατσαλιού φαίνεται να έχει εξογκώματα, με έναν τρόπο φανερά τυχαίο. Το σχήμα φαίνεται χαοτικό.

Ο Σολτς διαπίστωσε ότι η φράκταλ γεωμετρία πρόσφερε έναν πολύ καλό τρόπο για να περιγραφούν οι συγκεκριμένες ανωμαλίες της επιφάνειας της γης, και οι μεταλλουργοί διαπίστωσαν το ίδιο για τις επιφάνειες του ατσαλιού. Η φράκταλ διάσταση της επιφάνειας ενός μετάλλου, για παράδειγμα, προσφέρει συχνά πληροφορίες σχετικά με την αντοχή του μετάλλου. Και η φράκταλ διάσταση της επιφάνειας της γης προσφέρει επίσης κλειδιά κατανόησης των σημαντικών της ιδιοτήτων. Ο Σολτς μελέτησε μια κλασική γεωλογική μορφή, μια πετρώδη κατωφέρεια σε βουνοπλαγιά. Από κάποια απόσταση, φαίνεται σαν ευκλείδειο σχήμα με δύο διαστάσεις. Καθώς όμως ο γεωλόγος πλησιάζει πιο κοντά, βρίσκεται να περπατά όχι τόσο πάνω της αλλά μέσα ᵀᵀΙζ — ^ πετρώδης επιφάνεια έχει αναλυθεί σε στρογγυλεμένους βράχους μεγέθους αυτοκινήτου. Η πραγματική της διάσταση έ-

χει γίνει περίπου 2,7 γιατί οι βράχοι έχουν εσοχές και εξογκώματα, όπως η επιφάνεια ενός σφουγγαριού.

Οι φράκταλ περιγραφές βρήκαν άμεση εφαρμογή σε μια σειρά προβλήματα σχετικά με τις ιδιότητες επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους. Ένα τέτοιο πρόβλημα είναι η επαφή ανάμεσα στα λάστιχα των τροχών και την άσφαλτο' ένα άλλο η επαφή στις κλειδώσεις μιας μηχανής ή στις ηλεκτρικές επαφές. Οι ιδιότητες αυτών των επαφών είναι ανεξάρτητες από τα υλικά τους και εξαρτώνται από τη φράκταλ ιδιότητα των ανωμαλιών που βρίσκονται σε επαφή. Μια απλή αλλά σημαντική συνέπεια της φράκταλ γεωμετρίας είναι ότι οι επιφάνειες που βρίσκονται σε επαφή δεν εφάπτονται παντού· η ανωμαλία που υπάρχει σε όλες τις κλίμακες εμποδίζει κάτι τέτοιο. Ακόμα και σε βράχους που στο εσωτερικό τους ασκούνται τεράστιες πιέσεις, υπάρχουν κενά που επιτρέπουν τη ροή ρευστών. Για τον Σολτς, αυτό είναι το φαινόμενο Χάμπτυ Ντάμπτυ* (Humpty-Dumpty effect). Γι' αυτό δύο κομμάτια από ένα σπασμένο φλιτζάνι δεν μπορούν ποτέ να ξαναενωθούν, μόλο που σε κάποια μεγάλη κλίμακα δείχνουν να εφαρμόζουν μεταξύ τους. Σε μια μικρότερη κλίμακα, οι ανωμαλίες τους δεν καταφέρνουν να συμπέσουν.

Ο Σολτς έγινε γνωστός στον κλάδο του ως ένας από τους λίγους που χρησιμοποίησαν φράκταλ τεχνικές. Ήξερε ότι μερικοί συνάδελφοι του θεωρούσαν αυτούς τους λίγους ιδιόρρυθμους. Ένιωθε πως, αν χρησιμοποιούσε τη λέξη φράκταλ στον τίτλο ενός άρθρου, θα θεωρούνταν είτε υπερβολικά σύγχρονος, είτε ότι απλώς ακολουθούσε τη μόδα— κάτι όχι και τόσο τιμητικό. Ακόμα και το γράψιμο άρθρων εξωθούσε σε δύσκολες αποφάσεις: να γράφει για μια μικρή ομάδα αναγνωστών που υποστήριζαν τα φράκταλ ή για ένα ευρύτερο κοινό γεωφυσικών που θα ήθελαν κάποιες επεξηγήσεις πάνω στις βασικές έννοιες; Ο Σολτς θεωρούσε τα εργαλεία της φράκταλ γεωμετρίας απαραίτητα.

«Είναι ένα μοναδικό μοντέλο που μας επιτρέπει να ασχολού-

* Σε μάντρα πάνω κάθισε ο Χάμπτυ Ντάμπτυ, λέει: Μεγάλη τούμπα έφαγε ο Χάμπτυ Ντάμπτυ, κλαίει. Τ' άλογα φέρνει ο Βασιλιάς, φωνάζει κάθε του άντρα, τον Χάμπτυ Ντάμπτυ δεν μπορούν να βάλουνε πάνω στη μάντρα.

Από το βιβλίο *Μες στον καθρέπτη και τι βρήκε η Αλίκη εκεί* του Λιούις Κάρολ, μετάφρ. Σωτήρη Κακίση, εκδ. Ύψιλον. (Σ.τ.μ.).

μαστέ με το ζήτημα των μεταβαλλόμενων διαστάσεων της γης» έλεγε. «Σας δίνει μαθηματικά και γεωμετρικά εργαλεία για να κάνετε περιγραφές και προβλέψεις. Από τη στιγμή που θα ξεπεράσετε τον σκόπελο και θα καταλάβετε το Παράδειγμα, μπορείτε πραγματικά ν' αρχίσετε να μετράτε τα φαινόμενα και να τα σκέφτεστε με ένα νέο τρόπο. Βλέπετε τα πράγματα διαφορετικά. Αποκτάτε μια νέα οπτική, που δε μοιάζει καθόλου με την παλιά —είναι πολύ ευρύτερη.»

ΠΟΣΟ ΜΕΓΑΛΟ είναι; Πόσο διαρκεί; Αυτά είναι τα βασικότερα ερωτήματα που μπορεί να διατυπώσει ένας επιστήμονας σχετικά με κάποιο πράγμα. Είναι μάλιστα τόσο βασικά στον τρόπο με τον οποίο οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται τον κόσμο, ώστε δεν είναι εύκολο να καταλάβουμε ότι συνεπάγονται μια ορισμένη προκατάληψη. Τα ερωτήματα αυτά υπονοούν ότι το μέγεθος και η διάρκεια, ιδιότητες που εξαρτώνται από την κλίμακα, είναι ιδιότητες με νόημα, ιδιότητες που μπορούν να βοηθήσουν στην περιγραφή ή στην ταξινόμηση ενός αντικειμένου. Όταν ένας βιολόγος περιγράφει ένα ανθρώπινο ον ή ένας φυσικός περιγράφει ένα κουάρκ, τα ερωτήματα *πόσο μεγάλο είναι* και *πόσο διαρκεί* είναι πράγματι θεμιτά. Τα ζώα, ως προς τη φυσική σωματική τους δομή, είναι πολύ στενά συνδεδεμένα με μια συγκεκριμένη κλίμακα. Φανταστείτε έναν άνθρωπο σε διπλάσιο μέγεθος και με ίδιες όλες τις αναλογίες· στη δομή αυτή τα κόκαλα θα κατέρρεαν κάτω από το βάρος του σώματος. Η κλίμακα είναι σημαντικό ζήτημα.

Η φυσική της σεισμικής συμπεριφοράς είναι ως επί το πλείστον ανεξάρτητη από κλίμακα. Ένας μεγάλος σεισμός είναι ακριβώς ίδιος με ένα μικρό σεισμό. Αυτό διακρίνει, για παράδειγμα, τους σεισμούς από τα ζώα — ένα ζώο μήκους τριάντα εκατοστών πρέπει να έχει αρκετές διαφορές στη δομή του από ένα άλλο τριών εκατοστών, και ένα ζώο μήκους τριών μέτρων χρειάζεται ακόμα και διαφορετική αρχιτεκτονική για να μην καταρρεύσει ο σκελετός του κάτω από το βάρος της μεγαλύτερης μάζας. Τα σύννεφα, από την άλλη, είναι επίσης φαινόμενα με σταθερότητα κλίμακας, όπως οι σεισμοί. Η χαρακτηριστική τους αταξία — που περιγράφεται με τη βοήθεια της φράκταλ διάστασης — δεν μεταβάλλεται καθόλου όταν τα παρατηρούμε σε δια-

φορετικές κλίμακες. Γι" αυτό όσοι ταξιδεύουν με αεροπλάνο χάνουν κάθε έννοια προοπτικής και δεν μπορούν να εκτιμήσουν πόσο μακριά είναι ένα σύννεφο. Αν δεν βοηθούν διάφορες άλλες ενδείξεις όπως η καταχνιά, ένα σύννεφο που βρίσκεται έξι μέτρα μακριά μπορεί να μην ξεχωρίζει από ένα σύννεφο που βρίσκεται εξακόσια μέτρα μακριά. Πράγματι, η ανάλυση των δορυφορικών εικόνων έχει δείξει μια αμετάβλητη φράκταλ διάσταση σε σύννεφα που παρατηρούνται από εκατοντάδες χιλιόμετρα μακριά.

Είναι δύσκολο να αποβάλουμε τη συνήθεια να σκεφτόμαστε τα πράγματα σύμφωνα με το πόσο μεγάλα είναι και το πόσο διαρκούν. Αλλά αυτό που υποστηρίζει η φράκταλ γεωμετρία είναι ότι, για μερικά στοιχεία της φύσης, η αναζήτηση μιας χαρακτηριστικής κλίμακας προκαλεί σύγχυση. Ο *κυκλώνας* είναι εξ ορισμού μια θύελλα ορισμένου μεγέθους. Αλλά ο ορισμός επιβάλλεται από τους ανθρώπους πάνω στη φύση. Στην πραγματικότητα, οι μετεωρολόγοι διαπιστώνουν ότι η αναταραχή του αέρα σχηματίζει ένα συνεχές, από το θυελλώδη στροβιλισμό των σκουπιδιών σε μια γωνιά κάποιου δρόμου μέχρι τα τεράστια κυκλωνικά συστήματα που είναι ορατά από το Διάστημα. Η δημιουργία κατηγοριών οδηγεί σε λαθεμένα συμπεράσματα. Τα άκρα του συνεχούς είναι αλληλένδετα με το μέσον.

Είναι αλήθεια ότι οι εξισώσεις της ροής των ρευστών, από πολλές απόψεις, δεν έχουν καμία διάσταση, κι αυτό σημαίνει ότι ισχύουν ανεξάρτητα από την κλίμακα. Τα φτερά των αεροπλάνων και οι προπέλες των πλοίων μπορούν να ελεγχθούν σε κλίμακες μικρότερες από τις φυσικές, σε κανάλια τεχνητών ανέμων και σε λεκάνες εργαστηρίων. Και σ' ένα βαθμό, οι μικρές θύελλες ενεργούν όπως οι μεγάλες.

Τα αιμοφόρα αγγεία, από την αορτή μέχρι τα τριχοειδή, σχηματίζουν ένα άλλο είδος συνεχούς. Διακλαδώνονται και χωρίζονται και διακλαδώνονται πάλι, ώσπου γίνονται τόσο στενά, που τα κύτταρα του αίματος αναγκάζονται να περνούν το ένα πίσω από το άλλο. Η φύση της διακλάδωσης τους είναι φράκταλ. Η δομή τους μοιάζει με τη δομή των τερατωδών φανταστικών αντικειμένων που συνέλαβαν οι μαθηματικοί της αρχής του αιώνα και τα ανακάλυψε στη συνέχεια ο Μάντελμπροτ. Από κάποια αναγκαιότητα της φυσιολογίας, τα αιμοφόρα αγγεία πρέπει να κάνουν κάτι μαγικό που έχει σχέση με τη διάσταση. Όπως η

καμπύλη του Κοχ, για παράδειγμα, περιορίζει μια γραμμή άπειρου μήκους σε μια μικρή επιφάνεια, το κυκλοφοριακό σύστημα πρέπει να συμπιέζει μια τεράστια επιφάνεια σε έναν περιορισμένο όγκο. Για το σώμα το αίμα είναι ακριβό και ο χώρος κάτι πολύτιμο. Η φύση της φράκταλ δομής έχει καταστρώσει τις λειτουργίες του σώματος τόσο έξυπνα, ώστε, στους περισσότερους ιστούς, κανένα κύτταρο δεν απέχει από ένα αιμοφόρο αγγείο περισσότερο από τρία ή τέσσερα κύτταρα. Ακόμα, τα αγγεία και το αίμα καταλαμβάνουν μικρό χώρο, όχι περισσότερο από 5% του σώματος. Όπως υποστήριξε ο Μάντελμπροτ, αυτό είναι το Σύνδρομο του Εμπόρου της Βενετίας — χωρίς να χυθεί αίμα, όχι μόνο ένα κιλό κρέας δεν μπορείτε να πάρετε αλλά ούτε ένα γραμμάριο.

Αυτή η θαυμάσια δομή — των δύο διαπλεκόμενων δέντρων που σχηματίζονται από τις φλέβες και τις αρτηρίες — δεν είναι καθόλου μοναδική. Το σώμα είναι γεμάτο με τέτοιου είδους πολυπλοκότητα. Στο πεπτικό σύστημα, οι ιστοί εμφανίζουν πτυχές μέσα στις πτυχές. Οι πνεύμονες επίσης πρέπει να περικλείουν τη μεγαλύτερη δυνατή επιφάνεια στο μικρότερο δυνατό χώρο. Η δυνατότητα ενός ζώου να απορροφά οξυγόνο είναι, σε γενικές γραμμές, ανάλογη της επιφάνειας των πνευμόνων του. Οι πνεύμονες του ανθρώπου περιέχουν συμπυκνωμένη μια επιφάνεια μεγαλύτερη από ένα γήπεδο του τένις. Και επιπλέον, ο λαβύρινθος των τραχειών πρέπει να έχει πλήρη σύνδεση με τις αρτηρίες και τις φλέβες.

Κάθε σπουδαστής της ιατρικής ξέρει ότι οι πνεύμονες είναι σχεδιασμένοι έτσι, ώστε να διαθέτουν μια τεράστια επιφάνεια. Αλλά οι ανατόμοι μαθαίνουν να βλέπουν μία κλίμακα κάθε φορά — για παράδειγμα, τα εκατομμύρια τις κυψελίδες, τους μικροσκοπικούς θύλακες όπου καταλήγει η ακολουθία των διακλαδωμένων αγωγών. Η γλώσσα της ανατομίας τείνει να συσκοτίσει την ενότητα *ως προς τις κλίμακες.* Αντίθετα, η φράκταλ προσέγγιση παίρνει υπόψη της όλη τη δομή με τη βοήθεια των διακλαδώσεων που τη δημιουργούν, διακλαδώσεων που συμπεριφέρονται με συνέπεια και στις μεγάλες και στις μικρές κλίμακες. Οι ανατόμοι μελετούν το σύστημα των αγγείων ταξινομώντας τα αιμοφόρα αγγεία σε κατηγορίες ανάλογα με το μέγεθος τους — αρτηρίες και αρτηρίδια, φλέβες και φλεβίδια. Σε ορισμένες πε-

ριπτώσεις, οι κατηγορίες αυτές αποδείχνονται χρήσιμες, ενώ σε άλλες παραπλανούν. Μερικές φορές η προσέγγιση των εγχειριδίων φαίνεται να αποφεύγει επιμελώς να πει όλη την αλήθεια: «Κατά τη βαθμιαία μετάβαση από τον ένα τύπο αρτηρίας στον άλλο, είναι μερικές φορές δύσκολο να ταξινομήσουμε τα ενδιάμεσα τμήματα. Μερικές αρτηρίες μεσαίου διαμετρήματος έχουν τοιχώματα μεγαλύτερων αρτηριών, ενώ μερικές μεγάλες αρτηρίες έχουν τοιχώματα αρτηριών μεσαίου μεγέθους. Τα μεταβατικά τμήματα ... χαρακτηρίζονται συχνά ως αρτηρίες μεικτού τύπου».

Όχι αμέσως αλλά μία δεκαετία μετά τη δημοσίευση των σκέψεων του Μάντελμπροτ γύρω από τη φυσιολογία, μερικοί θεωρητικοί βιολόγοι άρχισαν να βρίσκουν πως η φράκταλ οργάνωση έλεγχε τις δομές σε όλα τα επίπεδα του ανθρώπινου σώματος. Η καθιερωμένη «εκθετική» περιγραφή των διακλαδώσεων των βρόγχων αποδείχτηκε εντελώς λαθεμένη, αντίθετα μια φράκταλ περιγραφή αποδείχτηκε σύμφωνη με τα δεδομένα. Το ουροσυλλεκτικό σύστημα αποδείχτηκε φράκταλ. Το ίδιο και ο ηπατικός πόρος στο συκώτι. Το ίδιο και το δίκτυο των ειδικών νεύρων της καρδιάς που μεταφέρουν παλμούς ηλεκτρικού ρεύματος στους συσπώμενους μυς. Το τελευταίο, γνωστό στους καρδιολόγους ως δίκτυο Χις-Πουρκίνζε (His-Purkinje), ενέπνευσε μια ιδιαίτερα σημαντική κατεύθυνση έρευνας. Μερικοί καρδιολόγοι που είχαν στο μυαλό τους το χάος διαπίστωσαν ότι το φάσμα συχνοτήτων των χτύπων της καρδιάς, όπως και των σεισμών και των οικονομικών φαινομένων, ακολουθούσαν φράκταλ νόμους και υποστήριξαν ότι ένα κλειδί στην κατανόηση του χρονισμού των χτύπων της καρδιάς ήταν η φράκταλ οργάνωση του δικτύου Χις-Πουρκίνζε, ένας λαβύρινθος διακλαδωνόμενων μονοπατιών οργανωμένων ώστε να είναι όμοια με τον εαυτό τους σε όλο και μικρότερες κλίμακες.

Πώς μπόρεσε η φύση να δημιουργήσει μια τέτοια πολύπλοκη αρχιτεκτονική; Η άποψη του Μάντελμπροτ είναι ότι η πολυπλοκότητα υπάρχει μόνο μέσα στο πλαίσιο της παραδοσιακής ευκλείδειας γεωμετρίας. Γιατί, ως φράκταλ, οι διακλαδωνόμενες δομές μπορούν να περιγραφούν με διάφανη απλότητα, με λίγες πληροφορίες. Οι απλοί μετασχηματισμοί με τους οποίους προέκυψαν τα σχήματα των Κοχ, Πεάνο και Σιερπίνσκι ίσως να έ-

χουν το ανάλογο τους στις κωδικοποιημένες εντολές των γονιδίων ενός οργανισμού. Το DNA σίγουρα δεν μπορεί να προσδιορίσει τον τεράστιο αριθμό των διάφορων βρόγχων και κυψελίδων ή τη συγκεκριμένη χωρική δομή του δέντρου που προκύπτει, αλλά μπορεί να προσδιορίσει μια επαναλαμβανόμενη διαδικασία διακλαδώσεων και ανάπτυξης. Τέτοιες διαδικασίες ανταποκρίνονται στους σκοπούς της φύσης. Όταν η εταιρεία E.I. DuPont de Nemours and Co. και ο Στρατός των Ηνωμένων Πολιτειών άρχισαν τελικά να παράγουν ένα συνθετικό ισοδύναμο των πούπουλων της χήνας, το έκαναν γιατί κατάλαβαν ότι η δυνατότητα δέσμευσης του αέρα που είχαν τα φυσικά πούπουλα προερχόταν από τους φράκταλ κόμβους και διακλαδώσεις της βασικής πρωτεΐνης των πούπουλων, την κεράτινη. Ο Μάντελμπροτ πέρασε από τα πνευμονικά και τα αγγειακά δέντρα στα πραγματικά δέντρα του φυσικού κόσμου, που χρειάζονται να δέχονται τις ηλιακές ακτίνες και να αντιστέκονται στον άνεμο, με φράκταλ διακλαδώσεις και φράκταλ φύλλα. Και οι θεωρητικοί βιολόγοι άρχισαν να σκέφτονται ότι η φράκταλ σταθερότητα κλίμακας δεν ήταν απλώς κοινή αλλά καθολική στη μορφογένεση. Υποστήριζαν ότι το να κατανοήσουμε πώς κωδικοποιούνταν και δουλεύονταν τέτοιες μορφές είχε γίνει σημαντική πρόκληση στη βιολογία.

«ΑΡΧΙΣΑ ΝΑ ΨΑΧΝΩ στο σκουπιδοτενεκέ της επιστήμης για τέτοια φαινόμενα, γιατί υποψιαζόμουν ότι αυτό που παρατηρούσα ίσως να μην ήταν μια εξαίρεση αλλά κάτι πολύ διαδεδομένο. Παρακολούθησα διαλέξεις, έψαξα σε ειδικά περιοδικά, τις πιο πολλές φορές με λίγο ή χωρίς καθόλου αποτέλεσμα, αλλά κάθε τόσο έβρισκα μερικά ενδιαφέροντα πράγματα. Κατά κάποιον τρόπο αυτή ήταν προσέγγιση φυσιοδίφη — όχι θεωρητικού. Αλλά ο κόπος μου ανταμείφθηκε».

Έχοντας συγκεντρώσει σε ένα βιβλίο τις ιδέες μιας ζωής σχετικά με τη φύση και την ιστορία των μαθηματικών, ο Μάντελμπροτ είχε μια ασυνήθιστη ακαδημαϊκή επιτυχία. Έγινε μόνιμο συμπλήρωμα του κυκλώματος των επιστημονικών διαλέξεων, με τα απαραίτητα έγχρωμα σλάιντς του και τα αχυρένια άσπρα μαλλιά του. Άρχισε να κερδίζει βραβεία και άλλες επαγγελματικές τιμές, και το όνομα του έγινε γνωστό στο μη επιστημονικό

κοινό όσο και στους μαθηματικούς. Αυτό οφειλόταν κατά ένα μέρος στην αισθητική γοητεία των φράκταλ εικόνων του, κατά ένα άλλο μέρος στο γεγονός ότι οι χιλιάδες άνθρωποι που είχαν σαν χόμπυ τους μικροϋπολογιστές μπορούσαν να αρχίσουν να εξερευνούν μόνοι τους τον κόσμο του, και κατά ένα τρίτο μέρος στο ότι ο ίδιος πρόβαλε τον εαυτό του. Το όνομα του μπήκε σε έναν μικρό κατάλογο που κατάρτισε ο ιστορικός της επιστήμης στο Χάρβαρντ, ο Ι.Μπέρναρντ Κοέν (I.Bernard Cohen). Ο Κοέν είχε ερευνήσει εξονυχιστικά τα χρονικά των ανακαλύψεων για πολλά χρόνια, αναζητώντας επιστήμονες που είχαν οι ίδιοι χαρακτηρίσει τη δουλειά τους «επανάσταση». Βρήκε μόλις δεκαέξι. Τον Ρόμπερτ Σάιμμερ (Robert Symmer), ένα Σκοτσέζο της εποχής του Βενιαμίν Φραγκλίνου που οι ιδέες του σχετικά με τον ηλεκτρισμό ήταν πραγματικά ριζοσπαστικές αλλά λαθεμένες· τον Ζαν-Πολ Μαρά (Jean-Paul Marat), γνωστό σήμερα για τη συμβολή του στην γαλλική επανάσταση· τον Φον Λίμπιχ (Von Liebig), τον Χάμιλτον (Hamilton), ασφαλώς τον Κάρολο Δαρβίνο, τον Βίρτσοφ (Virchow), τον Κάντορ, τον Αϊνστάιν, τον Μινκόφσκι (Minkowski), τον Φον Λάουε (Von Laue), τον Άλφρεντ Βέγκενερ (Alfred Wegener) για την απομάκρυνση των ηπείρων τον Κόμπτον (Compton), τον Τζαστ (Just), τον Τζέιμς Γουάτσον (James Watson) για τη δομή του DNA, και τον Μπενουά Μάντελμπροτ.

Για όσους ασχολούνταν ωστόσο με τα καθαρά μαθηματικά, ο Μάντελμπροτ παρέμενε ένας ξένος που καταπιανόταν με την πολιτική της επιστήμης. Στο αποκορύφωμα της επιτυχίας του είχε επικριθεί από μερικούς συναδέλφους του, που θεωρούσαν ότι τον απασχολούσε υπερβολικά ποια θέση θα έπαιρνε στην ιστορία. Έλεγαν ότι τους πίεζε για να του αποδίδουν την οφειλόμενη αναγνώριση. Αναμφίβολα, στην περίοδο που πέρασε ως επαγγελματίας αιρετικός προετοίμασε την αναγνώριση του για την τακτική αλλά και για την ουσία των επιστημονικών επιτευγμάτων. Μερικές φορές, όταν εμφανίζονταν άρθρα που χρησιμοποιούσαν ιδέες από τη φράκταλ γεωμετρία, τηλεφωνούσε ή έγραφε στους συγγραφείς για να παραπονεθεί ότι δεν έγινε αναφορά σ' αυτόν ή στο βιβλίο του.

Οι θαυμαστές του του συγχωρούσαν εύκολα τον εγωισμό του, παίρνοντας υπόψη τους τις δυσκολίες που είχε ξεπεράσει ώσπου

να πετύχει την αναγνώριση της δουλειάς του. «Ασφαλώς είναι λίγο μεγαλομανής, έχει αυτόν τον υπερβολικό εγωισμό, αλλά είναι από καλή στόφα κι έτσι οι περισσότεροι άνθρωποι τον δέχονται», είπε κάποιος. Με τα λόγια ενός άλλου: «Είχε τόσο πολλές δυσκολίες με τους συνάδελφους του μαθηματικούς, ώστε απλώς για να επιβιώσει έπρεπε να ακολουθεί αυτή την τακτική της εξύψωσης του εγώ του. Αν δεν το είχε κάνει αυτό, αν δεν ήταν τόσο πεισμένος ότι είχε σωστές απόψεις, δε θα πετύχαινε ποτέ».

Η επιχείρηση να προσφέρεις και να δέχεσαι αναγνωρίσεις μπορεί να γίνει έμμονη ιδέα στην επιστήμη. Ο Μάντελμπροτ την εφάρμοσε σε μεγάλη έκταση. Το βιβλίο του είναι γεμάτο από ρήματα πρώτου προσώπου: *Υποστηρίζω ... συνέλαβα και ανέπτυξα ... και πραγματοποίησα ... έχω επαληθεύσει ... δείχνω ... έπλασα ... Στις εξερευνήσεις μου στις παρθένες περιοχές, συχνά ασκούσα το δικαίωμα μου να δίνω ονόματα στις πιο σημαντικές τοποθεσίες.*

Πολλοί επιστήμονες δεν εκτιμούσαν αυτό το στυλ, ούτε μετρίαζαν το θυμό τους όταν ο Μάντελμπροτ έκανε εξίσου άφθονες αναφορές σε προδρόμους, μερικούς εντελώς άγνωστους (και όλους, όπως σημείωναν οι επικριτές του, ακίνδυνους νεκρούς). Θεωρούσαν πως ακριβώς μ' αυτό τον τρόπο προσπαθούσε να τοποθετήσει τον εαυτό του σαφώς στο κέντρο, αφ' υψηλού σαν τον Πάπα, μοιράζοντας ευλογίες από δω κι από κει στον κλάδο. Αλλά έκαναν αγώνα οπισθοφυλακής. Οι επιστήμονες δύσκολα μπορούσαν να αποφύγουν τη λέξη *φράκταλ,* αν όμως ήθελαν να αποφύγουν το όνομα του Μάντελμπροτ, μιλούσαν για την κλασματική διάσταση αναφέροντας την ως *διάσταση Χάουσντορφ-Μπεσίκοβιτς* (Hausdorff-Besicovitch). Επίσης, ειδικά οι μαθηματικοί, θεωρούσαν προσβλητικό τον τρόπο με τον οποίο μπαινόβγαινε στους διάφορους κλάδους, κάνοντας δηλώσεις και εικασίες και αφήνοντας σε άλλους την πραγματική δουλειά της απόδειξης.

Το ζήτημα αυτό πράγματι υπήρχε. Αν ένας επιστήμονας ανακοινώσει ότι ένα πράγμα είναι πιθανόν σωστό και κάποιος άλλος το αποδείξει με αυστηρό τρόπο, ποιος από τους δύο έχει προσφέρει περισσότερα στην προώθηση της επιστήμης; Η διατύπωση μιας εικασίας είναι ανακάλυψη; Ή κάποιος απλώς διακινδυνεύει μια δήλωση; Οι μαθηματικοί πάντα αντιμετώπιζαν τέτοια ζητή-

ματα, αλλά η διαμάχη έγινε πιο έντονη όταν οι υπολογιστές άρχισαν να παίζουν το νέο ρόλο τους. Όσοι χρησιμοποιούσαν υπολογιστές για τα πειράματα τους έγιναν μάλλον κάτι σαν επιστήμονες εργαστηρίου, παίζοντας με κανόνες που επέτρεπαν ανακαλύψεις χωρίς τις παραδοσιακές αποδείξεις θεωρημάτων — τις αποδείξεις των τυπικών μαθηματικών άρθρων.

Το βιβλίο του Μάντελμπροτ περιείχε μεγάλη γκάμα θεμάτων και πολλές λεπτομέρειες της μαθηματικής ιστορίας. Όπου κι αν οδηγούσε το χάος, αυτός είχε κάποια βάση για να υποστηρίξει ότι είχε φτάσει εκεί πρώτος. Λίγο πείραζε που οι περισσότεροι αναγνώστες έβρισκαν τις παραπομπές του ασαφείς ή ακόμα και άχρηστες. Όφειλαν να αναγνωρίσουν την εξαιρετική του διαίσθηση για την προώθηση εξελίξεων σε πεδία που δεν είχε ποτέ πραγματικά μελετήσει, από τη σεισμολογία μέχρι τη φυσιολογία — κάτι άλλοτε παράξενο κι άλλοτε εκνευριστικό. Ακόμα και ένας θαυμαστής του θα μπορούσε να φωνάξει με οργή: «Ο Μάντελμπροτ δεν μπορεί να κατείχε τις σκέψεις *όλων* πριν τις κάνουν!»

Αυτό όμως δεν ενδιαφέρει πολύ. Μια μεγαλοφυία δεν χρειάζεται να είναι άγια όπως ο Αϊνστάιν. Ακόμα, όπως πιστεύει ο Μάντελμπροτ, για δεκαετίες ήταν υποχρεωμένος να παίζει με το έργο του. Ήταν υποχρεωμένος να επινοεί πρωτότυπες ιδέες με τρόπους που δεν θα έθιγαν. Ήταν υποχρεωμένος να διαγράφει τους προλόγους του που έδιναν την εντύπωση οραματισμών για να καταφέρνει να δημοσιεύονται τα άρθρα του. Όταν έγραψε την πρώτη μορφή του βιβλίου του, που δημοσιεύτηκε στα γαλλικά το 1975, αισθάνθηκε αναγκασμένος να προσποιηθεί πως δεν περιείχε τίποτα ιδιαίτερα εντυπωσιακό. Γι' αυτό ονόμασε την τελευταία έκδοση «μανιφέστο και συλλογή». Υποχρεώθηκε να ακολουθήσει τους κανόνες του παιχνιδιού.

«Οι κανόνες αυτοί επηρέαζαν το στυλ με μια έννοια που αργότερα μ' έκανε να λυπάμαι. Έλεγα: "Είναι φυσικό να ... Είναι ενδιαφέρουσα η παρατήρηση ότι…" Στην πραγματικότητα ήταν οτιδήποτε άλλο εκτός από φυσικό και η ενδιαφέρουσα παρατήρηση ήταν στην πραγματικότητα το αποτέλεσμα μακρόχρονων αναζητήσεων και ερευνών για αποδείξεις και αυτοκριτική. Το βιβλίο έδειχνε μια φιλοσοφική διάθεση που αισθανόμουν ότι ήταν απαραίτητη για να το βοηθήσει να γίνει αποδεκτό και στη-

ριζόταν στην ιδέα ότι, αν έλεγα πως πρότεινα ένα ριζοσπαστικό ξεκίνημα, αυτό θα σήμαινε το τέλος του ενδιαφέροντος των αναγνωστών.» Αργότερα, άκουσα από άλλους μερικές παρόμοιες διατυπώσεις, όπως: "Είναι φυσικό να παρατηρήσουμε ..." Δεν ήταν αυτό που είχα επιδιώξει».

Κοιτάζοντας πίσω, ο Μάντελμπροτ διαπίστωσε ότι επιστήμονες από διάφορους κλάδους ανταποκρίνονταν στην προσέγγιση του με θλιβερά γνωστούς τρόπους. Η πρώτη τους αντίδραση ήταν πάντα η ίδια: Ποιος είσαι εσύ και γιατί ενδιαφέρεσαι για το πεδίο μας; Η δεύτερη: Πώς σχετίζεται αυτό με ό,τι έχουμε κάνει και γιατί δεν το εξηγείς με βάση αυτά που ξέρουμε; Η τρίτη: Είσαι σίγουρος ότι αυτά είναι κανονικά μαθηματικά; (Ναι, είμαι σίγουρος.) Τότε γιατί εμείς δεν τα ξέρουμε; (Γιατί είναι κανονικά αλλά είχαν μείνει στην αφάνεια.)

Τα μαθηματικά διαφέρουν από τη φυσική και τις άλλες εφαρμοσμένες επιστήμες σ' αυτό ακριβώς το σημείο: Ένας κλάδος φυσικής, από τη στιγμή που θα περιπέσει σε αχρηστία ή δε θα 'ναι πια παραγωγικός, τότε τείνει να γίνει για πάντα παρελθόν. Ίσως να αποτελεί ιστορική ιδιοτροπία, ίσως πηγή έμπνευσης για ένα σύγχρονο επιστήμονα, αλλά η νεκρή φυσική είναι συνήθως νεκρή για κάποια λογική αιτία. Τα μαθηματικά, αντίθετα, είναι γεμάτα από δρόμους και παρόδους που μια εποχή δε φαίνονται να οδηγούν πουθενά και μια άλλη γίνονται βασικές περιοχές μελέτης. Η πιθανή εφαρμογή μιας καθαρής σκέψης δεν μπορεί να προβλεφτεί ποτέ. Γι' αυτόν το λόγο οι μαθηματικοί εκτιμούν τη δουλειά τους με κάποιον αισθητικό τρόπο, αναζητώντας κομψότητα και ομορφιά σαν τους καλλιτέχνες. Γι' αυτόν επίσης το λόγο, ο Μάντελμπροτ, που δούλευε σαν τους αρχαιολόγους, βρέθηκε μπροστά σε τόσο πολλά καλά μαθηματικά που ήταν έτοιμα να ξαναδούν το φως της δημοσιότητας.

Έτσι, το τέταρτο στάδιο της αντίδρασης ήταν αυτό: Τι σκέφτονται οι άνθρωποι αυτών των κλάδων των μαθηματικών για τη δουλειά σου; (Δεν ενδιαφέρονται, γιατί η δουλειά μου δεν προσθέτει τίποτα στα μαθηματικά. Στην πραγματικότητα, μένουν κατάπληκτοι που οι ιδέες τους αναπαριστούν τη φύση.)

Τελικά, η λέξη *φράκταλ* κατέληξε να αντιπροσωπεύει έναν τρόπο περιγραφής, υπολογισμού και σκέψης πάνω σε σχήματα ακανόνιστα και αποσπασματικά, δαντελωτά και εξαρθρωμένα —

σχήματα που περιλάμβαναν από το περίγραμμα του κρυστάλλου των νιφάδων του χιονιού μέχρι τα ασυνεχή σμήνη των γαλαξιών. Μια φράκταλ καμπύλη σημαίνει μια δομή οργάνωσης που βρίσκεται κρυμμένη ανάμεσα στην απίστευτη πολυπλοκότητα τέτοιων σχημάτων. Οι μαθητές στη μέση εκπαίδευση μπορούσαν να καταλάβουν τα φράκταλ και να παίζουν μαζί τους· ήταν στοιχειώδη σαν τα Στοιχεία του Ευκλείδη. Απλά προγράμματα υπολογιστή για φράκταλ εικόνες άρχισαν να κυκλοφορούν ανάμεσα σ' αυτούς που είχαν για χόμπυ τους προσωπικούς υπολογιστές.

Ο Μάντελμπροτ βρήκε την πιο ενθουσιώδη υποδοχή στους κύκλους των εφαρμοσμένων επιστημών, από τους επιστήμονες που ασχολούνταν με τα πετρέλαια, τα πετρώματα ή τα μέταλλα, ειδικά σε ερευνητικά κέντρα. Στα μέσα της δεκαετίας του 1980, για παράδειγμα, μεγάλος αριθμός επιστημόνων στην τεράστια ερευνητική μονάδα της Έξον εργαζόταν πάνω σε φράκταλ προβλήματα. Στην Τζένεραλ Ελέκτρικ, τα φράκταλ αποτέλεσαν μια δομή οργάνωσης στη μελέτη των πολυμερών και επίσης — αν και αυτό το πρόγραμμα ήταν απόρρητο — σε προβλήματα ασφάλειας πυρηνικών αντιδραστήρων. Στο Χόλλυγουντ, τα φράκταλ βρήκαν την πιο εκκεντρική εφαρμογή τους στη δημιουργία εκπληκτικά ρεαλιστικών περιοχών, γήινων και εξωγήινων, με ειδικά εφφέ για τον κινηματογράφο.

Τα σχήματα που ανακάλυψαν άνθρωποι σαν τον Ρόμπερτ Μέυ και τον Τζέιμς Γιορκ στις αρχές της δεκαετίας του 1970, με τα πολύπλοκα σύνορα τους ανάμεσα στην τακτική και τη χαοτική συμπεριφορά, παρουσίαζαν κάποιες κανονικότητες που κανείς δεν μπορούσε να υποψιαστεί και μπορούσαν να περιγραφούν μόνο με τη βοήθεια της ομοιότητας των μεγάλων κλιμάκων με τις μικρές. Οι δομές που πρόσφεραν το κλειδί για τη μη γραμμική δυναμική ήταν, όπως αποδείχτηκε, φράκταλ. Και στο πιο άμεσο πρακτικό επίπεδο, η φράκταλ γεωμετρία πρόσφερε επίσης ένα σύνολο εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν από φυσικούς, χημικούς, σεισμολόγους, μεταλλειολόγους, θεωρητικούς των πιθανοτήτων και φυσιολόγους. Αυτοί οι ερευνητές πείστηκαν και προσπάθησαν να πείσουν και άλλους ότι η νέα γεωμετρία του Μάντελμπροτ ήταν η γεωμετρία της φύσης.

Αυτά ασκούσαν μια ακαταμάχητη επιρροή στα ορθόδοξα μαθηματικά και στη φυσική, αλλά ο ίδιος ο Μάντελμπροτ ποτέ δεν

κέρδισε πλήρως την αποδοχή των αντίστοιχων σιναφιών. Οι επιστήμονες αυτοί όμως δεν μπορούσαν να μην αναγνωρίσουν την παρουσία του. Κάποιος μαθηματικός είπε κάποτε σε φίλους του ότι είχε ξυπνήσει μια νύχτα τρέμοντας από έναν εφιάλτη. Στο όνειρο του, ο ίδιος ήταν νεκρός και άκουσε ξαφνικά μια φωνή που χωρίς αμφιβολία ήταν η φωνή του Θεού. «Άκου, *υπάρχει πράγματι* κάτι σημαντικό σ' αυτά που λέει ο Μάντελμπροτ».

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΥΤΟ-ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ αγγίζει παλιές χορδές του πολιτισμού μας. Η ιδέα αποδίδεται σε μια παλιά τάση της δυτικής σκέψης. Ο Λάιμπνιτς θεωρούσε ότι μια σταγόνα νερό περιείχε ένα ολόκληρο γόνιμο σύμπαν, που με τη σειρά του περιείχε σταγόνες νερό και νέα σύμπαντα. «Να δείτε τον κόσμο σε έναν κόκκο άμμου», έγραψε ο Μπλέικ και συχνά οι επιστήμονες είχαν την προδιάθεση να το κάνουν. Όταν πρωτοανακαλύφθηκε το σπερματοζωάριο, όλοι νόμιζαν πως ήταν ένα ανθρωπάκι, ένα μικρό ανθρώπινο ον πλήρως σχηματισμένο.

Αλλά η αυτο-ομοιότητα έσβησε ως επιστημονική αρχή για κάποιον ουσιαστικό λόγο. Δε συμφωνούσε με την πραγματικότητα. Το σπερματοζωάριο δεν είναι απλώς ανθρώπινο ον σε μικρή κλίμακα — είναι κάτι πολύ πιο ενδιαφέρον απ' αυτό — και η διαδικασία της οντογενετικής ανάπτυξης είναι πολύ πιο ενδιαφέρουσα από την απλή μεγέθυνση. Η πρώτη έννοια της αυτοομοιότητας ως αρχή οργάνωσης προήλθε από τους περιορισμούς που υπήρχαν στην ανθρώπινη εμπειρία σχετικά με την κλίμακα. Πώς αλλιώς να φανταστείς το πολύ μεγάλο και το πολύ μικρό, το πολύ γρήγορο και το πολύ αργό, παρά ως επεκτάσεις του γνωστού;

Ο μύθος πέθανε οριστικά καθώς η ανθρώπινη όραση επεκτεινόταν με τα τηλεσκόπια και τα μικροσκόπια. Οι πρώτες ανακαλύψεις βοήθησαν να συνειδητοποιηθεί ότι κάθε μεταβολή κλίμακας έφερνε νέα φαινόμενα και νέα είδη συμπεριφοράς. Για τους σύγχρονους επιστήμονες της σωματιδιακής φυσικής, η διαδικασία δεν έχει τελειώσει. Κάθε νέος επιταχυντής, με την αύξηση σε ενέργεια και ταχύτητα που επιτρέπει, επεκτείνει το πεδίο της επιστήμης ώστε να βλέπει μικρότερα σωματίδια και μικρότερες

κλίμακες χρόνου, και κάθε επέκταση φαίνεται να φέρνει νέες πληροφορίες.

Εκ πρώτης όψεως, η ιδέα της σταθερότητας κλίμακας φαίνεται να προσφέρει λιγότερες πληροφορίες. Αυτό συμβαίνει εν μέρει γιατί στην επιστήμη υπάρχει μια παράλληλη τάση προς τον αναγωγισμό. Οι επιστήμονες τεμαχίζουν τα αντικείμενα και παρατηρούν ένα κάθε φορά. Αν θέλουν να εξετάσουν την αλληλεπίδραση υποατομικων σωματιδίων, βάζουν δύο ή τρία μαζί. Γι' αυτούς υπάρχει ήδη αρκετή πολυπλοκότητα. Η δύναμη όμως της αυτο-ομοιότητας αρχίζει σε πολύ μεγαλύτερα επίπεδα πολυπλοκότητας. Εμφανίζεται όταν παρατηρείται το σύνολο.

Αν και ο Μάντελμπροτ τη χρησιμοποίησε γεωμετρικά με τον πιο κατανοητό τρόπο, η επιστροφή των ιδεών της σταθερότητας κλίμακας στην επιστήμη, κατά τις δεκαετίες του 1960 και του 1970, έγινε ένα ρεύμα που έκανε αισθητή την παρουσία του σε πολλές περιοχές ταυτόχρονα. Η αυτο-ομοιότητα ενυπήρχε στην εργασία του Έντουαρντ Λόρεντζ. Ήταν μέρος του διαισθητικού τρόπου με τον οποίο κατανοούσε τη λεπτή δομή των απεικονίσεων που δημιουργούνταν από το σύστημα των εξισώσεων του, μια δομή που ο ίδιος την αισθανόταν αλλά δεν την έβλεπε στους υπολογιστές του 1963. Η έννοια της σταθερότητας κλίμακας έγινε επίσης μέρος ενός κινήματος στη φυσική που οδήγησε, πιο άμεσα απ' ό,τι η εργασία του ίδιου του Μάντελμπροτ, στον κλάδο που είναι γνωστός ως χάος. Ακόμα και σε πιο απομακρυσμένα πεδία, οι επιστήμονες άρχιζαν να σκέφτονται με βάση θεωρίες που χρησιμοποιούσαν ιεραρχίες κλιμάκων, όπως στην εξελικτική βιολογία, όπου έγινε καθαρό ότι μια ολοκληρωμένη θεωρία θα έπρεπε να αναγνωρίζει πρότυπα ανάπτυξης στα γονίδια, σε μεμονωμένους οργανισμούς, σε είδη και σε οικογένειες ειδών, και όλα αυτά ταυτόχρονα.

Περίεργα ίσως, αυτή η ανανέωση του ενδιαφέροντος πρέπει να προήλθε από την ίδια την επέκταση της ανθρώπινης όρασης που είχε εξαφανίσει τις προγενέστερες απλοϊκές ιδέες της αυτο-ομοιότητας. Προς τα τέλη του 20ού αιώνα, και με τρόπους που κανείς πριν δεν είχε φανταστεί, εικόνες του αδιανόητα μικρού και του αφάνταστα μεγάλου έγιναν μέρος της εμπειρίας όλων. Ο πολιτισμός είδε φωτογραφίες γαλαξιών και ατόμων. Δεν υπήρχε πια λόγος να φαντάζεται κανείς μαζί με τον Λάιμπνιτς πώς θα

'μοιάζε το σύμπαν σε μικροσκοπικές ή τηλεσκοπικές κλίμακες — τα μικροσκόπια και τα τηλεσκόπια έκαναν αυτές τις εικόνες μέρος της καθημερινής εμπειρίας. Η γνωστή επιθυμία του μυαλού να βρίσκει αναλογίες στην εμπειρία έκανε αναπόφευκτα νέα είδη συγκρίσεων ανάμεσα στο μεγάλο και το μικρό — και μερικά απ' αυτά ήταν γόνιμα.

Συχνά οι επιστήμονες που κατέφευγαν στη φράκταλ γεωμετρία αισθάνονταν κάποιες αναλογίες ανάμεσα στη νέα μαθηματική αισθητική τους και στις αλλαγές στο χώρο της τέχνης κατά το δεύτερο μισό του αιώνα. Αισθάνονταν ότι αντλούσαν κάποιον εσωτερικό ενθουσιασμό από την κουλτούρα γενικά. Για τον Μάντελμπροτ, η έκφραση της ευκλείδειας αισθητικής έξω από τα μαθηματικά ήταν η αρχιτεκτονική του Μπαουχαους. Θα μπορούσε επίσης να είναι το στυλ ζωγραφικής που εκπροσωπούσαν τα χρωματιστά τετράγωνα του Τζόζεφ Άλμπερς (Josef Albers): διάσπαρτα, τακτικά, γραμμικά, αναγωγικά, γεωμετρικά. *Γεωμετρικά:* η λέξη σημαίνει ό,τι σήμαινε για χιλιάδες χρόνια. Τα κτίρια που αποκαλούνται γεωμετρικά αποτελούνται από απλά σχήματα, ευθείες γραμμές και κύκλους, και περιγράφονται με λίγους αριθμούς. Η μόδα της γεωμετρικής αρχιτεκτονικής και ζωγραφικής ήλθε και παρήλθε. Οι αρχιτέκτονες δεν ενδιαφέρονταν πια να χτίζουν τεράστιους ουρανοξύστες σαν το κτίριο Σίγκραμ της Νέας Υόρκης, που κάποτε διαφημίστηκε και αντιγράφτηκε πολύ. Για τον Μάντελμπροτ και όσους συμφωνούσαν μαζί του, η αιτία είναι σαφής. Τα απλά σχήματα είναι απάνθρωπα. Δεν απηχούν τον τρόπο που η φύση οργανώνει τον εαυτό της ή τον τρόπο που η ανθρώπινη αντίληψη βλέπει τον κόσμο. Σύμφωνα με τον Γκερτ Αϊλενμπέργκερ (Gert Eilenberger), ένα γερμανό φυσικό που ασχολήθηκε με τη μη γραμμική επιστήμη αφού είχε ειδικευτεί στην υπεραγωγιμότητα, «γιατί η σιλουέτα ενός γυμνού δέντρου που λυγίζει απ' τη θύελλα με φόντο ένα χειμωνιάτικο απογευματινό ουρανό θεωρείται όμορφη, ενώ η αντίστοιχη σιλουέτα ενός πανεπιστημιακού κτιρίου με τους πολλαπλούς στόχους και σκοπούς του δεν θεωρείται ωραία, παρά τις προσπάθειες του αρχιτέκτονα; Η απάντηση, αν και κάπως υποθετική, προκύπτει, νομίζω, από τις νέες γνώσεις σχετικά με τα δυναμικά συστήματα. Την αίσθηση μας για την ομορφιά μας την εμπνέει η αρμονική συνύπαρξη της τάξης και της αταξίας, όπως υπάρχουν στα φυσι-

κά αντικείμενα — στα σύννεφα, στα δέντρα, στα βουνά και στους κρυστάλλους του χιονιού. Τα σχήματα όλων αυτών των πραγμάτων είναι δυναμικές διαδικασίες που έχουν αποκρυσταλλωθεί σε φυσικές μορφές, και σ' αυτά ενυπάρχουν συγκεκριμένοι συνδυασμοί τάξης και αταξίας».

Ένα γεωμετρικό σχήμα έχει μια *κλίμακα,* ένα χαρακτηριστικό μέγεθος. Για τον Μάντελμπροτ, η τέχνη που ικανοποιεί δεν έχει κλίμακα, με την έννοια ότι περιέχει σημαντικά στοιχεία σε όλα τα μεγέθη. Στο κτίριο Σίγκραμ αντιπαραθέτει την αρχιτεκτονική της παρισινής Σχολής των Καλών Τεχνών (Beaux-Arts), με τα γλυπτά της και τα τερατόμορφα στόμια των υδρορροών, τις εξωτερικές και τις εσωτερικές πέτρες, τα πλαίσια των επιγραφών που είναι διακοσμημένα με σπειροειδή σχήματα, τα γείσα που είναι γεμάτα εγκοπές. Ένα υπόδειγμα της Σχολής των Καλών Τεχνών σαν την παρισινή Όπερα δεν έχει κλίμακα γιατί περιέχει όλες τις κλίμακες. Ένας παρατηρητής που κοιτάζει το κτίριο από οποιαδήποτε απόσταση διαπιστώνει κάποιες λεπτομέρειες που τραβούν το μάτι. Η σύνθεση μεταβάλλεται καθώς ο παρατηρητής πλησιάζει και αρχίζουν να γίνονται ορατά νέα στοιχεία της δομής.

Η εκτίμηση της αρμονικής δομής μιας αρχιτεκτονικής έχει βέβαια τη σημασία της, ο θαυμασμός της άγριας φύσης όμως είναι κάτι εντελώς διαφορετικό. Με όρους αισθητικών αξιών, τα νέα μαθηματικά της φράκταλ γεωμετρίας εναρμόνισαν την καθαρή επιστήμη με το νέο αίσθημα για τη μη εξημερωμένη, την απολίτιστη, την αδάμαστη φύση. Κάποτε η βροχή, τα δάση, οι έρημοι, οι ζούγκλες και οι ξερότοποι αντιπροσώπευαν όλα όσα η κοινωνία αγωνιζόταν να υποδουλώσει. Αν οι άνθρωποι αναζητούσαν αισθητική ικανοποίηση από τη βλάστηση, κοίταζαν τους κήπους. Όπως έλεγε ο Τζον Φόουλς (John Fowles) γράφοντας για την Αγγλία τουΙ8ου αιώνα, «η περίοδος εκείνη δεν είχε καμία συμπάθεια για την άτακτη ή την πρωτόγονη φύση. Εκείνη η αγριάδα ήταν επιθετική, έφερνε παντού την άσχημη ανάμνηση του προπατορικού αμαρτήματος, της αιώνιας εξορίας του ανθρώπου από τους Κήπους της Εδέμ ... Ακόμα και οι φυσικές επιστήμες της ... παρέμεναν στην ουσία εχθρικές στην άγρια φύση, βλέποντας την μόνο σαν κάτι που έπρεπε να εξημερωθεί, να ταξινομηθεί, να γίνει αντικείμενο εκμετάλλευσης». Προς το τέ-

λος του 20ού αιώνα, ο πολιτισμός είχε αλλάξει και τώρα άλλαξε μαζί του η επιστήμη.

Έτσι, η επιστήμη βρήκε σε τελευταία ανάλυση μια χρήση για τα αφανή και αλλοπρόσαλλα ξαδέρφια του συνόλου Κάντορ και της καμπύλης Κοχ. Αρχικά, αυτά τα σχήματα χρησίμευαν ως αποδεικτικά στοιχεία για το διαζύγιο μαθηματικών και φυσικών επιστημών στις αρχές του αιώνα' το τέλος του γάμου, που ήταν το κύριο χαρακτηριστικό των θετικών επιστημών από την εποχή του Νεύτωνα. Μαθηματικοί όπως ο Κάντορ και ο Κοχ είχαν μαγέψει με την πρωτοτυπία τους. Νόμιζαν ότι αυτοί είχαν αποδειχτεί εξυπνότεροι από τη φύση — όταν στην πραγματικότητα δεν είχαν ούτε καν ακόμα καταπιαστεί με τις δημιουργίες της φύσης. Το κύριο ρεύμα της φυσικής, αυτό που είχε και το μεγαλύτερο κύρος, επίσης απομακρύνθηκε από τον κόσμο της καθημερινής εμπειρίας. Μόνο αργότερα, αφού ο Στιβ Σμέιλ γύρισε τους μαθηματικούς πίσω, στα δυναμικά συστήματα, μπόρεσε ένας φυσικός να πει: «Πρέπει να ευχαριστήσουμε τους αστρονόμους και τους μαθηματικούς που παρέδωσαν το πεδίο σε μας, τους φυσικούς, σε πολύ καλύτερη κατάσταση από ό,τι τους το είχαμε αφήσει 70 χρόνια πριν».

Τελικά, παρόλο που υπήρξε ένας Σμέιλ και ένας Μάντελμπροτ, οι φυσικοί ήταν αυτοί που δημιούργησαν τη νέα επιστήμη του χάους. Ο Μάντελμπροτ έδωσε την αναγκαία γλώσσα και έναν κατάλογο εκπληκτικών εικόνων της φύσης. Όπως και ο ίδιος αναγνώρισε, το πρόγραμμα του μάλλον *περιέγραφε* παρά *εξηγούσε*. Αυτός μπορούσε να καταγράφει στοιχεία της φύσης μαζί με τις φράκταλ διαστάσεις τους — παραλίες, δίκτυα ποταμών, φλοιούς δέντρων, γαλαξίες — και οι επιστήμονες μπορούσαν να χρησιμοποιούν αυτούς τους αριθμούς για να κάνουν προβλέψεις. Αλλά οι φυσικοί ήθελαν να ξέρουν περισσότερα. Ήθελαν να ξέρουν γιατί. Υπήρχαν στη φύση μορφές — όχι ορατές μορφές αλλά σχήματα ενσωματωμένα στη συγκρότηση της κίνησης — που περίμεναν να αποκαλυφθούν.

ΠΑΡΑΞΕΝΟΙ ΕΛΚΥΣΤΕΣ

Οι μεγάλες δίνες φέρνουν μικρές σπείρες
Που τρέφονται από των μεγάλων την ταχύτητα
Και οι μικρές δίνες φέρνουν μικρότερες δίνες
Και έτσι ως του ιξώδους την ιδιότητα.

ΛΙΟΥΙΣ ΡΙΤΣΑΡΝΤΣΟΝ

Ο ΣΤΡΟΒΙΛΙΣΜΌΣ ΗΤΑΝ ένα πρόβλημα με μεγάλη ιστορία. Όλοι οι μεγάλοι φυσικοί είχαν ασχοληθεί μ' αυτόν — είτε επίσημα είτε ανεπίσημα. Μια ομαλή ροή διασπάται σε σπείρες και δίνες. Άγριες μορφές καταστρέφουν το όριο ανάμεσα σε ρευστά και στερεά. Η ενέργεια διοχετεύεται γρήγορα από κινήσεις μεγάλης κλίμακας σε κινήσεις μικρής κλίμακας. Γιατί; Οι πιο ενδιαφέρουσες ιδέες προήλθαν από μαθηματικούς. Για τους περισσότερους φυσικούς ο στροβιλισμός ήταν τόσο δύσκολος, ώστε δεν άξιζε να χαθεί χρόνος για τη μελέτη του. Φαινόταν σχεδόν αδύνατο να διερευνηθεί. Υπήρχε ένα ανέκδοτο σχετικά με τον Χάιζενμπεργκ, πατέρα της κβαντικής φυσικής, ο οποίος στο κρεβάτι του θανάτου δήλωσε πως θα έκανε στο Θεό δύο ερωτήσεις: γιατί η σχετικότητα και γιατί ο στροβιλισμός. Και κατέληξε: «Πιστεύω ότι ο Θεός θα έχει κάποια απάντηση στο πρώτο ερώτημα».

Η θεωρητική φυσική είχε κρατήσει κάποια απόσταση από το φαινόμενο του στροβιλισμού. Ουσιαστικά, η επιστήμη είχε τραβήξει μια διαχωριστική γραμμή και έλεγε: Δεν μπορούμε να πάμε πέρα απ' αυτή τη γραμμή. Στην από δω μεριά, όπου τα ρευστά συμπεριφέρονται με κανονικούς τρόπους, υπήρχε άφθονη δουλειά να γίνει. Ευτυχώς, ένα ρευστό με ομαλή ροή δεν ενεργεί σαν να έχει ένα σχεδόν άπειρο αριθμό ανεξάρτητων μορίων, που καθένα μπορεί να κάνει μια ανεξάρτητη κίνηση. Αντίθετα, τα τμήματα του ρευστού που ξεκινούν κοντά τείνουν να παραμείνουν κοντά, όπως τα άλογα στον ιππόδρομο. Οι μηχανικοί έχουν τεχνικές για να υπολογίζουν τη ροή, όσο αυτή παραμένει ήρεμη.

Χρησιμοποιούν γνώσεις που χρονολογούνται από το 19ο αιώνα, όταν η κατανόηση των κινήσεων των υγρών και των αερίων ήταν ένα πρόβλημα που βρισκόταν στην πρώτη γραμμή της έρευνας.

Στη σύγχρονη εποχή όμως, αυτό το ζήτημα θεωρούνταν ξεπερασμένο. Για τους θεωρητικούς, η δυναμική των ρευστών δε φαινόταν να έχει κανένα μυστήριο, εκτός από ένα που δεν μπορούσε να προσεγγιστεί. Η πρακτική πλευρά είχε κατανοηθεί τόσο πολύ που θα μπορούσε να αφεθεί στους τεχνικούς. Η δυναμική των ρευστών στ' αλήθεια δεν ήταν πια μέρος της φυσικής, θα έλεγαν οι φυσικοί. Ήταν απλώς μηχανική. Οι νέοι φυσικοί είχαν καλύτερα πράγματα να κάνουν. Οι επιστήμονες της δυναμικής των ρευστών βρίσκονταν συνήθως στα τμήματα μηχανικής των πανεπιστημίων. Για τον στροβιλισμό υπάρχει πάντα πρακτικό ενδιαφέρον κι αυτό είναι συνήθως μονόπλευρο: η εξαφάνιση του. Σε μερικές εφαρμογές, ο στροβιλισμός είναι επιθυμητός, για παράδειγμα, μέσα σε μια αεριοπροωθητική μηχανή όπου η εύκολη ανάφλεξη εξαρτάται από τη γρήγορη ανάμειξη. Αλλά στις περισσότερες εφαρμογές, ο στροβιλισμός σημαίνει καταστροφή. Η στροβιλώδης ροή του αέρα πάνω από το φτερό του αεροπλάνου εμποδίζει την ανοδική του πορεία. Η στροβιλώδης ροή σε έναν πετρελαιαγωγό δημιουργεί μεγάλη τριβή. Τεράστια χρηματικά ποσά επενδύονται από το κράτος και από άλλες εταιρείες στη σχεδίαση αεροσκαφών, τουρμπίνων, ελίκων, υποβρυχίων και άλλων σχημάτων που κινούνται στα ρευστά. Οι ερευνητές πρέπει να μελετούν τη ροή στα αιμοφόρα αγγεία και στις βαλβίδες της καρδιάς. Μελετούν το σχήμα και την εξέλιξη των εκρήξεων. Μελετούν τους στροβίλους και τις δίνες, τις φλόγες και τα κύματα κρούσης. Θεωρητικά, η παραγωγή της ατομικής βόμβας του Δεύτερου Παγκόσμιου Πολέμου αποτελούσε πρόβλημα της πυρηνικής φυσικής. Στην πραγματικότητα, η πυρηνική φυσική είχε σχεδόν ολοκληρωθεί πριν αρχίσει αυτό το πρόγραμμα, και το ζήτημα που απασχολούσε τους επιστήμονες που συγκεντρώθηκαν στο Λος Άλαμος ήταν ένα πρόβλημα της δυναμικής των ρευστών.

Τι είναι λοιπόν ο στροβιλισμός; Είναι ένα πλέγμα διαταραχών σε όλες τις κλίμακες, η ύπαρξη μικρών δινών μέσα σε μεγάλες. Ο στροβιλισμός είναι ασταθής. Είναι έντονα σπάταλος, πράγμα

που σημαίνει ότι σκορπάει ενέργεια και δημιουργεί τριβή. Είναι κίνηση που γίνεται τυχαία. Αλλά *πώς* μεταβάλλεται η ροή από ομαλή σε στροβιλώδη; Ας υποθέσουμε πως έχουμε έναν απόλυτα ομαλό αγωγό, τέλεια προστατευμένο από δονήσεις, με μια εντελώς κανονική παροχή νερού. Πώς μπορεί μια τέτοια ροή να δημιουργήσει κάτι *τυχαίο;*

Όλοι οι κανόνες φαίνεται να καταρρέουν. Όταν η ροή είναι ομαλή (ή στρωτή), οι μικρές διαταραχές εξαφανίζονται. Αλλά περνώντας στον στροβιλισμό, οι διαταραχές αναπτύσσονται καταστροφικά. Αυτό το πέρασμα— αυτή η μετάβαση— έγινε ένα κρίσιμο μυστήριο για την επιστήμη. Το νερό ενός χειμάρρου, καθώς συναντά ένα βράχο, μετατρέπεται πίσω του σε περιστρεφόμενη δίνη, που μεγαλώνει, σπάει και συστρέφεται. Ο καπνός του τσιγάρου ανεβαίνει ομαλά από το τασάκι, επιταχύνεται μέχρι να περάσει μια κρίσιμη ταχύτητα, και μετά αρχίζει να κομματιάζεται σε δίνες. Η έναρξη του στροβιλισμού μπορεί να τραρατηρηθεί και να μετρηθεί σε εργαστηριακά πειράματα. Μπορεί να ελεγχθεί σε κάθε νέο φτερό ή έλικα, στα εργαστήρια που έχουν σήραγγες με τεχνητό άνεμο. Αλλά η φύση του παραμένει απροσδιόριστη. Παραδοσιακά, η γνώση που κερδήθηκε ήταν πάντα ειδική, όχι καθολική. Η έρευνα με τη μέθοδο «δοκιμή και σφάλμα» για το φτερό του αεροπλάνου Μπόινγκ 707 δεν προσφέρει τίποτα σ' αυτήν που γίνεται στο φτερό του μαχητικού F-16. Ακόμα και οι υπερυπολογιστές είναι σχεδόν άχρηστοι απέναντι σε μια ακανόνιστη κίνηση των ρευστών.

Κάτι ανακινεί ένα ρευστό και το διεγείρει. Το ρευστό είναι παχύρρευστο και κολλώδες, οπότε η ενέργεια διοχετεύεται προς τα έξω και, αν σταματήσουμε να το ανακινούμε, φυσιολογικά θα φτάσει σε κατάσταση ηρεμίας. Όταν το ανακινούμε, προσθέτουμε ενέργεια σε χαμηλές συχνότητες (ή μεγάλα μήκη κύματος) και το πρώτο πράγμα που θα παρατηρήσουμε είναι ότι τα μεγάλα μήκη κύματος αναλύονται σε μικρά. Σχηματίζονται δίνες και μέσα σ' αυτές μικρότερες δίνες, και καθεμιά σπαταλά την ενέργεια του ρευστού και παράγει μια χαρακτηριστική συχνότητα. Στη δεκαετία του 1930, ο Α.Ν. Κολμογκόροφ εισηγήθηκε μια μαθηματική περιγραφή που έδωσε κάποια ιδέα για το πώς αλληλοεξαρτώνται αυτές οι δίνες. Φαντάστηκε όλη την αλληλουχία της ενέργειας μέσα από όλο και μικρότερες κλίμακες μέχρι ένα όριο,

όπου οι δίνες γίνονται τόσο μικρές, ώστε απορρος>ούνται από τη δράση της σχετικά σημαντικής εσωτερικής τριβής.

Για να δώσει μια απλή περιγραφή, ο Κολμογκόροφ φαντάστηκε ότι αυτές οι δίνες γεμίζουν ολόκληρο το χώρο του ρευστού, κάνοντας το ρευστό παντού το ίδιο. Αποδείχνεται ότι αυτή η θεώρηση, η θεώρηση της ομοιογένειας, είναι λανθασμένη κι αυτό το ήξερε ακόμα και ο Πουανκαρέ σαράντα χρόνια νωρίτερα, όταν είδε στην κυματώδη επιφάνεια ενός ποταμού τις δίνες να είναι πάντα αναμειγμένες με τμήματα ομαλής ροής. Η περιδίνηση είναι τοπικό φαινόμενο. Σε κάθε κλίμακα, καθώς κοιτάζουμε από πιο κοντά ένα στρόβιλο, εμφανίζοντας νέα τμήματα ηρεμίας. Έτσι, η θεώρηση της ομοιογένειας ανρίγει το δρόμο στη θεώρηση των διαλείψεων. Όταν φανταστεί κανείς αυτή την εικόνα, μοιάζει φράκταλ, με αναμειγμένα μέσα της τμήματα αταξίας και ομοιογένειας, σε κλίμακες όλο και πιο μικρές. Επίσης, αποδείχνεται ότι αυτή η εικόνα δεν είναι απόλυτα ρεαλιστική.

Αρκετά σχετικό, αλλά πολύ, διαφορετικό, ήταν το ερώτημα τι συμβαίνει όταν αρχίζει ο στροβιλισμός. Πώς ένα ρευστό περνά το όριο από την ομαλότητα στο στροβιλισμό; Ποια ενδιάμεσα στάδια υπάρχουν πριν αναπτυχθεί πλήρως ο στροβιλισμός; Γι' αυτά τα ερωτήματα υπήρχε μια κάπως πιο έγκυρη θεωρία. Η θεωρία αυτή ήταν έργο του Λεβ Ντ. Λαντάου (Lev D. Landau) του μεγάλου σοβιετικού επιστήμονα που το σύγγραμμα του για τη δυναμική των ρευστών παραμένει κλασικό. Το μοντέλο του Λαντάου είναι μια σύνθεση «ανταγωνιζόμενων» συχνοτήτων. Όταν προσφέρουμε ενέργεια σ' ένα σύστημα, υπέθεσε ο Λαντάου, τότε εμφανίζονται νέες συχνότητες, καθεμία άσχετη με την προηγούμενη της, σαν μια χορδή βιολιού που αποκρίνεται σε μια έντονη δοξαριά εκπέμποντας μια δεύτερη ςΓυχνότητα και μετά μια τρίτη και μια τέταρτη, ώσπου ο ήχος γίνεται μια τέλεια κακοφωνία.

Κάθε υγρό ή αέριο είναι ένα σύνολο μεμονωμένων μορίων, τόσο πολλών, που μπορούμε να υποθέσουμε πως είναι άπειρα. Αν κάθε τμήμα του ρευστού κινούνταν ανεξάρτητα, τότε θα είχε άπειρες δυνατότητες, άπειρους «βαθμούς ελευθερίας» στην τεχνική γλώσσα, και οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση θα έπρεπε να έχουν άπειρες μεταβλητές. Αλλά κάθε σωματίδιο δεν κινείται ανεξάρτητα — η κίνηση του εξαρτάται πολύ από την κίνηση των γειτονικών του σωματιδίων — και σε μια ομαλή ροή

οι βαθμοί ελευθερίας μπορεί να είναι λίγοι. Κινήσεις που μπορεί να είναι πολύπλοκες παραμένουν συζευγμένες. Τμήματα που βρίσκονται κοντά παραμένουν κοντά ή παρασύρονται μακριά με έναν ομαλό, γραμμικό τρόπο που δίνει ταξινομημένες γραμμές στις φωτογραφίες των σηράγγων τεχνητού ανέμου. Τα σωματίδια στη στήλη καπνού ενός τσιγάρου ανεβαίνουν σαν ένα για μικρό μόνο χρονικό διάστημα.

Μετά εμφανίζεται μια σύγχυση, ένας κόσμος γεμάτος μυστηριώδεις άγριες κινήσεις. Κατά την άποψη του Λαντάου, αυτές οι ασταθείς νέες κινήσεις απλώς συσσωρεύονταν η μία πάνω στην άλλη, δημιουργώντας δίνες με ταχύτητες και μεγέθη διαφορετικά. Εννοιολογικά, αυτό το μοντέλο του στροβιλισμού φαινόταν να συμφωνεί με τα δεδομένα, αλλά ήταν μαθηματικά άχρηστο. Το Παράδειγμα του Λαντάου ήταν ένας τρόπος να παραμεριστεί το θέμα αξιοπρεπώς.

Φανταστείτε πως νερό κυλά μέσα σε έναν αγωγό ή γύρω από έναν κύλινδρο, με ένα ελαφρό ομαλό σφύριγμα. Αυξήστε νοερά την πίεση. Εμφανίζεται μια κανονική συχνότητα. Σαν κύμα, χτυπά ελαφρά πάνω στον αγωγό. Ανοίξτε περισσότερο τη στρόφιγγα της βρύσης. Μια δεύτερη συχνότητα εμφανίζεται που δε βρίσκεται σε συγχρονισμό με την πρώτη. Οι συχνότητες επικαλύπτονται, ανταγωνίζονται μεταξύ τους, συγκρούονται. Δημιουργούν μια τέτοια πολύπλοκη κίνηση — με τα κύματα να χτυπούν με πάταγο στα τοιχώματα, συμβάλλοντας το ένα με το άλλο — ώστε σχεδόν δεν μπορούμε να την παρακολουθήσουμε. Ανοίξτε περισσότερο τη στρόφιγγα. Τώρα εμφανίζεται μια τρίτη συχνότητα, μετά μια τέταρτη, μια πέμπτη, μια έκτη, όλες ασύμμετρες. Η ροή έχει γίνει υπερβολικά πολύπλοκη. Ίσως αυτό να είναι στροβιλισμός. Οι φυσικοί δέχτηκαν αυτή την εικόνα, κανένας όμως δεν μπορούσε να προβλέψει πότε μια αύξηση της ενέργειας θα δημιουργούσε μια νέα συχνότητα, ή ποια θα ήταν η νέα συχνότητα. Κανείς δεν είχε δει ποτέ αυτές τις συχνότητες που εμφανίζονταν με μυστηριώδη τρόπο γιατί, πράγματι, κανείς δεν είχε ελέγξει ποτέ τη θεωρία του Λαντάου για το πέρασμα στο στροβιλισμό.

ΟΙ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΙ ΕΚΤΕΛΟΥΝ νοητικά πειράματα. Οι πειραματικοί χρησιμοποιούν και τα χέρια τους. Οι θεωρητικοί είναι δια-

νοητές, οι πειραματικοί είναι χειροτέχνες. Ο θεωρητικός δε χρειάζεται συνεργάτες. Ο πειραματικός πρέπει να μαζεύει απόφοιτους σπουδαστές, να κολακεύει μηχανουργούς, να καλοπιάνει βοηθούς εργαστηρίων. Ο θεωρητικός δουλεύει σε έναν ιδανικό χώρο, χωρίς φασαρία και σκόνη. Ο πειραματικός αναπτύσσει μια οικειότητα με την ύλη, όπως ο γλύπτης με τον πηλό, δουλεύοντας την, δίνοντας της σχήμα, εξημερώνοντας την. Ο θεωρητικός φαντάζεται τους συντρόφους του όπως ένας απλοϊκός Ρωμαίος πλάθει με τη φαντασία του την ιδανική Ιουλιέτα του. Οι ερωτικοί σύντροφοι του πειραματιστή ιδρώνουν, γκρινιάζουν και βωμολοχούν.

Ο ένας χρειάζεται τον άλλο, αλλά οι δυο αυτές κατηγορίες επιστημόνων ανέχονται μια ορισμένη αδικία στις μεταξύ τους σχέσεις, κάτι που απέμεινε από εκείνη την εποχή που ο κάθε επιστήμονας ήταν και τα δύο. Οι καλύτεροι πειραματικοί έχουν ακόμα μέσα τους κάτι από τον θεωρητικό, το αντίθετο όμως δεν ισχύει. Τελικά, το γόητρο βρίσκεται σχεδόν ολόκληρο στην πλευρά των θεωρητικών. Ειδικά στη φυσική των υψηλών ενεργειών, η δόξα πηγαίνει στους θεωρητικούς, ενώ οι πειραματικοί έχουν γίνει τεχνικοί με υψηλή ειδίκευση, που χειρίζονται ακριβό και πολύπλοκο εξοπλισμό. Τις πρώτες δεκαετίες μετά το Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο, καθώς η φυσική έφτασε να εξισώνεται με τη μελέτη των στοιχειωδών σωματιδίων, τα καλύτερα πειράματα που δημοσιεύτηκαν ήταν εκείνα που εκτελούνταν με επιταχυντές σωματιδίων. Το σπιν, η συμμετρία, το χρώμα, το άρωμα ήταν γοητευτικές αφαιρέσεις. Για τους περισσότερους μη ειδικούς που παρακολουθούσαν τις θετικές επιστήμες και για κάμποσους επιστήμονες, η φυσική *ήταν* η μελέτη των ατομικών σωματιδίων. Αλλά η μελέτη όλο και μικρότερων σωματιδίων, σε μικρότερες κλίμακες χρόνου, σήμαινε όλο και υψηλότερα επίπεδα ενέργειας. Έτσι, καθώς περνούσαν τα χρόνια, για την εκτέλεση καλών πειραμάτων χρειαζόταν όλο και περισσότερος εξοπλισμός, και η φύση του πειραματισμού άλλαζε για τα καλά στη σωματιδιακή φυσική. Ο τομέας αυτός γέμιζε κόσμο διότι τα μεγάλα πειράματα ευνοούσαν την ομαδική εργασία. Τα άρθρα που είχαν θέματα από τη σωματιδιακή φυσική στο περιοδικό *Physical Review Letters* συχνά ξεχώριζαν για τούτο: ο κατάλογος των συγγραφέων έπιανε μόνιμα σχεδόν ένα τέταρτο της σελίδας.

Μερικοί πειραματικοί ωστόσο προτιμούσαν να εργάζονται μόνοι τους ή δυο δυο. Δούλευαν με θέματα που ήταν απτά. Ενώ πεδία όπως η υδροδυναμική είχαν χάσει το γόητρο τους, η φυσική στερεάς κατάστασης είχε κερδίσει, επεκτείνοντας στο τέλος την επικράτεια της αρκετά, ώστε να χρειάζεται ένα πιο συγκεκριμένο όνομα: «φυσική συμπυκνωμένης ύλης». Στη φυσική της συμπυκνωμένης ύλης, ο εξοπλισμός ήταν πιο απλός. Το χάσμα ανάμεσα στους θεωρητικούς και τους πειραματικούς έγινε πιο μικρό. Οι θεωρητικοί εκδήλωναν λιγότερο σνομπισμό, οι πειραματικοί τηρούσαν λιγότερο αμυντική στάση.

Παρ' όλα αυτά, οι απόψεις τους διέφεραν. Για έναν θεωρητικό, ήταν κάτι εντελώς φυσικό να διακόψει τη διάλεξη ενός πειραματικού για να ρωτήσει: Δε θα ήταν πιο πειστικά όλα αυτά αν υπήρχαν περισσότερες μετρήσεις; Δεν είναι λίγο μπερδεμένη αυτή η γραφική παράσταση; Εκείνοι οι αριθμοί δε θα 'πρεπε να εκτείνονται πάνω και κάτω από την κλίμακα κατά λίγες ακόμα τάξεις μεγέθους;

Και αντίστροφα, ήταν κάτι εντελώς φυσικό για τον Χάρρυ Σουίννεϋ (Harry Swinney) να σηκωθεί με όλο του το μπόι (κάπου 1,67) και να πει, με τη γοητεία που του έδινε η καταγωγή του από τη Λουιζιάνα, μαζί με τη νεοϋορκέζικη οξυθυμία που είχε αποχτήσει στο μεταξύ: «Αυτό είναι αλήθεια, αν έχεις απεριόριστο πλήθος μετρήσεων χωρίς θόρυβο». Και γυρίζοντας σαρκαστικά πίσω, με την πλάτη προς τον πίνακα, να προσθέσει: «Στην πραγματικότητα έχεις ένα περιορισμένο πλήθος μετρήσεων με θόρυβο».

Ο Σουίννεϋ πειραματιζόταν με την ύλη. Γι' αυτόν, το σημείο καμπής είχε φτάσει όταν ήταν φοιτητής στο Πανεπιστήμιο Τζον Χόπκινς. Ο ενθουσιασμός του για τη σωματιδιακή φυσική ήταν μεγάλος. Ο εμπνευσμένος Μάρρεϋ Τζελ-Μαν πήγε κάποτε και έδωσε μια διάλεξη, και ο Σουίννεϋ μαγεύτηκε. Αλλά όταν κοίταξε τι έκαναν οι φοιτητές, διαπίστωσε ότι όλοι έγραφαν προγράμματα υπολογιστών ή έκαναν ηλεκτροσυγκόλληση σε θαλάμους σπινθήρων. Τότε άρχισε να συζητά με έναν μεγαλύτερο σε ηλικία φυσικό που ξεκινούσε μια δουλειά πάνω στις αλλαγές φάσεων — μεταβολές από στερεό σε υγρό, από μη μαγνητικό σε μαγνητικό, από αγωγούς σε υπεραγωγούς. Μέσα σε λίγο χρόνο ο Σουίννεϋ είχε ένα άδειο δωματιάκι, πολύ μικρό, αλλά δικό του.

Πήρε έναν κατάλογο μηχανημάτων και άρχισε να παραγγέλνει. Γρήγορα απόχτησε ένα τραπέζι, ένα λέιζερ, έναν ψυκτικό εξοπλισμό και μερικά μετρητικά όργανα. Σχεδίασε μια συσκευή για να μετρά τη θερμική αγωγιμότητα του διοξειδίου του άνθρακα γύρω από το κρίσιμο σημείο, όπου από ατμός μετατρεπόταν σε υγρό. Οι περισσότεροι πίστευαν ότι η θερμική αγωγιμότητα μεταβαλλόταν πολύ λίγο. Ο Σουίννεϋ διαπίστωσε ότι μεταβαλλόταν κατά έναν παράγοντα 1.000. Ήταν εκπληκτικό! Μόνος σε ένα μικρό δωμάτιο, ανακάλυπτε κάτι που κανένας άλλος δεν ήξερε. Είδε το απόκοσμο φως που εκπέμπει ο ατμός, οποιοσδήποτε ατμός, κοντά στο κρίσιμο σημείο, το φως που ονομαζόταν «οπαλλισμός», επειδή η απαλή σκέδαση των ακτινών δίνει την άσπρη λάμψη του οπαλλίου.

Όπως συμβαίνει σε μεγάλο βαθμό και στο ίδιο το χάος, οι αλλαγές φάσεων έχουν ένα είδος μακροσκοπικής συμπεριφοράς που φαίνεται δύσκολο να προβλεφτεί με την παρατήρηση των μικροσκοπικών λεπτομερειών. Όταν ένα στερεό θερμαίνεται, τα μόρια του ταλαντώνονται εντονότερα λόγω της πρόσθετης ενέργειας. Ωθούνται προς τα έξω ενάντια στους δεσμούς των και αναγκάζουν την ουσία να διασταλεί. Όσο περισσότερη είναι η θερμότητα, τόσο μεγαλύτερη είναι και η διαστολή. Ωστόσο, σε μια ορισμένη θερμοκρασία και πίεση, η μεταβολή γίνεται ξαφνική και ασυνεχής. Ένα σκοινί έχει τεντωθεί, τώρα σπάει. Η κρυσταλλική μορφή καταστρέφεται και τα μόρια απομακρύνονται το ένα από το άλλο. Υπακούουν στους νόμους των ρευστών που δε θα μπορούσαν ποτέ να προκύψουν από τη μελέτη του στερεού. Ενώ η μέση ενέργεια των ατόμων έχει μεταβληθεί ελάχιστα, το υλικό — που τώρα είναι ένα υγρό ή ένας μαγνήτης ή ένας υτρεραγωγός — έχει μπει σε μια νέα φάση.

Ο Γκύντερ Άλερς (Gunter Ahlers), στα εργαστήρια Μπελ της AT&T στο Νιου Τζέρσεϋ, είχε μελετήσει τη λεγόμενη υπερρευστή μετάβαση στο υγρό ήλιο, κατά την οποία, καθώς η θερμοκρασία μειώνεται, το υλικό γίνεται κάτι σαν μαγικό ρέον υγρό, χωρίς καμία παρατηρήσιμη εσωτερική ή άλλη τριβή. Άλλοι επιστήμονες είχαν μελετήσει την υπεραγωγιμότητα. Ο Σουίννεϋ είχε μελετήσει το κρίσιμο σημείο στο οποίο η ύλη μεταβάλλεται από υγρό σε αέριο και αντίστροφα. Ο Σουίννεϋ, ο Άλερς, ο Πιερ Μπερζέ (Pierre Berge), ο Τζέρρυ Γκόλλουμπ (Jerry Gollub),

ο Μάρτσιο Τζίλιο (Marzio Giglio) — όλοι αυτοί οι πειραματικοί καθώς και άλλοι από τις Ηνωμένες Πολιτείες, τη Γαλλία και την Ιταλία, ακολουθώντας τη νέα παράδοση να εξερευνούν αλλαγές φάσεων, άρχισαν από τα μέσα της δεκαετίας του 1970 να αναζητούν νέα προβλήματα. Με όση λεπτομέρεια μαθαίνει ένας ταχυδρόμος όλα τα σοκάκια της γειτονιάς, αυτοί είχαν μάθει τα ειδικά σήματα των ουσιών όταν μετέβαλλαν τη θεμελιώδη τους κατάσταση. Είχαν μελετήσει το χείλος του γκρεμού πάνω στο οποίο ισορροπούσε η ύλη.

Η πορεία της έρευνας στις αλλαγές φάσεων είχε προχωρήσει μέσα από την αναλογία: μια αλλαγή φάσης από μη μαγνητικό σε μαγνητικό υλικό αποδειχνόταν *ανάλογη* με την αλλαγή φάσης από υγρό σε ατμό. Η αλλαγή φάσης από ρευστό σε υπερρευστό αποδειχνόταν *ανάλογη* με τη αλλαγή φάσης από αγωγό σε υπεραγωγό. Τα μαθηματικά ενός πειράματος εφαρμόζονταν σε πολλά άλλα πειράματα. Ως το τέλος της δεκαετίας του 1970 το πρόβλημα σε μεγάλο βαθμό είχε λυθεί. Ένα ερώτημα που παρέμενε όμως ήταν πόσο μπορούσε να επεκταθεί η θεωρία. Ποιες ήταν οι άλλες μεταβολές στη φύση, που όταν εξετάζονταν από κοντά, θα αποδείχνονταν αλλαγές φάσεων;

Η ιδέα να εφαρμοστούν στη ροή των ρευστών οι τεχνικές που χρησιμοποιούνταν στις αλλαγές φάσεων δεν ήταν ούτε η πιο πρωτότυπη ούτε η πιο ευνόητη. Δεν ήταν η πιο πρωτότυπη γιατί οι μεγάλοι πρωτοπόροι στην υδροδυναμική, ο Ρέυνολντς (Reynolds), ο Ρέυλι (Rayleigh) και οι μεταγενέστεροι τους στις αρχές του 20ού αιώνα, είχαν ήδη παρατηρήσει ότι ένα προσεκτικά ελεγχόμενο πείραμα ρευστών παράγει μια μεταβολή στην ποιότητα της κίνησης — με μαθηματικούς όρους ένα σημείο διακλάδωσης. Αν, για παράδειγμα, θερμάνουμε τον πυθμένα ενός δοχείου που περιέχει υγρό, αυτό θα περάσει ξαφνικά από την ακινησία στην κίνηση. Οι φυσικοί έμπαιναν στον πειρασμό να υποθέσουν ότι ο φυσικός χαρακτήρας αυτού του σημείου διακλάδωσης έμοιαζε με τις μεταβολές που τοποθετούνταν κάτω από την επικεφαλίδα: αλλαγές φάσεων.

Δεν ήταν το πιο ευνόητο πείραμα γιατί, σε αντίθεση με τις πραγματικές αλλαγές φάσεων, αυτές οι διακλαδώσεις του ρευστού δεν προκαλούσαν καμία μεταβολή στη φάση της ουσίας. Αντίθετα, πρόσθεταν ένα νέο στοιχείο: την κίνηση. Ένα ακίνη-

το υγρό γίνεται υγρό που κινείται. Γιατί πρέπει τα μαθηματικά μιας τέτοιας μεταβολής να αντιστοιχούν στα μαθηματικά ενός αερίου που υγροποιείται;

ΤΟ 1973 Ο ΣΟΥΙΝΝΕΥ δίδασκε στο κολέγιο της πόλης της Νέας Υόρκης. Ο Τζέρρυ Γκόλλουμπ, ένας σοβαρός και ζωηρός απόφοιτος του Χάρβαρντ, δίδασκε στο Χάβερφορντ. Το Χάβερφορντ, ένα ήρεμο και ειδυλλιακό κολέγιο γενικών σπουδών κοντά στη Φιλαδέλφεια, δε θεωρούνταν καθόλου ιδανικός χώρος για έναν φυσικό. Δεν είχε απόφοιτους σπουδαστές που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν ως βοηθοί στα εργαστήρια και να επωφεληθεί κι αυτός απ' τη γόνιμη σχέση διδάσκοντος-διδασκομένου. Του Γκόλλουμπ όμως του άρεσε να διδάσκει σε φοιτητές κι έτσι άρχισε σιγά σιγά να μετατρέπει το τμήμα φυσικής του κολεγίου σε ένα κέντρο που έγινε πλατιά γνωστό για την ποιότητα των πειραματικών εργασιών του. Εκείνον το χρόνο, ο Γκόλλουμπ πήρε μια εξάμηνη εκπαιδευτική άδεια και πήγε στη Νέα Υόρκη να συνεργαστεί με τον Σουίννεϋ.

Οι δύο άντρες, έχοντας στο μυαλό τους τις αναλογίες ανάμεσα στις αλλαγές φάσεων και στις αστάθειες των ρευστών, αποφάσισαν να εξετάσουν ένα κλασικό σύστημα υγρού, περιορισμένο ανάμεσα σε δύο κατακόρυφους κυλίνδρους. Ο ένας κύλινδρος περιστρεφόταν μέσα στον άλλο, παρασύροντας μαζί του το υγρό. Η ροή του συστήματος περιοριζόταν ανάμεσα στις δυο επιφάνειες. Με τον τρόπο αυτό, εμποδίζονταν πιθανές κινήσεις του υγρού που εμφανίζονται στον ανοιχτό χώρο. Οι περιστρεφόμενοι κύλινδροι δημιουργούσαν αυτό που ήταν γνωστό ως ροή Κουέτ-Τέυλορ (Couette-Taylor). Καθώς η περιστροφή αρχίζει και επιταχύνεται, παρουσιάζεται η πρώτη αστάθεια: το υγρό σχηματίζει ένα κομψό σχήμα που μοιάζει με στοιβαγμένες σαμπρέλες· γύρω από τον κύλινδρο εμφανίζονται ζώνες σαν λουκουμάδες, ο ένας πάνω στον άλλο. Ένα ελάχιστο τμήμα του ρευστού περιστρέφεται όχι μόνο δεξιά αριστερά, αλλά επίσης πάνω και κάτω και μέσα και έξω από τους λουκουμάδες. Αυτό ήταν ήδη αρκετά γνωστό. Ο Τζ.Ι. Τέυλορ (G.I. Taylor) το είχε δει και το είχε μετρήσει το 1923.

Ο Σουίννεϋ και ο Γκόλλουμπ, για να μελετήσουν τη ροή Κουέτ δημιούργησαν μια συσκευή που μπορούσε να τοποθετηθεί πά-

νω σε ένα τραπέζι. Αποτελούνταν από έναν εξωτερικό γυάλινο κύλινδρο στο μέγεθος του κουτιού που περιέχει μπαλάκια τένις, με ύψος τριάντα και πλάτος πέντε εκατοστά. Ένας κύλινδρος από ατσάλι ήταν καλά τοποθετημένος στο εσωτερικό του, αφήνοντας για το νερό τον ενδιάμεσο χώρο φάρδους τριών χιλιοστών. «Ηταν πολύ απλή κατασκευή», είπε ο Φρίμαν Ντάισον, ένας από τους πολλούς απρόσμενους διακεκριμένους επιστήμονες που πήγαν να δουν τη συσκευή κατά τους μήνες που ακολούθησαν. «Αυτοί οι δύο κύριοι σε ένα στενάχωρο εργαστηριάκι, ουσιαστικά χωρίς χρήματα, έκαναν ένα θαυμάσιο πείραμα. Ήταν η αρχή της σωστής ποσοτικής δουλειάς πάνω στο στροβιλισμό».

Ο Σουίννεϋ και ο Γκόλλουμπ είχαν την πρόθεση να κάνουν

ΡΟΗ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΥΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥΣ. Η ροή νερού ανάμεσα σε δύο κυλίνδρους έδωσε στον Χάρρυ Σουίννεϋ και τον Τζέρρυ Γκόλλουμπ έναν τρόπο να μελετήσουν την έναρξη του στροβιλισμού. Καθώς ο ρυθμός περιστροφής αυξάνεται, η δομή γίνεται πολυπλοκότερη. Αρχικά το νερό σχηματίζει μια χαρακτηριστική μορφή ροής που μοιάζει με στοιβαγμένους λουκουμάδες. Μετά αυτοί αρχίζουν να κυματίζουν. Οι φυσικοί χρησιμοποίησαν λέιζερ για να μετρήσουν τη μεταβαλλόμενη ταχύτητα του νερού με την εμφάνιση κάθε νέας αστάθειας.

ένα αποδεκτό επιστημονικό έργο, που θα τους πρόσφερε κάποια αναγνώριση της δουλειάς τους και μετά θα ξεχνιόταν. Σκόπευαν να επιβεβαιώσουν την ιδέα του Λαντάου για την έναρξη του στροβιλισμού. Οι ίδιοι δεν είχαν λόγο να αμφιβάλλουν γι' αυτή. Ήξεραν ότι οι επιστήμονες της δυναμικής των ρευστών πίστευαν στην εικόνα του Λαντάου. Ως φυσικών τους άρεσε η ιδέα γιατί απέδιδε τη γενική εικόνα των αλλαγών φάσεων, και ο Λαντάου ο ίδιος είχε δώσει το πιο λειτουργικό αρχικό πλαίσιο για τη μελέτη των αλλαγών φάσεων, στηριγμένος στη διαίσθηση του ότι τέτοια φαινόμενα θα πρέπει να υπακούουν σε καθολικούς νόμους, με κανονικότητες που ξεπερνούν τις διαφορές που οφείλονται σε συγκεκριμένες ουσίες. Όταν ο Χάρρυ Σουίννεϋ μελέτησε το κρίσιμο σημείο μετάβασης του διοξειδίου του άνθρακα από υγρό σε ατμό, το έκανε με την πεποίθηση του Λαντάου ότι τα ευρήματα του θα μεταφέρονταν στην ανάλογη περίπτωση του ευγενούς αερίου ξένον — και πράγματι έτσι ήταν. Γιατί να μην αποδειχνόταν ότι ο στροβιλισμός είναι μια συνεχής συσσώρευση συγκρουόμενων συχνοτήτων σε ένα κινούμενο ρευστό;

Ο Σουίννεϋ και ο Γκόλλουμπ προετοιμάζονταν να αντιμετωπίσουν την ακαταστασία των κινούμενων ρευστών, με ένα οπλοστάσιο απλών πειραματικών τεχνικών, που είχαν αναπτυχθεί μέσα από χρόνια μελέτης των αλλαγών φάσεων, στις πιο λεπτές συνθήκες. Είχαν τέτοιους τρόπους εκτέλεσης των πειραμάτων και τέτοιον εξοπλισμό για τις μετρήσεις, που ένας επιστήμονας της δυναμικής των ρευστών δεν μπορούσε ποτέ να φανταστεί. Για να εξετάσουν τα κυλιόμενα ρεύματα υγρού, χρησιμοποίησαν φως λέιζερ. Μια δέσμη του, καθώς θα περνούσε μέσα από το νερό, θα προκαλούσε εκτροπή, ή σκέδαση, που θα μπορούσε να μετρηθεί με μια τεχνική που λεγόταν συμβολομετρία λέιζερ ντόπλερ. Και τη ροή των δεδομένων μπορούσε να την αποθηκεύσει και να την επεξεργαστεί ένας υπολογιστής — συσκευή που το 1975 σπάνια υπήρχε σε εργαστηριακά πειράματα.

Ο Λαντάου είχε πει ότι, καθώς θα αυξανόταν η ροή, θα εμφανίζονταν νέες συχνότητες, μία κάθε φορά. «Το διαβάσαμε αυτό», θυμήθηκε ο Σουίννεϋ, «και είπαμε, ωραία, θα παρατηρούμε τις μεταβάσεις τη στιγμή που θα εμφανίζονται αυτές οι συχνότητες. Παρατηρούσαμε λοιπόν, και σίγουρα υπήρχε μια πρώτη καλά προσδιορισμένη μετάβαση. Επιταχύνοντας και επιβραδύνοντας

την περιστροφή του κυλίνδρου, βρισκόμασταν εναλλάξ πριν και μετά από τη μετάβαση. Διαπιστώναμε ότι πράγματι ήταν πολύ καλά προσδιορισμένη».

Όταν άρχισαν να καταγράφουν τα αποτελέσματα, ο Σουίννεϋ και ο Γκόλλουμπ βρέθηκαν αντιμέτωποι με ένα πρόβλημα «επιστημονικής κοινωνιολογίας», τη διαχωριστική γραμμή ανάμεσα στο πεδίο της φυσικής και το πεδίο της δυναμικής των ρευστών. Η γραμμή αυτή είχε ορισμένα ζωντανά χαρακτηριστικά. Συγκεκριμένα, καθόριζε ποια γραφειοκρατία μέσα στο Εθνικό Ίδρυμα Επιστημών αποφάσιζε την οικονομική τους επιδότηση. Προς το τέλος της δεκαετίας του 1980, ένα πείραμα Κουέτ-Τέυλορ ήταν πάλι φυσική, αλλά το 1973 ήταν καθαρά μόνο δυναμική των ρευστών. Γι' αυτούς που ήταν εξοικειωμένοι με τη δυναμική των ρευστών, οι πρώτοι αριθμοί που βγήκαν από αυτό το μικρό εργαστήριο του κολεγίου ήταν ύποπτα σαφείς. Οι επιστήμονες της δυναμικής των ρευστών δεν τους πίστευαν. Δεν ήταν συνηθισμένοι σε πειράματα με την ακρίβεια που χαρακτηρίζει τις αλλαγές φάσεων. Επιπλέον, από την άποψη της δυναμικής των ρευστών, το θεωρητικό πλαίσιο ενός τέτοιου πειράματος ήταν δύσκολο να διαπιστωθεί. Την επόμενη φορά που ο Σουίννεϋ και ο Γκόλλουμπ προσπάθησαν να πάρουν χρήματα από το Εθνικό Ίδρυμα Επιστημών, η αίτηση τους απορρίφθηκε. Μερικοί κριτές δεν πίστεψαν τα αποτελέσματα τους και άλλοι είπαν ότι δεν ήταν τίποτα καινούριο.

Αλλά το πείραμα δε σταμάτησε. «Η μετάβαση ήταν πολύ καλά προσδιορισμένη», είπε ο Σουίννεϋ. «Ηταν καταπληκτικό. Στη συνέχεια προχωρήσαμε να αναζητήσουμε την επόμενη».

Τότε, η ακολουθία που είχε περιγράψει ο Λανΐάου χάθηκε. Το πείραμα δεν επιβεβαίωσε τη θεωρία. Στην επόμενη μετάβαση η ροή μεταπήδησε σε μια πολύπλοκη κατάσταση, χωρίς καθόλου διακριτούς κύκλους, χωρίς νέες συχνότητες, χωρίς βαθμιαία εξέλιξη της πολυπλοκότητας. «Αυτό που διαπιστώσαμε ήταν ότι το φαινόμενο γινόταν χαοτικό». Λίγους μήνες αργότερα, ένας λεπτός, πολύ γοητευτικός Βέλγος εμφανίστηκε στην πόρτα του εργαστηρίου τους.

Ο ΝΤΑΒΙΝΤ ΡΟΥΕΛ (David Ruelle) έλεγε μερικές φορές ότι υπήρχαν δύο είδη φυσικών επιστημόνων, αυτοί που ωρίμαζαν λύ-

νοντας ραδιόφωνα — ήταν μια εποχή πριν από τη στερεά κατάσταση, όταν μπορούσε κανείς ακόμα να βλέπει τα σύρματα και τις λυχνίες κενού που εξέπεμπαν πορτοκαλί χρώμα και να φαντάζεται πώς γίνεται η ροή των ηλεκτρονίων — και εκείνοι που έπαιζαν με όργανα χημείας. Ο Ρουέλ έπαιζε με όργανα χημείας, ή μάλλον όχι ακριβώς με όργανα σύμφωνα με την έννοια που πήρε αργότερα η λέξη στην Αμερική, αλλά με χημικά— εκρηκτικά ή δηλητηριώδη— που του τα έδινε ευχαρίστως ο φαρμακοποιός στην ιδιαίτερη πατρίδα του, το βόρειο Βέλγιο, κι αυτός τα ανακάτευε, τα ανατάραζε, τα θέρμαινε, τα κρυσταλλοποιούσε και μερικές φορές τους έβαζε ακόμα και φωτιά. Ο Ρουέλ είχε γεννηθεί στη Γάνδη το 1935 και ήταν γιος ενός καθηγητή της γυμναστικής και μιας γλωσσολόγου καθηγήτριας πανεπιστημίου. Παρόλο που έκανε καριέρα σε μια αφηρημένη περιοχή της επιστήμης, αισθανόταν πάντα μια έλξη για την επικίνδυνη πλευρά της φύσης που έκρυβε τα μυστικά της σε κρυπτογαμικά μηκυτοειδή μανιτάρια ή στο νίτρο, στο θείο ή στο κάρβουνο.

Ωστόσο, η μεγάλη συνεισφορά του Ρουέλ στην εξερεύνηση του χάους σημειώθηκε στη μαθηματική φυσική. Από το 1970 είχε πάει στο Ινστιτούτο Ανωτέρων Επιστημονικών Σπουδών (Institut des Hautes Etudes Scientifiques), ένα ινστιτούτο έξω από το Παρίσι που είχε οργανωθεί με πρότυπο το Ινστιτούτο Ανωτέρων Σπουδών του Πρίνστον. Είχε ήδη αρχίσει αυτό που αργότερα έγινε συνήθεια ζωής, δηλαδή να εγκαταλείπει κατά καιρούς το Ινστιτούτο και την οικογένεια του και να κάνει μόνος του ταξίδια, εβδομάδες ολόκληρες, σε αγριότοπους της Ισλανδίας και στο ύπαιθρο του Μεξικού, κουβαλώντας μόνο ένα σακίδιο στην πλάτη. Συνήθως δεν έβλεπε κανένα. Όταν συναντούσε ανθρώπους και δεχόταν τη φιλοξενία τους — ίσως ένα φαγητό με τορτίλας από καλαμπόκι, χωρίς λίπος, ζωικό ή φυτικό — ένιωθε σαν να έβλεπε τον κόσμο όπως ήταν δύο χιλιάδες χρόνια πριν. Όταν γύριζε στο Ινστιτούτο, άρχιζε πάλι την επιστημονική του ζωή, με το πρόσωπο του λίγο πιο κοκαλιάρικο, το δέρμα του τεντωμένο λίγο περισσότερο πάνω στο στρογγυλό του μέτωπο και το μυτερό του πιγούνι. Ο Ρουέλ είχε ακούσει ομιλίες του Στιβ Σμέιλ για το πέταλο και τις χαοτικές δυνατότητες των δυναμικών συστημάτων. Είχε ασχοληθεί επίσης με το στροβιλισμό των ρευστών και με την κλασική εικόνα του Λαντάου. Υποπτευό-

ταν ότι αυτές οι ιδέες είχαν κάποια σχέση μεταξύ τους — αλλά και κάποια αντίφαση.

Ο Ρουέλ δεν είχε εμπειρία με τις ροές των ρευστών, αλλά αυτό δεν τον αποθάρρυνε περισσότερο από ό,τι είχε αποθαρρύνει πολλούς πριν απ' αυτόν που είχαν αποτύχει. «Τα νέα πράγματα τα βρίσκουν πάντα οι μη ειδικοί», έλεγε. «Δεν υπάρχει σοβαρή φυσική θεωρία του στροβιλισμού. Όλα τα ερωτήματα που μπορούν να διατυπωθούν σχετικά με το στροβιλισμό είναι γενικής φύσης, και συνεπώς μπορούν να κατανοηθούν και από τους μη ειδικούς». Ήταν εύκολο να διαπιστωθεί γιατί ο στροβιλισμός αντιστεκόταν στην ανάλυση. Οι εξισώσεις της ροής των ρευστών είναι μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις, που δεν μπορούν να λυθούν εκτός από ειδικές περιπτώσεις. Ο Ρουέλ επεξεργάστηκε ακόμα μια αφηρημένη εικόνα, εναλλακτική της εικόνας του Λαντάου, διατυπωμένη στη γλώσσα του Σμέιλ, με εικόνες του χώρου που έμοιαζαν με εύπλαστο υλικό το οποίο μπορούσε να συμπιεστεί, να τεντωθεί και να διπλωθεί σε σχήματα πετάλων. Στο Ινστιτούτο έγραψε ένα άρθρο σε συνεργασία με έναν επισκέπτη ολλανδό μαθηματικό, τον Φλόρις Τάκενς (Floris Takens), και το δημοσίευσαν το 1971. Το στυλ ήταν καθαρά μαθηματικό — φυσικοί, φυλαχτείτε! — πράγμα που σήμαινε ότι οι παράγραφοι άρχιζαν με τις λέξεις *Ορισμός* ή *Πρόταση* ή *Απόδειξη,* και ακολουθούσε το αναπόφευκτο παρωθητικό: *Έστω ...*

«Πρόταση (5.2): Έστω X_μ μια οικογένεια μίας παραμέτρου Ο διανυσματικών πεδίων πάνω σε ένα χώρο Χίλμπερτ τέτοιο, ώστε...»

Παρ' όλα αυτά, ο τίτλος του άρθρου δήλωνε μια σύνδεση με τον πραγματικό κόσμο: «On the Nature of Turbulence» (Για τη Φύση του Στροβιλισμού), Kat θύμιζε σκόπιμα τον περίφημο τίτλο του Λαντάου, «On the Problem of Turbulence» (Για το Πρόβλημα του Στροβιλισμού). Ο καθαρός σκοπός των ζητημάτων που έθεταν οι Ρουέλ και Τάκενς πήγαινε πέρα από τα μαθηματικά: εννοούσαν να προσφέρουν ένα υποκατάστατο της παραδοσιακής άποψης για το πέρασμα στον στροβιλισμό. Αντί για τη συσσώρευση των συχνοτήτων που οδηγούσε σε μια απειρία ανεξάρτητων και επικαλυπτόμενων κινήσεων, αυτοί υποστήριξαν ότι μόνο τρεις ανεξάρτητες κινήσεις μπορούσαν να παραγάγουν την πλήρη πολυπλοκότητα του στροβιλισμού. Από μαθηματική

άποψη, ένα μέρος της λογικής τους αποδείχτηκε ασαφές, λαθεμένο ή δανεικό ή και τα τρία μαζί — οι γνώμες, μετά από δεκαπέντε χρόνια, ακόμα ποικίλλουν.

Αλλά η σύλληψη, τα σχόλια, οι υποσημειώσεις και η φυσική που υπήρχε στο άρθρο το έκαναν ένα αληθινό επίτευγμα. Πιο δελεαστική από όλα ήταν μια εικόνα που οι συγγραφείς ονόμασαν *παράξενο ελκυστή.* Όπως ένιωσε αργότερα ο Ρουέλ, αυτή η φράση ψυχαναλυτικά «διέγειρε συγγενείς παραστάσεις». Η συμβολή της στη μελέτη του χάους ήταν τέτοια, που αυτός και ο Τάκενς καβγάδισαν, πολιτισμένα βέβαια, για την πατρότητα της. Η αλήθεια ήταν ότι κανένας δε θυμόταν ακριβώς ποιος την είχε διαλέξει. Ο Τάκενς, ένας ψηλός ροδοκόκκινος και ασυγκράτητος Σκανδιναβός, είπε: «Ρώτησες ποτέ το Θεό αν αυτός δημιούργησε τούτο το αναθεματισμένο σύμπαν;... Εγώ δε θυμάμαι τίποτα... Συχνά δημιουργώ χωρίς να το θυμάμαι». Ο Ρουέλ, ο βασικός συγγραφέας του άρθρου, παρατήρησε ήρεμα: «ο Τάκενς έτυχε να επισκεφθεί το Ινστιτούτο. Άλλοι άνθρωποι δουλεύουν διαφορετικά. Πολλοί προσπαθούν να γράφουν ένα άρθρο εντελώς μόνοι τους κι έτσι έχουν όλη την αναγνώριση δική τους...».

Ο παράξενος ελκυστής ζει στο χώρο των φάσεων, μια από τις σημαντικότερες επινοήσεις της σύγχρονης επιστήμης. Ο χώρος των φάσεων προσφέρει έναν τρόπο μετατροπής των αριθμών σε εικόνες, παρουσιάζοντας τις ουσιαστικές πληροφορίες ενός κινούμενου συστήματος, μηχανικού ή ρευστού, και δημιουργώντας έναν εύχρηστο «οδικό» χάρτη που απεικονίζει όλες του τις δυνατότητες. Οι φυσικοί ήδη εργάζονταν με δύο πιο απλά είδη «ελκυστών»: σταθερά σημεία και οριακούς κύκλους , που παρίσταναν τη συμπεριφορά η οποία κατέληγε σε ευσταθή κατάσταση ή επαναλαμβανόταν συνεχώς.

Στο χώρο των φάσεων, η πλήρης γνώση ενός δυναμικού συστήματος μία μοναδική στιγμή του χρόνου παριστάνεται με ένα σημείο. Αυτό το σημείο *είναι* το δυναμικό σύστημα — εκείνη τη στιγμή. Την επόμενη στιγμή όμως, το σύστημα θα έχει αλλάξει, έστω και πολύ λίγο" έτσι το σημείο κινείται. Η ιστορία του χρόνου του συστήματος σχεδιάζεται από το κινούμενο σημείο, από την τροχιά του μέσα στο χώρο των φάσεων με το πέρασμα του χρόνου.

Πώς μπορεί όλη η πληροφορία σχετικά με ένα πολύπλοκο

σύστημα να αποθηκευτεί σε ένα σημείο; Αν το σύστημα έχει δύο μόνο μεταβλητές, η απάντηση είναι απλή. Προκύπτει αμέσως από την καρτεσιανή γεωμετρία της μέσης εκπαίδευσης —η μια μεταβλητή στον οριζόντιο άξονα, η άλλη στον κατακόρυφο. Αν το σύστημα είναι ένα ταλαντωνόμενο, χωρίς τριβή, εκκρεμές, η μια μεταβλητή είναι η θέση και η άλλη η ταχύτητα' αυτές μεταβάλλονται συνέχεια, δημιουργώντας μια γραμμή από σημεία με τη μορφή κύκλου, που επαναλαμβάνεται για πάντα. Το ίδιο σύστημα σε ένα υψηλότερο επίπεδο ενέργειας — με μεγαλύτερες και ταχύτερες ταλαντώσεις— σχηματίζει έναν κύκλο στο χώρο των φάσεων όμοιο με τον πρώτο αλλά μεγαλύτερο.

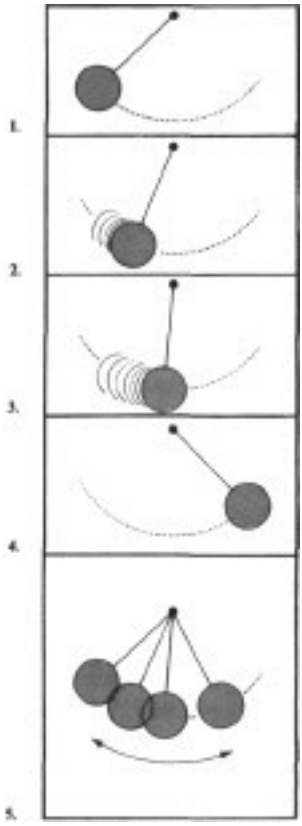
Λίγος ρεαλισμός, με τη μορφή της τριβής, αλλάζει την εικόνα. Δεν χρειάζεται να γνωρίζουμε τις εξισώσεις της κίνησης για να αντιληφθούμε την κατάληξη ενός εκκρεμούς που υπόκειται σε τριβή. Η τροχιά του πρέπει να καταλήγει σε ένα σημείο, στο κέντρο: θέση 0, ταχύτητα 0. Αυτό το κεντρικό σταθερό σημείο «έλκει» τις τροχιές. Αντί να περιστρέφονται γύρω γύρω για πάντα, κινούνται σπειροειδώς προς τα μέσα. Η τριβή καταναλώνει την ενέργεια του συστήματος, και στο χώρο των φάσεων η κατανάλωση φαίνεται σαν έλξη προς το κέντρο, από τις εξωτερικές περιοχές υψηλότερης ενέργειας στις εσωτερικές περιοχές χαμηλότερης ενέργειας. Ο ελκυστής αυτός— ο πιο απλός απ' όλους— είναι σαν σημειακός μαγνήτης, ενσωματωμένος σε ένα ελαστικό φύλλο.

Ένα πλεονέκτημα που έχουμε όταν αντιμετωπίζουμε τις καταστάσεις ως σημεία στο χώρο των φάσεων είναι ότι παρατηρούμε τις μεταβολές ευκολότερα. Ένα σύστημα που οι μεταβλητές του μεταβάλλονται συνέχεια γίνεται ένα κινούμενο σημείο, σαν μια μύγα που κινείται σε ένα δωμάτιο. Αν μερικοί συνδυασμοί των μεταβλητών δεν συμβούν ποτέ, τότε ο επιστήμονας μπορεί απλώς να φανταστεί ότι αυτό το μέρος του δωματίου βρίσκεται έξω από τα όρια. Η μύγα δεν πάει ποτέ εκεί. Αν ένα σύστημα συμπεριφέρεται περιοδικά, περνώντας συνεχώς από την ίδια κατάσταση, τότε η μύγα θα σχηματίζει ένα βρόχο περνώντας συνεχώς από την ίδια θέση του χώρου των φάσεων. Εικόνες του χώρου των φάσεων ορισμένων φυσικών συστημάτων παρουσίαζαν μορφές κίνησης που διαφορετικά δεν ήταν ορατές, όπως η υπέρυθρη φωτογραφία ενός τοπίου μπορεί να αποκαλύπτει μορφές

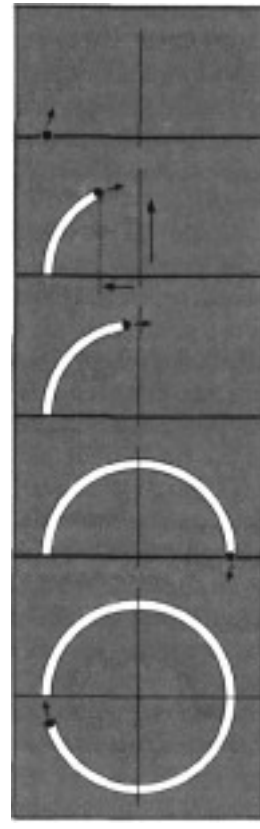
και λεπτομέρειες που πριν δεν τις αντιλαμβανόμαστε. Όταν ένας επιστήμονας κοίταζε μια εικόνα στο χώρο των φάσεων, μπορούσε να χρησιμοποιήσει τη φαντασία του για να σκεφτεί το ίδιο το σύστημα. Αυτός ο βρόχος αντιστοιχεί σε εκείνη την περιοδικότητα. Αυτή η στροφή αντιστοιχεί σε εκείνη τη μεταβολή. Αυτός ο κενός χώρος αντιστοιχεί σε εκείνο το αδύνατο— από φυσική άποψη.

Ακόμα και σε δύο διαστάσεις, οι εικόνες του χώρου των φάσεων έκρυβαν πολλές εκπλήξεις και μπορούσε κανείς εύκολα, ακόμα και με επιτραπέζιους υπολογιστές, να δείξει μερικές απ' αυτές, μετατρέποντας τις εξισώσεις σε έγχρωμες κινητές τροχιές. Μερικοί φυσικοί άρχισαν να φτιάχνουν κινηματογραφικές ταινίες και βιντεοκασέτες για να τις δείχνουν στους συναδέλφους των, και μερικοί μαθηματικοί στην Καλιφόρνια εξέδιδαν βιβλία με μια σειρά από πράσινα, μπλε και κόκκινα σχέδια σαν κόμικς — «κόμικς για το χάος» έλεγαν μερικοί συνάδελφοι τους, με κάποια κακεντρέχεια. Οι δύο διαστάσεις δεν κάλυπταν τα είδη των συστημάτων που χρειάζονταν να μελετήσουν οι φυσικοί. Έπρεπε να εμφανίζουν περισσότερες από δύο μεταβλητές κι αυτό σήμαινε περισσότερες διαστάσεις. Κάθε μέρος ενός δυναμικού συστήματος που μπορεί να κινείται ανεξάρτητα είναι μια άλλη μεταβλητή, ένας άλλος βαθμός ελευθερίας. Κάθε βαθμός ελευθερίας απαιτεί μία ακόμα διάσταση στο χώρο των φάσεων, για να εξασφαλίζεται ότι κάθε σημείο περιέχει αυτές τις πληροφορίες που προσδιορίζουν την κατάσταση του συστήματος με μοναδικό τρόπο. Οι απλές εξισώσεις που μελέτησε ο Ρόμπερτ Μέυ ήταν μονοδιάστατες — ένας αριθμός ήταν αρκετός, ένας αριθμός που μπορεί να παρίστανε τη θερμοκρασία ή τον πληθυσμό, και αυτός ο αριθμός προσδιόριζε τη θέση ενός σημείου σε μια μονοδιάστατη γραμμή. Το απογυμνωμένο σύστημα του Λόρεντζ για τη μεταφορά στα ρευστά είχε τρεις διαστάσεις, όχι γιατί το ρευστό κινούνταν στον τρισδιάστατο χώρο, αλλά γιατί χρειάζονταν τρεις αριθμοί για να προσδιορίσει κανείς την κατάσταση του ρευστού κάθε στιγμή.

Χώροι τεσσάρων, πέντε ή περισσότερων διαστάσεων βάζουν σε δοκιμασία την οπτική φαντασία ακόμα και του πιο εύστροφου τοπολόγου. Τα πολύπλοκα συστήματα όμως έχουν πολλές ανεξάρτητες μεταβλητές. Οι μαθηματικοί έπρεπε να αποδεχτούν

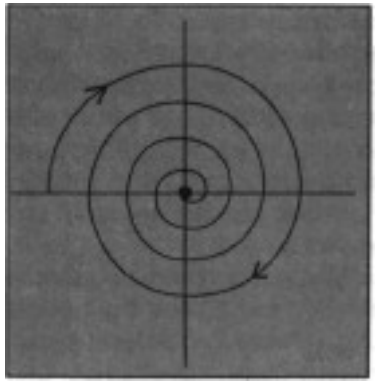


1. Η ταχύτητα είναι μηδέν, καθώς το εκκρεμές αρχίζει να ταλαντώνεται. Η θέση αντιστοιχεί σε έναν αρνητικό αριθμό που μετράει την απόσταση του εκκρεμούς από το κέντρο. 2. Οι δύο αριθμοί προσδιορίζουν ένα σημείο στο διασδιάστατο χώρο των φάσεων. 3. Η ταχύτητα παίρνει τη μέγιστη τιμή της, καθώς η θέση του εκκρεμούς περνά από το μηδέν. 4.-5. Η ταχύτητα μειώνεται πάλι στο μηδέν και μετά γίνεται αρνητική για να παραστήσει την κίνηση του εκκρεμούς προς τα αριστερά.



ΕΝΑΣ ΑΛΛΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΝΑ ΔΟΥΜΕ ΕΝΑ ΕΚΚΡΕΜΕΣ. Ένα σημείο στο χώρο των φάσεων *(δεξιά)* περιέχει όλες τις πληροφορίες σχετικά με την κατάσταση ενός δυναμικού συστήματος κάθε στιγμή *(αριστερά)*. Για ένα απλό εκκρεμές, δύο αριθμοί — ταχύτητα και θέση — είναι ό,τι χρειάζεται να ξέρει κανείς για να μελετήσει την κίνηση.

Το σημείο ακολουθεί μια τροχιά που εκφράζει τη συνεχή μακροσκοπική συμπεριφορά ενός δυναμικού συστήματος. Αν η τροχιά είναι κυκλική, σημαίνει ότι ένα σύστημα μεταβάλλεται περιοδικά. Αν η επαναλαμβανόμενη συμπεριφορά είναι ευσταθής, όπως συμβαίνει σε ένα εκκρεμές ρολόι, τότε το σύστημα επιστρέφει σ' αυτή την τροχιά ακόμα και όταν συμβούν μικρές διαταραχές. Στο χώρο των φάσεων, πορείες κοντά στην τροχιά έλκονται απ' αυτή. Η τροχιά είναι ένας ελκυστής.



Ελκυστής μπορεί να είναι και ένα σημείο. Για ένα εκκρεμές που χάνει σταθερά ενέργεια από την τριβή, όλες οι τροχιές κατευθύνονται σπειροειδώς προς τα μέσα, προς ένα σημείο που παριστάνει μια ευσταθή κατάσταση — σ' αυτή την περίπτωση, την ευσταθή κατάσταση της τέλειας ακινησίας.

το γεγονός ότι συστήματα με άπειρους βαθμούς ελευθερίας — η ελεύθερη φύση που εκφράζεται σε μια στροβιλώδη υδατόπτωση ή σε έναν ανθρώπινο εγκέφαλο — απαιτούσαν ένα χώρο φάσεων με άπειρες διαστάσεις. Αλλά ποιος μπορούσε να χειριστεί ένα τέτοιο πράγμα; Ήταν μια λερναία ύδρα, αμείλικτη και ανεξέλεγκτη, και αυτή ήταν η εικόνα του Λαντάου για το στροβιλισμό: άπειρες ταλαντώσεις, άπειροι βαθμοί ελευθερίας, άπειρες διαστάσεις.

ΕΝΑΣ ΦΥΣΙΚΌΣ είχε σοβαρούς λόγους να μην του αρέσει ένα μοντέλο που δίνει τόσο λίγες διευκρινίσεις για τη φύση. Χρησιμοποιώντας τις μη γραμμικές εξισώσεις της δυναμικής των ρευστών, οι πιο γρήγοροι υπερυπολογιστές του κόσμου αδυνατούσαν να παρακολουθήσουν με ακρίβεια μια στροβιλώδη ροή, ακόμα και στο χώρο ενός κυβικού εκατοστού, για περισσότερο από λίγα δευτερόλεπτα. Η ευθύνη γι' αυτό καταλογιζόταν περισσότερο στη φύση παρά στον Λαντάου' πάντως, και η εικόνα του Λαντάου ήταν αντίθετη με την πραγματικότητα, Καθώς δεν υπήρχε καμία γνώση, ένας φυσικός είχε δίκιο να υποψιάζεται ότι έλειπε κάποια βασική αρχή, Ο μεγάλος κβαντοθεωρητικός Ρίτσαρντ Φέυνμαν (Richard Feynman) διατύπωσε έτσι αυτό το συναίσθημα: «Πάντα με απασχολεί το γεγονός ότι, σύμφωνα με τους νόμους όπως τους καταλαβαίνουμε σήμερα, μια υπολογιστική μηχανή χρειάζεται απεριόριστο αριθμό λογικών πράξεων για να συμπεράνει τι συμβαίνει, όσο μικρός κι αν είναι ο χώρος και όσο μικρός κι αν είναι ο χρόνος. Πώς μπορούν να γίνονται όλα αυτά σε τόσο μικρό χώρο; Γιατί χρειάζεται απεριόριστη ποσότητα λογικής για να φανεί τι πρόκειται να κάνει ένα μικρό κομμάτι χώρου/χρόνου;»

Όπως τόσοι πολλοί που άρχισαν να μελετούν το χάος, έτσι και ο Νταβίντ Ρουέλ υποψιαζόταν ότι οι ορατές μορφές της στροβιλώδους ροής — αυτο-εμπλεκόμενες ρευματικές γραμμές, ελικοειδείς δίνες, σπείρες που εμφανίζονται μπροστά στα μάτια και εξαφανίζονται πάλι — πρέπει να αντανακλούν μορφές που εξηγούνται με νόμους που δεν έχουν ανακαλυφθεί ακόμα, Στο μυαλό του, η απώλεια ενέργειας σε μια στροβιλώδη ροή πρέπει να οδηγεί σε ένα είδος συστολής του χώρου των φάσεων, σε μια έλξη προς έναν ελκυστή. Ασφαλώς, ο ελκυστής δε θα είναι ένα

σταθερό σημείο, γιατί η ροή δε θα κατέληγε ποτέ σε ακινησία. Ενέργεια εισέρχεται στο σύστημα και επίσης ενέργεια χάνεται απ' αυτό. Τι άλλο είδος ελκυστή θα μπορούσε να είναι; Σύμφωνα με τη θεωρία, μόνο ένα ακόμα είδος ελκυστή, ένας περιοδικός ελκυστής ή οριακός κύκλος — μια τροχιά που τραβούσε όλες τις άλλες γειτονικές τροχιές. Αν ένα εκκρεμές ρολόι κερδίζει ενέργεια από ένα ελατήριο και τη χάνει από την τριβή — αν δηλαδή το εκκρεμές εκτελεί εξαναγκασμένη αλλά και φθίνουσα ταλάντωση — τότε η ευσταθής τροχιά στο χώρο των φάσεων που παριστάνει την κανονική ταλάντωση μπορεί να είναι ένας κλειστός βρόχος. Όποιο κι αν είναι το σημείο εκκίνησης του εκκρεμούς, θα τείνει σ' αυτή τη μοναδική τροχιά. Ή όχι; Για ορισμένες αρχικές συνθήκες — εκείνες με χαμηλή ενέργεια, οπρτε το εκκρεμές να καταλήγει σε ακινησία— το σύστημα έχει στην πραγματικότητα δύο ελκυστές, από τους οποίους ο ένας είναι κλειστός βρόχος και ο άλλος σταθερό σημείο. Κάθε ελκυστής έχει τη δική του «λεκάνη απορροής», όπως δύο γειτονικά ποτάμια δέχονται νερά από δικές τους ξεχωριστές περιοχές.

Βραχυπρόθεσμα, κάθε σημείο του χώρρυ των φάσεων μπορεί να παριστάνει μμχ πιθανή συμπεριφορά του δυναμικού συστήματος. Μακροπρόθεσμα, οι μόνες δυνατές συμπεριφορές είναι οι ίδιοι οι ελκυστές. Τα άλλα είδη κίνησης είναι μεταβατικά. Εξ ορισμρύ, οι ελκυστές είχαν τη σημαντική ιδιότητα της ευστάθειας — σε ένα πραγματικό σύστημα, όπου τα κινούμενα μέρη υπόκεινται σε κρούσεις και τραντάγματα από το θόρυβο του πραγματικού κόσμου, η κίνηση τείνει να επιστρέφει στον ελκυστή. Μια κρούση μπορεί να αλλάξει τη τροχιά για ένα σύντομο διάστημα, αλλά οι πρόσκαιρες κινήσεις που προκύπτουν τελικά σβήνουν. Ακόμα κι αν μια γάτα χτυπήσει ένα εκκρεμές ρολόι, αυτό δε θα αρχίσει να μετρά λεπτά των εξήντα δύο δευτερολέπτων. Ο στροβιλισμός σε ένα ρευστό ήταν κάτι διαφορετικό, που ποτέ δεν έδινε μια μοναδική συχνότητα αποκλείοντας τις άλλες. Ένα πολύ γνωστό χαρακτηριστικό του στροβιλισμού είναι ότι όλο το ευρύ φάσμα των δυνατών συχνοτήτων ήταν παρόν την ίδια στιγμή. Ο στροβιλισμός είναι σαν το λευκό θόρυβο ή τα παράσιτα. Μπορούσε να προκύψει ένα τέτοιο πράγμα από ένα απλό και ντετερμινιστικό σύστημα εξισώσεων;

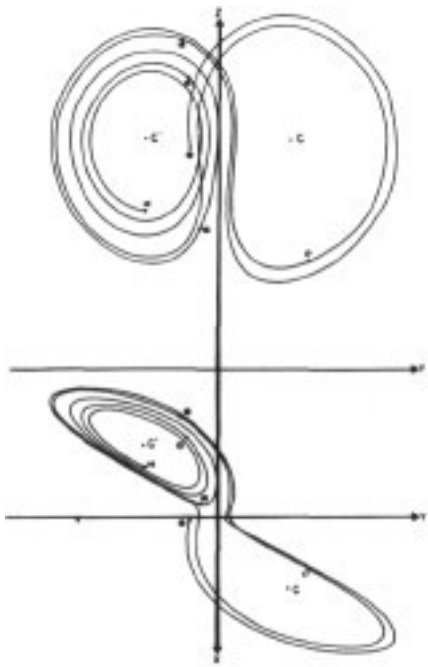
Ο Ρουέλ και ο Τάκενς αναρωτιόνταν αν κάποιο άλλο είδος

ελκυστή μπορούσε να έχει τις σωστές ιδιότητες: *να είναι ευσταθής* — να παριστάνει την τελική κατάσταση ενός δυναμικού συστήματος σε έναν κόσμο γεμάτο θόρυβο· *να έχει λίγες διαστάσεις* — μια τροχιά στο χώρο των φάσεων που μπορεί να είναι ένα ορθογώνιο ή ένα κουτί, με λίγους βαθμούς ελευθερίας· *να μην είναι περιοδικός* — να μην επαναλαμβάνεται ποτέ και να μην καταλήγει ποτέ στο σταθερό ρυθμό ταλάντωσης ενός εκκρεμούς ρολογιού. Από γεωμετρική άποψη, το ερώτημα ήταν ένας γρίφος: Τι είδους τροχιά μπορούσε να σχεδιαστεί σε έναν πεπερασμένο χώρο, ώστε να μην επαναλαμβάνει ποτέ τον εαυτό της και να μην τέμνει ποτέ τον εαυτό της — γιατί από τη στιγμή που ένα σύστημα επιστρέφει σε μια κατάσταση στην οποία είχε βρεθεί πριν, πρέπει πάντα να ακολουθεί την ίδια πορεία. Για να αναπαράγει *όλες* τις συχνότητες, η τροχιά θα έπρεπε να είναι μια γραμμή με άπειρο μήκος σε μια πεπερασμένη επιφάνεια. Με άλλα λόγια έπρεπε να είναι φράκταλ — παρ' ότι η λέξη δεν είχε επινοηθεί τότε.

Με μαθηματικούς συλλογισμούς, οι Ρουέλ και Τάκενς υποστήριξαν ότι πρέπει να υπήρχε ένα τέτοιο πράγμα. Ποτέ δεν είχαν δει ούτε και σχεδιάσει κάτι τέτοιο. Αλλά η δήλωση ήταν αρκετή. Αργότερα, σε μια ομιλία στο Διεθνές Συνέδριο των Μαθηματικών στη Βαρσοβία, και με την άνεση που του έδινε η γνώση εκ των υστέρων, ο Ρουέλ δήλωσε: «Η αντίδραση του επιστημονικού κόσμου στην πρόταση μας ήταν εντελώς ψυχρή. Συγκεκριμένα, η ιδέα ότι το συνεχές φάσμα θα μπορούσε να συνδέεται με λίγους βαθμούς ελευθερίας θεωρήθηκε αιρετική από πολλούς φυσικούς». Αλλά υπήρχαν και φυσικοί — ελάχιστοι, αυτό είναι σίγουρο — που αναγνώρισαν τη σημασία του άρθρου του 1971 και προχώρησαν στην επεξεργασία των στοιχείων του.

ΠΡΑΓΜΑΤΙ, ΑΠΟ ΤΟ 1971 η επιστημονική βιβλιογραφία περιείχε ήδη ένα μικρό σχέδιο του ακατανόητου τέρατος που οι Ρουέλ και Τάκενς προσπαθούσαν να φέρουν στη ζωή. Ο Έντουαρντ Λόρεντζ το είχε συμπεριλάβει στο άρθρο που είχε γράψει το 1963 για το ντετερμινιστικό χάος — μια εικόνα με δύο καμπύλες δεξιά, τη μία μέσα στην άλλη, και πέντε αριστερά. Για να σχεδιαστούν αυτές οι εφτά καμπύλες χρειάζονταν 500 διαδοχικοί υπολογισμοί στον υπολογιστή. Ένα σημείο που ακολου-

θούσε αυτή την τροχιά στο χώρο των φάσεων αναπαριστούσε την αργή, χαοτική περιστροφή ενός ρευστού όπως εμφανιζόταν στο μοντέλο του Λόρεντζ για τη μετάδοση της θερμότητας. Επειδή το σύστημα είχε τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές, αυτός ο ελκυστής βρισκόταν σε έναν τρισδιάστατο χώρο φάσεων. Μόλο που ο Λόρεντζ σχεδίασε ένα μόνο μέρος του, μπόρεσε να δει περισσότερα πράγματα απ' αυτά που σχεδίασε: ένα είδος διπλής σπείρας, σαν τα φτερά πεταλούδας που είχαν μπλεχτεί μεταξύ τους με απεριόριστη επιδεξιότητα. Όταν η αυξανόμενη θερμό-



ο ΠΡΩΤΟΣ ΠΑΡΑΞΕΝΟΣ ΕΛΚΥΣΤΗΣ. Το 1963, ο Έντουαρντ Λόρεντζ μπόρεσε να υπολογίσει μόνο τους πρώτους βρόχους του συστήματος των απλουστευμένων εξισώσεων του. Κατόρθωσε όμως να διακρίνει πως η αλληλοδιείσδυση των δύο σπειροειδών πτερύγων θα έπρεπε να έχει μια εξαιρετική δομή ορατή μόνο σε κλίμακες απείρως μικρότερες.

τητα του συστήματος του έσπρωχνε το ρευστό προς μια κατεύθυνση, η τροχιά παρέμενε στο δεξιό φτερό. Όταν η κίνηση σταματούσε και ακολουθούσε την αντίστροφη πορεία, η τροχιά περνούσε απέναντι στο άλλο φτερό.

Ο ελκυστής ήταν ευσταθής, είχε λίγες διαστάσεις και δεν ήταν περιοδικός. Οι γραμμές του δε διασταυρώνονταν ποτέ, γιατί αν αυτό συνέβαινε, αν δηλαδή επέστρεφε σε ένα σημείο που είχε ήδη επισκεφθεί, τότε η κίνηση θα άρχιζε να επαναλαμβάνει περιοδικά τον εαυτό της. Αυτό δε συνέβαινε ποτέ — αυτή ήταν η ομορφιά του ελκυστή. Αυτοί οι βρόχοι και οι σπείρες είχαν απεριόριστο βάθος, χωρίς ποτέ να συναντιούνται ή να τέμνονται. Επίσης, παρέμεναν πάντα σε έναν πεπερασμένο χώρο. Πώς γινόταν αυτό; Πώς μπορούν άπειροι δρόμοι να βρίσκονται σε έναν πεπερασμένο χώρο;

Την εποχή που οι εικόνες των φράκταλ του Μάντελμπροτ δεν είχαν ακόμα πλημμυρίσει την επιστημονική αγορά, ήταν δύσκολο να φανταστεί κανείς τις λεπτομέρειες κατασκευής τέτοιων σχημάτων, και ο Λόρεντζ αναγνώριζε μια «εμφανή αντίφαση» στη πρώτη του περιγραφή. «Είναι δύσκολο να εξηγήσεις την συνένωση δύο επιφανειών, που καθεμιά να περιέχει μία σπείρα, χωρίς οι δύο τροχιές να διασταυρώνονται», έγραψε. Είδε όμως μια πολύ γοητευτική απάντηση να προκύπτει από τους λίγους υπολογισμούς στον υπολογιστή του. Συνειδητοποίησε ότι, εκεί που οι σπείρες φαίνονταν να ενώνονται, οι επιφάνειες έπρεπε να διαχωρίζονται, σχηματίζοντας ξεχωριστά στρώματα όπως στο γλυκό μιλφέιγ. «Διαπιστώνουμε ότι κάθε επιφάνεια είναι στην πραγματικότητα δύο επιφάνειες, οπότε, εκεί που φαίνονται να συνενώνονται, στην πραγματικότητα υπάρχουν τέσσερις επιφάνειες. Συνεχίζοντας αυτή τη διαδικασία για μερικούς ακόμα κύκλους, διαπιστώνουμε ότι στην πραγματικότητα υπάρχουν οχτώ επιφάνειες κ.ο.κ., και καταλήγουμε ότι υπάρχει ένα άπειρο σύμπλεγμα επιφανειών, καθεμιά υπερβολικά κοντά στη μία ή στην άλλη από τις δύο επιφάνειες που ενώνονται». Δεν προκαλεί έκπληξη που οι μετεωρολόγοι το 1963 εγκατέλειψαν μια τέτοια σκέψη, ούτε που ο Ρουέλ μια δεκαετία αργότερα αισθάνθηκε κατάπληξη και αναστάτωση όταν τελικά έμαθε την εργασία του Λόρεντζ. Στα χρόνια που ακολούθησαν επισκέφθηκε μια φορά τον Λόρεντζ και έφυγε με ένα αίσθημα απογοήτευσης που δεν

είχαν μιλήσει περισσότερο για την κοινή τους επιστημονική περιοχή. Ο Λόρεντζ περιορίστηκε να θεωρήσει τη συνάντηση μια κοινωνική επαφή και επισκέφθηκαν με τις γυναίκες τους ένα μουσείο τέχνης.

Οι προσπάθειες για να προχωρήσουν οι υποδείξεις των Ρουέλ και Τάκενς ακολούθησαν δύο δρόμους. Ο ένας ήταν η θεωρητική προσπάθεια να παρουσιαστούν οπτικά οι παράξενοι ελκυστές. Ήταν ο ελκυστής του Λόρεντζ μια τυπική περίπτωση; Τι άλλα είδη σχημάτων ήταν δυνατά; Ο άλλος δρόμος ήταν μια κατεύθυνση πειραματικής δουλειάς με στόχο να επιβεβαιωθεί ή να ανατραπεί το σε μεγάλο βαθμό μη μαθηματικό άλμα που πρότεινε τη δυνατότητα εφαρμογής των παράξενων ελκυστών στο χάος μέσα στη φύση.

Στην Ιαπωνία, η μελέτη των ηλεκτρικών κυκλωμάτων που μιμούνται τη συμπεριφορά των μηχανικών ελατηρίων — αλλά είναι πολύ πιο γρήγορα — οδήγησαν τον Γιοσιζούκε Ουέντα (Yoshisuke Ueda) στην ανακάλυψη ενός εξαιρετικά όμορφου συνόλου παράξενων ελκυστών. (Αυτός συνάντησε την ανατολική εκδοχή της ψυχρότητας που είχε λυπήσει τον Ρουέλ: «Το πόρισμά σου δεν είναι τίποτα περισσότερο από μια σχεδόν περιοδική ταλάντωση. Γιατί προσπαθείς να ανακαλύψεις μια δική σου έννοια για την ευσταθή κατάσταση;») Στη Γερμανία ο Όττο Ρέσσλερ (Otto Rossler), ένας γιατρός που δεν ασκούσε το επάγγελμα και οδηγήθηκε στο χάος μέσα από το δρόμο της χημείας και της θεωρητικής βιολογίας, ξεκίνησε με την περίεργη δυνατότητα να βλέπει τους παράξενους ελκυστές ως φιλοσοφικά αντικείμενα, αφήνοντας τα μαθηματικά να ακολουθούν. Το όνομα του Ρέσσλερ συνδέθηκε με έναν ιδιαίτερα απλό ελκυστή στο σχήμα ταινίας με μια πτυχή πάνω της, ο οποίος μελετήθηκε πολύ γιατί ήταν εύκολο να σχεδιαστεί. Ο Ρέσσλερ όμως φαντάστηκε και ελκυστές με περισσότερες διαστάσεις — «ένα λουκάνικο μέσα σε ένα λουκάνικο, μέσα σε ένα λουκάνικο, μέσα σε ένα λουκάνικο», θα έλεγε «βγάλτε το, διπλώστε το, συμπιέστε το και βάλτε το πάλι πίσω». Πράγματι, το δίπλωμα και η συμπίεση του χώρου ήταν το κλειδί για την κατασκευή παράξενων ελκυστών και ίσως ένα κλειδί για τη δυναμική των πραγματικών συστημάτων από τα οποία προέκυπταν. Ο Ρέσσλερ αισθανόταν ότι αυτά τα σχήματα περιείχαν μια αρχή αυτο-οργάνωσης. Φανταζόταν έναν α-

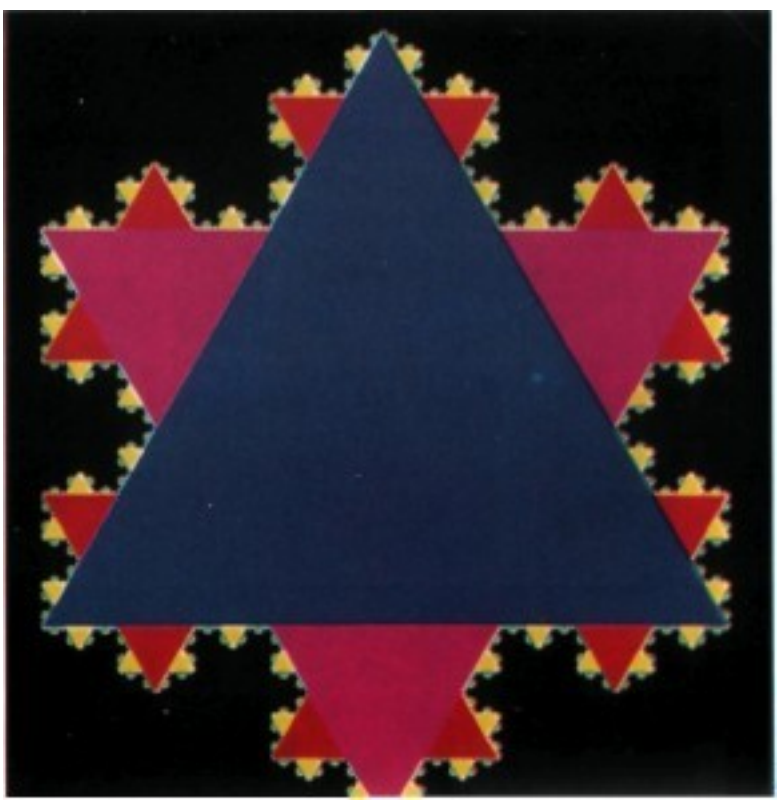
νεμοδείκτη αεροδρομίου, «έναν κωνικό σάκο με μια τρύπα στην άκρη, και ο άνεμος να ωθείται μέσα του», είπε. «Τότε ο άνεμος παγιδεύεται. Ενάντια στη θέληση της, η ενέργεια κάνει κάτι παραγωγικό, όπως ο διάβολος στη μεσαιωνική ιστορία. Η αρχή είναι ότι η φύση κάνει κάτι ενάντια στην ίδια τη θέληση της και, στο μπλέξιμο της, δημιουργεί ομορφιά».

Η δημιουργία εικόνων των παράξενων ελκυστών δεν ήταν ασήμαντη υπόθεση. Κανονικά, οι τροχιές ακολουθούσαν όλο και πιο πολύπλοκες διαδρομές μέσα από τρεις ή περισσότερες διαστάσεις, δημιουργώντας μια σκοτεινή μουντζούρα στο χώρο, με μια εσωτερική δομή που δεν μπορούσε να γίνει απέξω ορατή. Για να μετατρέψουν αυτά τα τρισδιάστατα κουβάρια σε επίπεδες εικόνες, οι επιστήμονες χρησιμοποίησαν αρχικά την τεχνική της προβολής, κατά την οποία το σχήμα που προέκυπτε αποτελούσε τη σκιά ενός ελκυστή σε μια επιφάνεια. Αλλά στις περιπτώσεις πολύπλοκων ελκυστών, η διαδικασία της προβολής απλώς μουντζουρώνει τις λεπτομέρειες δημιουργώντας έναν κυκεώνα που δεν μπορεί να αποκωδικοποιηθεί. Μια πιο αποκαλυπτική τεχνική ήταν να δημιουργηθεί μια *απεικόνιση επαναφοράς* ή *απεικόνιση Πουανκαρέ,* παίρνοντας ουσιαστικά μια φέτα από το μπερδεμένο κουβάρι του ελκυστή, αφαιρώντας μια τομή δύο διαστάσεων, όπως ο παθολόγος προετοιμάζει μια τομή ιστού για το μικροσκόπιο.

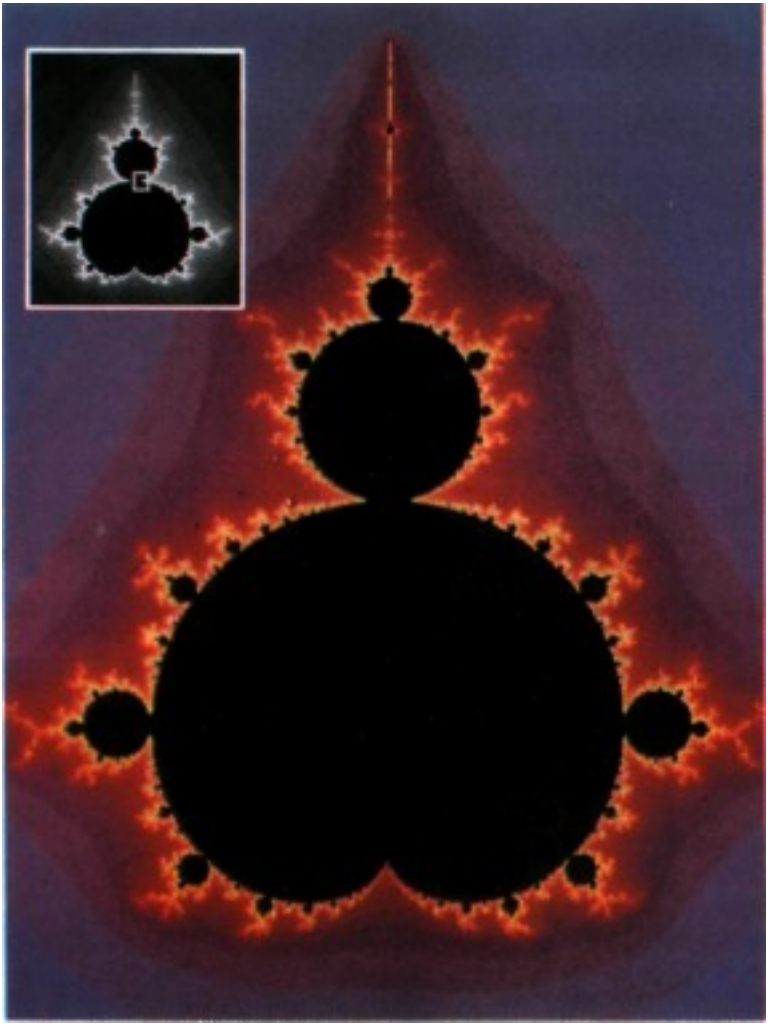
Η απεικόνιση Πουανκαρέ αφαιρεί μια διάσταση από τον ελκυστή και μετατρέπει μια συνεχή γραμμή σε ομάδα σημείων. Παριστάνοντας έναν ελκυστή στην αντίστοιχη απεικόνιση Πουανκαρέ, ένας επιστήμονας θεωρεί ότι μπορεί έμμεσα να διατηρεί την ουσία της κίνησης. Μπορεί να φανταστεί, για παράδειγμα, έναν παράξενο ελκυστή να πετά μπροστά στα μάτια του, με τις τροχιές του να πηγαίνουν πάνω και κάτω, αριστερά και δεξιά, διασχίζοντας την οθόνη του υπολογιστή του. Κάθε φορά που η τροχιά διαπερνά την οθόνη, αφήνει ένα λαμπυρίζον σημείο πάνω της, και τα σημεία είτε σχηματίζουν ένα νέφος τυχαίων σημείων είτε σχηματίζουν ένα συγκεκριμένο σχήμα.

Αυτή η διαδικασία αντιστοιχεί με τη δειγματοληπτική καταγραφή της κατάστασης ενός συστήματος— κάθε τόσο— αντί για τη συνεχή. Πότε θα γίνει η δειγματοληψία—*με ποιον τρόπο* πρέπει να πάρουμε τη φέτα ενός παράξενου ελκυστή— είναι ένα

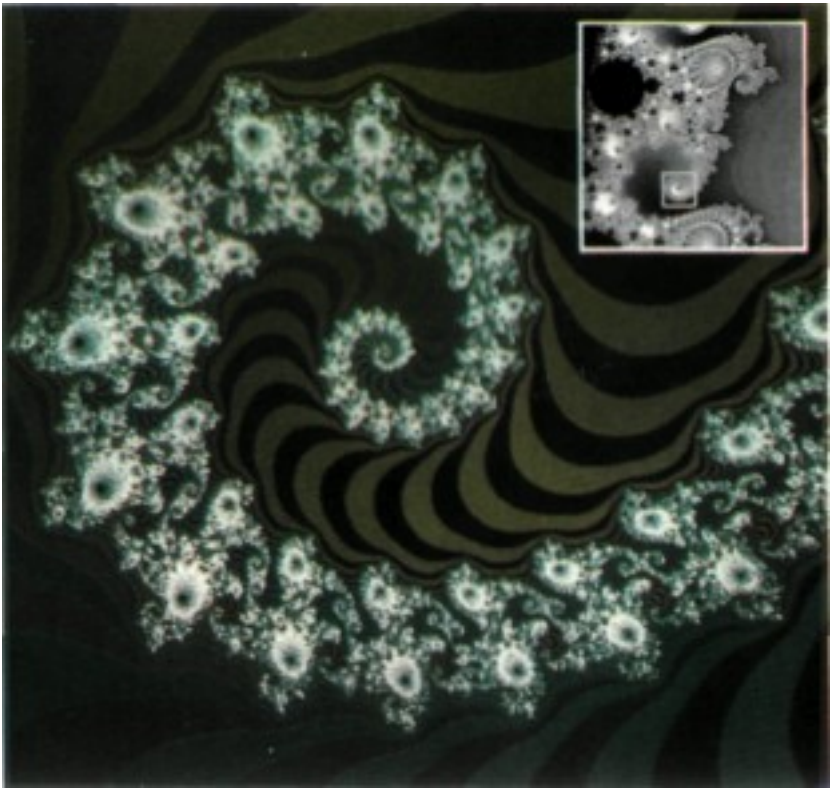
Ο ΕΛΚΥΣΤΗΣ ΤΟΥ ΛΟΡΕΝΤΖ

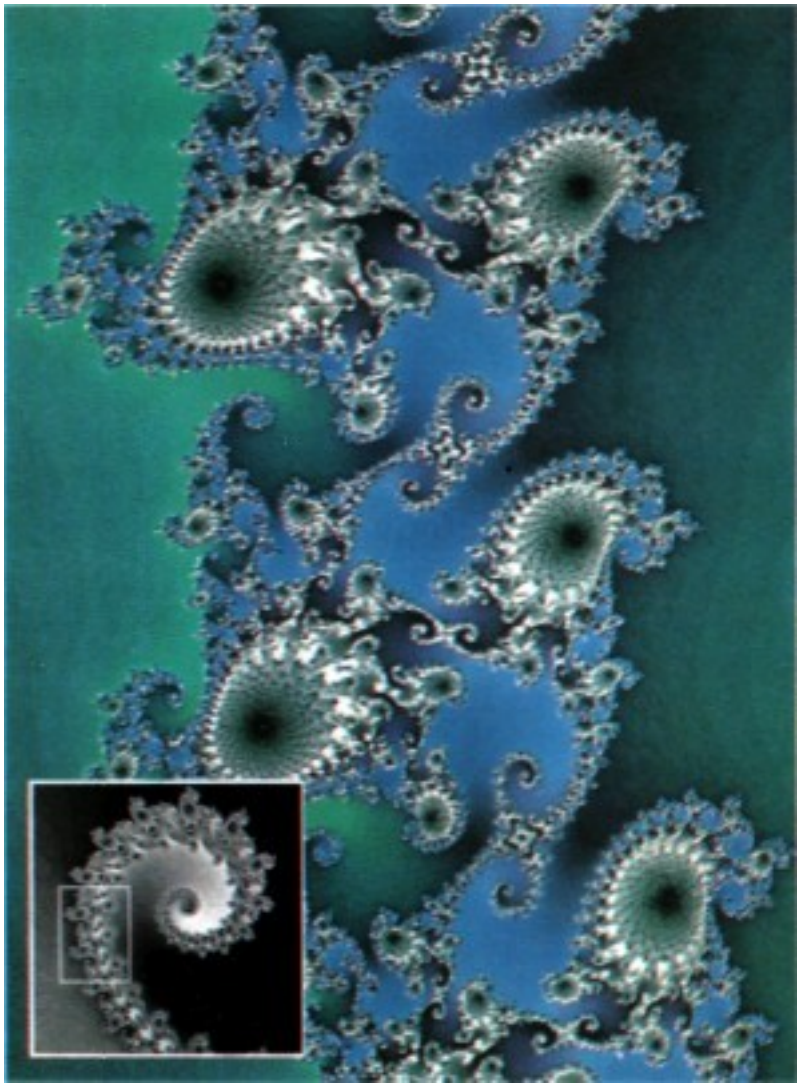


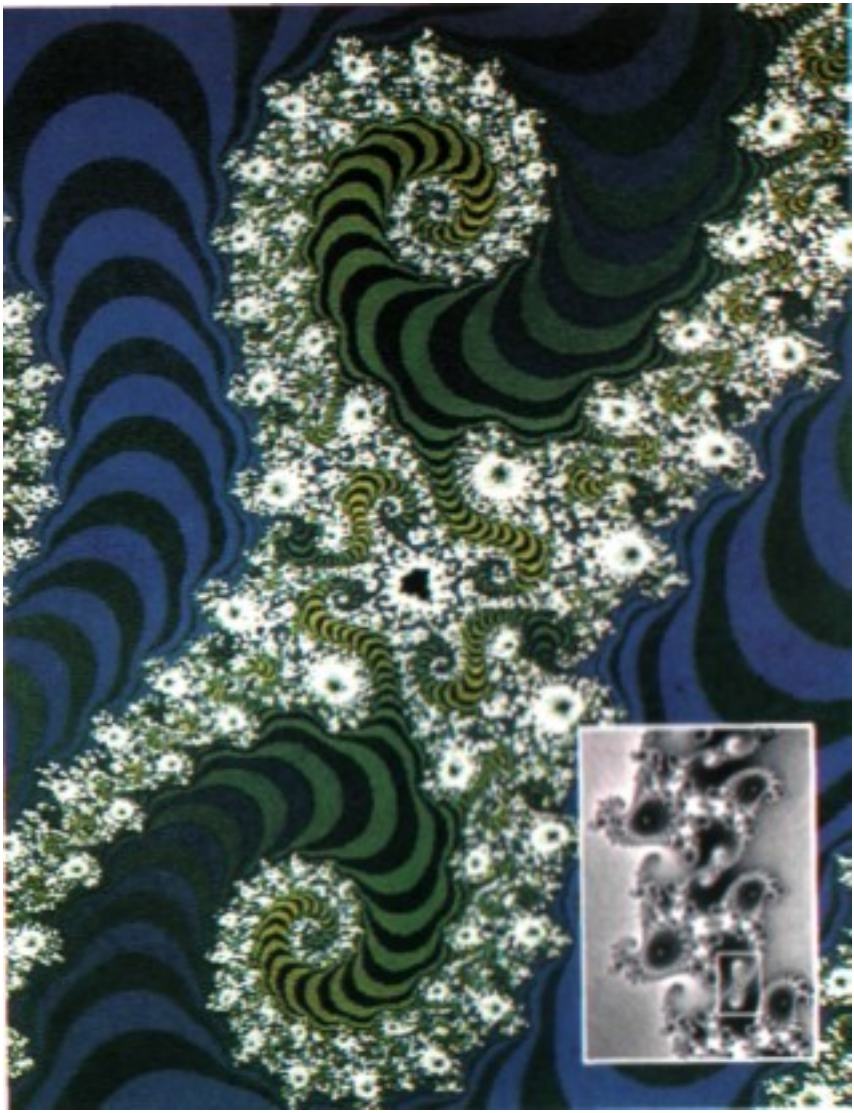
Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΚΟΧ



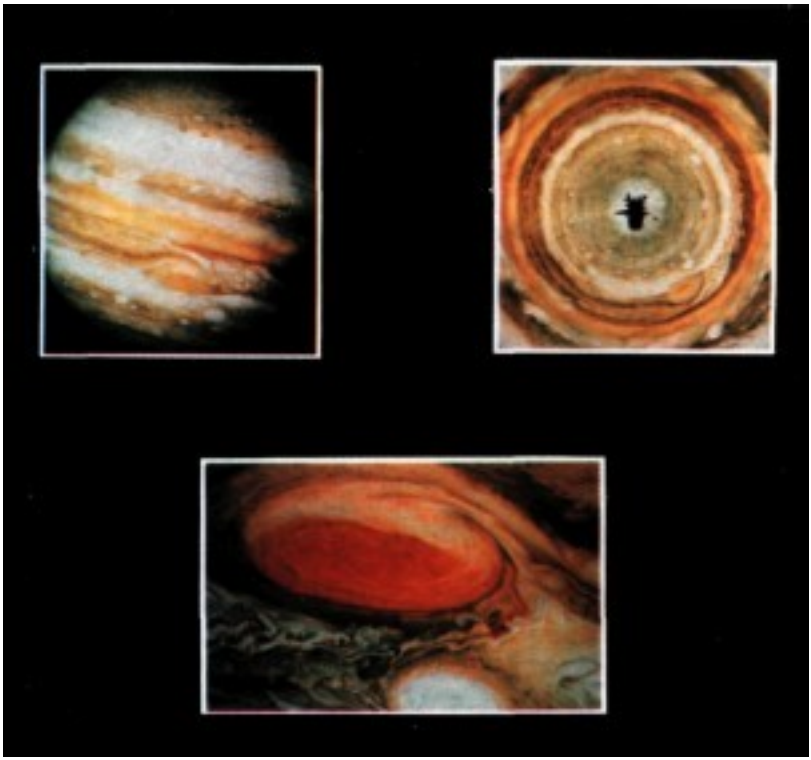
το ΣΎΝΟΛΟ ΜΑΝΤΕΛΜΠΡΟΤ. Η σειρά των εικόνων δείχνει την αυξανόμενη πολυπλοκότητα του συνόλου σε όλο και πιο μικρές κλίμακες. Παρατηρήστε ότι οι μορφές που μοιάζουν με ουρά ιππόκαμπου και τα μόρια των νησίδων είναι ίδια σε ολόκληρο το σύνολο. Στην τελευταία εικόνα, η μεγέθυνση προς κάθε κατεύθυνση είναι περίπου ένα εκατομμύριο φορές.





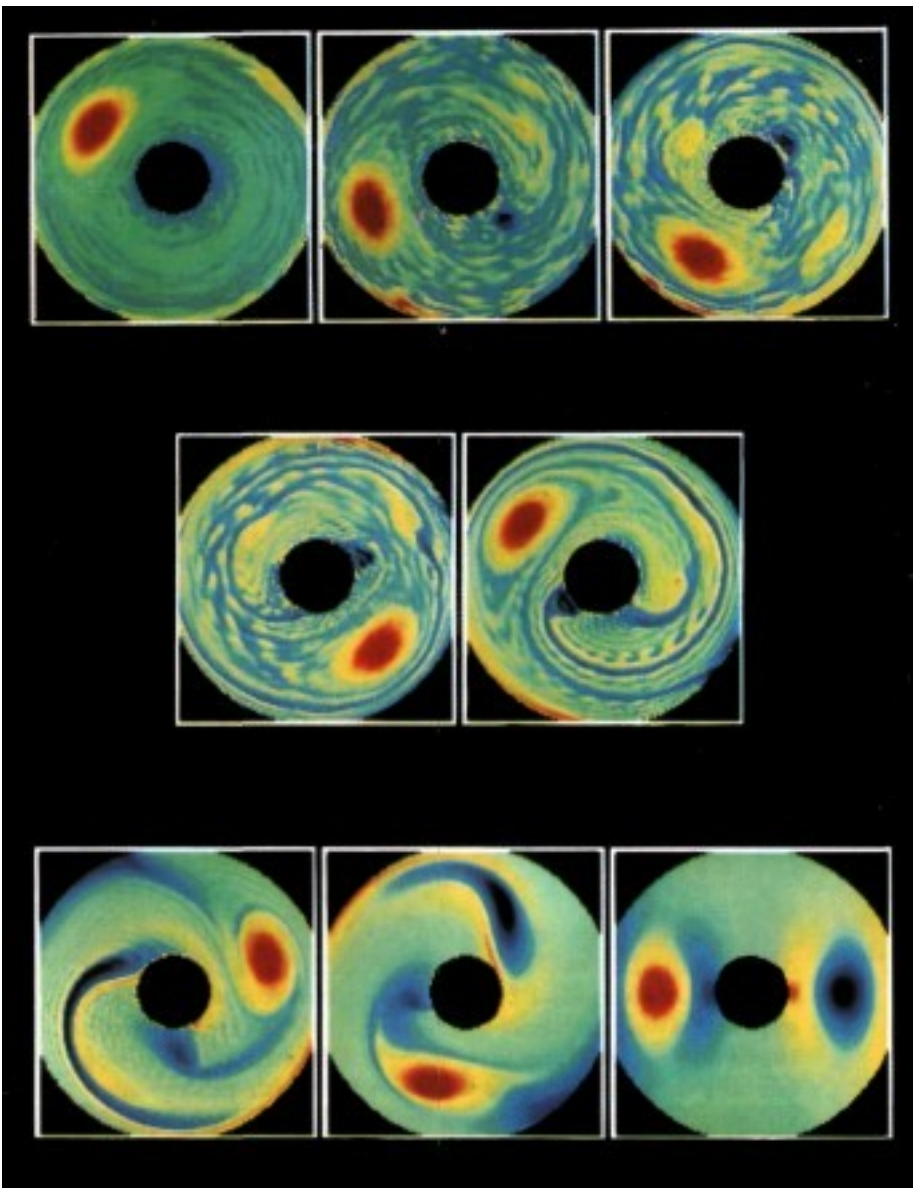


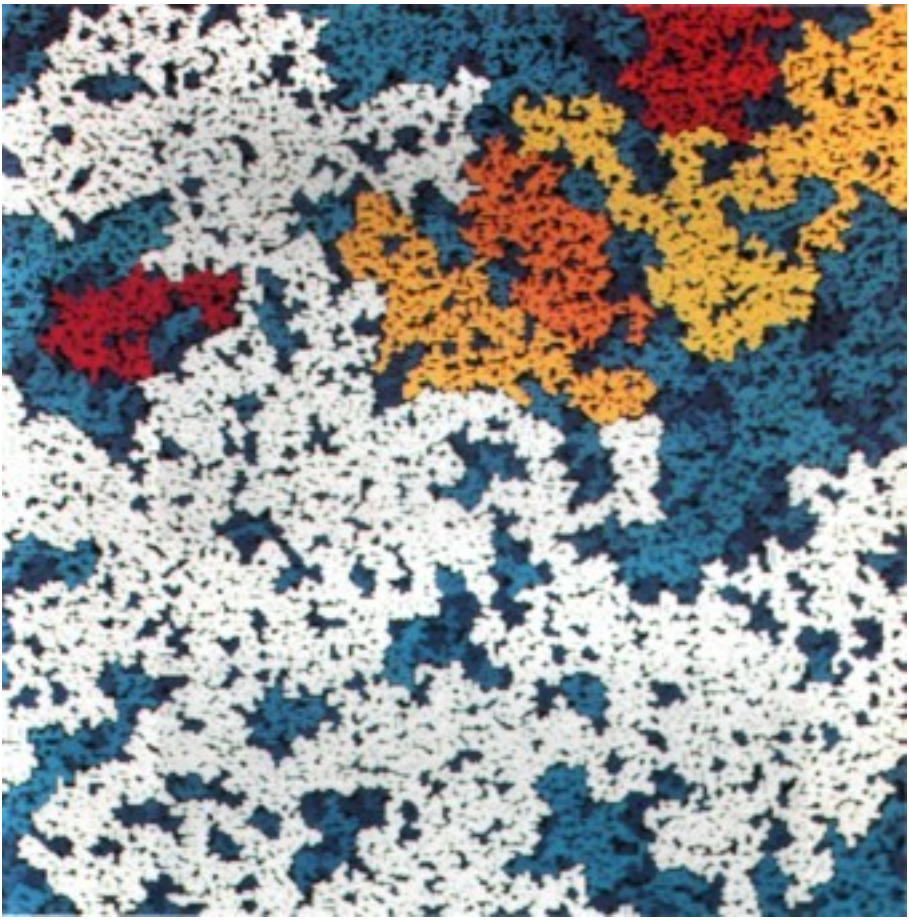
ΤΑ ΠΟΛΥΠΛΟΚΑ ΣΥΝΟΡΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΛΟΥ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ. Η γοητευτική έλξη τεσσάρων σημείων (στους τέσσερις μαύρους κύκλους) δημιουργεί λίμνες με διαφορετικά χρώματα, με μια πολύπλοκη φράκταλ συνοριακή γραμμή. Η εικόνα αναπαριστά τον τρόπο που η μέθοδος του Νεύτωνα για την επίλυση εξισώσεων οδηγεί από διαφορετικά σημεία εκκίνησης σε μία από τις τέσσερις δυνατές λύσεις (σ' αυτή την περίπτωση η εξίσωση είναι $\chi^4-1=0$).



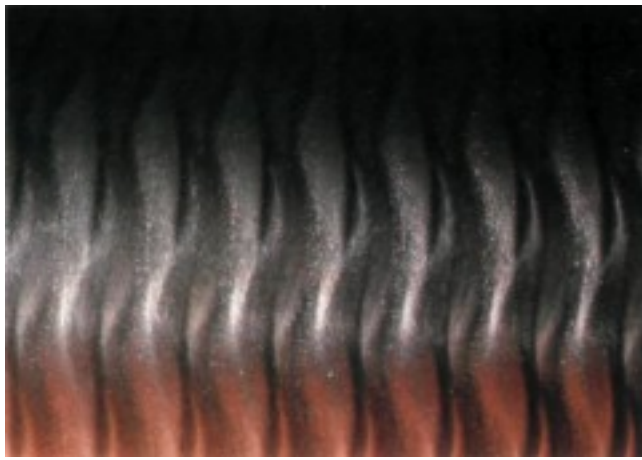
Η ΜΕΓΑΛΗ ΚΟΚΚΙΝΗ ΚΗΛΙΔΑ: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ (πάνω) ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ (πίσω): Ο δορυφόρος Βόγιατζερ αποκάλυψε πως η επιφάνεια του Δία είναι σαν ένα ρευστό που κοχλάζει και στροβιλίζεται, με οριζόντιες λουρίδες ροής κατά τη διεύθυνση ανατολής-δύσης. Η Μεγάλη Κόκκινη Κηλίδα έχει φωτογραφηθεί από δύο θέσεις: από μια που βρίσκεται στο επίπεδο του ισημερινού του πλανήτη και από μια που βλέπει στο νότιο πόλο του.

Η προσομοίωση που έκανε ο Φίλιπ Μάρκους, και παρέστησε με γραφικά σε υπολογιστή, παρουσιάζει την άποψη από το νότιο πόλο. Το χρώμα δείχνει την κατεύθυνση περιστροφής συγκεκριμένων τμημάτων του ρευστού: τα κόκκινα τμήματα στρέφονται με φορά αντίθετη αυτής των δεικτών του ρολογιού ενώ τα μπλε τμήματα με φορά ίδια. Ανεξάρτητα από την αρχική μορφή, τα μπλε τμήματα τείνουν να διασπαστούν, ενώ τα κόκκινα τείνουν να ενωθούν σε μια μοναδική κηλίδα, ευσταθή και συνεκτική.

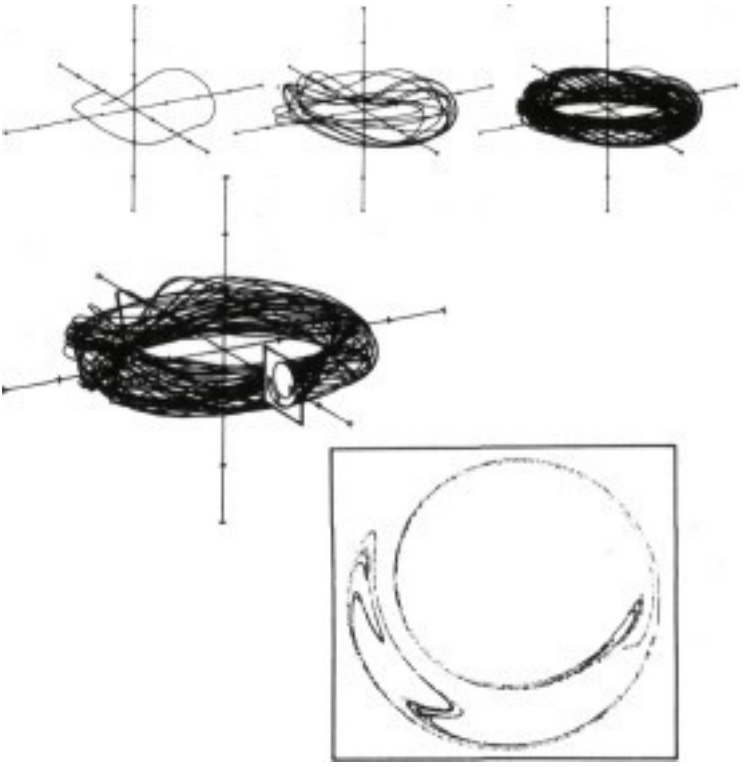




ΦΡΑΚΤΑΛ ΣΥΓΚΡΟΤΉΜΑΤΑ. Μια τυχαία συγκρότηση σωματιδίων, που έχει παραχθεί από υπολογιστή, δημιουργεί ένα «δίκτυο φίλτρου», ένα από τα πολλά οπτικά μοντέλα που ενέπνευσε η φράκταλ γεωμετρία. Επιστήμονες της εφαρμοσμένης φυσικής ανακάλυψαν ότι τέτοια μοντέλα μιμούνται πολλές διαδικασίες του πραγματικού κόσμου, όπως είναι ο σχηματισμός των πολυμερών και η διάχυση του πετρελαίου μέσα από πετρώματα με πολλαπλές ρωγμές. Κάθε χρώμα στο δίκτυο παριστάνει μια ομαδοποίηση που είναι απόλυτα συνεκτική.



Καθώς αυξάνει η ταχύτητα ροής του υγρού στο σύστημα Κουέτ-Τέυλορ, αρχίζουν να αναπτύσσονται κυματισμοί (πάνω). Μεγαλύτερη αύξηση της ταχύτητας ροής οδηγεί σε στροβιλισμό. Η ροή του υγρού εμφανίζει αταξία στο χρόνο αλλά τάξη στο χώρο (κάτω).



ΠΑΡΟΥΣΊΑΣΗ ΤΗΣ ΔΟΜΗΣ ΕΝΟΣ ΕΛΚΥΣΤΗ. Ο παράξενος ελκυστής που εικονίζεται πάνω — στην πρώτη εικόνα με μία τροχιά, μετά με δέκα και μετά με εκατό — δείχνει τη χαοτική συμπεριφορά ενός ρώτορα, όπως στην περίπτωση που ένα εκκρεμές εκτελεί ταλάντωση ωθούμενο από ένα διεγέρτη σε κανονικά διαστήματα. Τη στιγμή που έχουν σχεδιαστεί 1.000 τροχιές *(κάτω),* ο ελκυστής έχει γίνει σαν κουβάρι.

Για να δούμε τη δομή του, ένας υπολογιστής κάνει σ' αυτόν μια τομή, τη λεγόμενη τομή Πουανκαρέ. Η τεχνική αυτή ανάγει μια εικόνα τριών διαστάσεων στις δύο διαστάσεις. Κάθε φορά που η τροχιά περνά από το επίπεδο της τομής, σημειώνει ένα σημείο και έτσι σιγά σιγά εμφανίζεται μια πολύ λεπτομερειακή μορφή. Αυτό το παράδειγμα έχει περισσότερα από 8.000 σημεία, και καθένα παριστάνει μια ολοκληρωμένη τροχιά γύρω από τον ελκυστή. Ουσιαστικά, το σύστημα υποβλήθηκε σε «δειγματοληψία» σε κανονικά χρονικά διαστήματα. Ένα είδος πληροφοριών χάθηκε, ενώ ένα άλλο εμφανίστηκε όπως συμβαίνει, για παράδειγμα, και στα ανάγλυφα

ζήτημα στο οποίο ο ερευνητής έχει ελευθερία. Το χρονικό διάστημα που δίνει τις περισσότερες πληροφορίες ίσως να αντιστοιχεί σε κάποιο φυσικό χαρακτηριστικό του δυναμικού συστήματος, για παράδειγμα στην ταχύτητα του βαριδιού ενός εκκρεμούς στο πιο χαμηλό σημείο της τροχιάς του. Ο ερευνητής μπορεί επίσης να διαλέξει κάποιο κατάλληλο χρονικό διάστημα, παρατηρώντας τις διαδοχικές καταστάσεις του συστήματος σαν να φωτιζόταν από ένα φανταστικό στροβοσκόπιο. Ό,τι απ' τα δύο κι αν γίνεται, τέτοιου είδους εικόνες άρχισαν τελικά να αποκαλύπτουν τη λεπτή φράκταλ δομή που φαντάστηκε ο Έντουαρντ Λόρεντζ.

Ο ΠΙΟ ΔΙΑΦΩΤΙΣΤΙΚΟΣ (επειδή ήταν ο πιο απλός) παράξενος ελκυστής ήταν έργο ενός ανθρώπου που οι δραστηριότητες του απείχαν πολύ από το στροβιλισμό και τη δυναμική των ρευστών. Αυτός ήταν ο αστρονόμος Μισέλ Ενόν (Michel Henon) από το Αστεροσκοπείο της Νίκαιας, στη Γαλλία. Η αστρονομία, βέβαια, έδωσε κατά κάποιον τρόπο στα δυναμικά συστήματα το ξεκίνημα τους, αφού οι περιοδικές κινήσεις των πλανητών αποτέλεσαν το θρίαμβο του Νεύτωνα και των εμπνεύσεων του Λαπλάς. Αλλά η ουράνια μηχανική διέφερε από τα περισσότερα γήινα συστήματα σε ένα κρίσιμο ζήτημα. Τα συστήματα που χάνουν ενέργεια εξαιτίας της τριβής είναι μη διατηρητικά. Τα αστρονομικά συστήματα διατηρούν την ενέργεια τους και λέγονται διατηρητικά ή χαμιλτονιανά. Στην πραγματικότητα, σε σχεδόν απειροστή κλίμακα, ακόμα και τα αστρονομικά συστήματα υφίστανται κάποια μορφή τριβής, καθώς τα άστρα ακτινοβολούν γύρω τους ενέργεια και η παλιρροιακή τριβή αφαιρεί κάποια ορμή από τα σώματα που βρίσκονται σε τροχιά. Αλλά για πρακτικούς λόγους οι υπολογισμοί των αστρονόμων αγνοούσαν αυτή την απώλεια ενέργειας. Και χωρίς απώλειες, ο χώρος των φάσεων δε θα μπορούσε να διπλώνεται και να συστέλλεται με τον τρόπο που χρειαζόταν για να παράγει μια άπειρη φράκταλ διαστρωμάτωση. Δε θα προέκυπτε ποτέ παράξενος ελκυστής. Μήπως όμως θα προέκυπτε χάος;

Πολλοί αστρονόμοι σταδιοδρομούν πετυχημένα για πολλά χρόνια χωρίς να προσφέρουν ούτε μία καινούρια ιδέα πάνω στα δυναμικά συστήματα, αλλά ο Ενόν ήταν διαφορετικός. Είχε γεν-

νηθεί στο Παρίσι το 1931, ήταν λίγα χρόνια νεότερος από τον Λόρεντζ, αλλά κι αυτός σαν εκείνον ήταν ένας επιστήμονας που ένιωθε μια ανεκπλήρωτη έλξη για τα μαθηματικά. Στον Ενόν άρεσαν τα μικρά, συγκεκριμένα προβλήματα που μπορούσαν να προσαρμοστούν σε φυσικές καταστάσεις— «όχι το είδος των μαθηματικών με τα οποία ασχολούνται σήμερα οι άνθρωποι», έλεγε. Όταν οι υπολογιστές έφτασαν σε ένα κόστος που μπορούσαν να τους αποκτήσουν όσοι τους είχαν χόμπυ, ο Ενόν αγόρασε έναν, έναν Heathkit, που τον συναρμολόγησε και έπαιζε μ' αυτόν στο σπίτι του. Πολύν καιρό πριν απ' αυτό είχε καταπιαστεί με ένα ιδιαίτερα δύσκολο πρόβλημα της δυναμικής. Ήταν σχετικό με τα σφαιρικά σμήνη αστέρων— τις πολυπληθείς «μπάλες» αστέρων, πολλές φορές ένα εκατομμύριο σε μια περιοχή— που σχηματίζουν τα πιο παλιά και ίσως τα πιο συναρπαστικά σχήματα στο νυχτερινό ουρανό. Τα σφαιρικά σμήνη αστέρων έχουν μια εκπληκτική πυκνότητα σε άστρα. Το πρόβλημα πώς αυτά παραμένουν μαζί και πώς εξελίσσονται μέσα στο χρόνο είχε μπερδέψει τους αστρονόμους ολόκληρο τον 20ό αιώνα.

Από την άποψη της δυναμικής, το σφαιρικό σμήνος αστέρων είναι ένα μεγάλο πρόβλημα πολλών σωμάτων. Το πρόβλημα δύο σωμάτων είναι εύκολο. Ο Νεύτωνας το έλυσε ολοκληρωμένα. Κάθε σώμα — για παράδειγμα, η Γη και η Σελήνη — ταξιδεύει σε τέλεια ελλειπτική τροχιά γύρω από το ενιαίο κέντρο βαρύτητας του συστήματος. Αν όμως προσθέσουμε ένα ακόμα βαρυτικό αντικείμενο, όλα αλλάζουν. Το αντίστοιχο πρόβλημα με τρία σώματα είναι δύσκολο, και κάτι παραπάνω από δύσκολο. Όπως ανακάλυψε ο Πουανκαρέ, στις περισσότερες περιπτώσεις είναι αδύνατο. Οι τροχιές μπορούν για λίγο μόνο να υπολογίζονται αριθμητικά· με πολύ μεγάλους υπολογιστές μπορούν να παρακολουθούνται για κάποιο χρονικό διάστημα, πριν αρχίσουν να εμφανίζονται αβεβαιότητες. Αλλά οι εξισώσεις δεν μπορούν να λυθούν αναλυτικά, πράγμα που σημαίνει ότι μακροπρόθεσμα ερωτήματα σχετικά με το σύστημα των τριών σωμάτων δεν μπορούν να απαντηθούν. Είναι το ηλιακό σύστημα ευσταθές; Βραχυπρόθεσμα φαίνεται να είναι, αλλά ακόμα και σήμερα κανένας δεν ξέρει με βεβαιότητα αν κάποιες τροχιές πλανητών δε θα γίνονται όλο και πιο έκκεντρες μέχρι οι πλανήτες να αποσπαστούν για πάντα από το σύστημα.

Ένα σύστημα σαν το σφαιρικό σμήνος αστέρων είναι πάρα πολύ πολύπλοκο για να μπορούμε να το χειριστούμε άμεσα σαν πρόβλημα πολλών σωμάτων, αλλά η δυναμική του μπορεί να μελετηθεί αν κάνουμε κάποιους συμβιβασμούς. Είναι λογικό, για παράδειγμα, να θεωρήσουμε ότι τα μεμονωμένα άστρα κινούνται με τον δικό τους τρόπο μέσα σε ένα μέσο πεδίο βαρύτητας με ένα συγκεκριμένο κέντρο βαρύτητας. Κάθε τόσο όμως, δύο άστρα θα πλησιάζουν το ένα το άλλο αρκετά, οπότε η αλληλεπίδρασή τους πρέπει να αντιμετωπιστεί ξεχωριστά. Και οι αστρονόμοι διαπίστωσαν ότι τα σφαιρικά σμήνη αστέρων δεν πρέπει γενικά να είναι ευσταθή. Μέσα τους τείνουν να δημιουργούνται συστήματα διπλών αστέρων, με τα άστρα να ζευγαρώνουν σε μικρές τροχιές· όταν ένα τρίτο άστρο βρεθεί αντιμέτωπο με ένα τέτοιο ζευγάρι, ένα από τα τρία τείνει να δεχτεί μια έντονη απώθηση. Κάθε τόσο, ένα άστρο θα κερδίζει αρκετή ενέργεια από μια τέτοια αλληλεπίδραση, ώστε να φτάνει την ταχύτητα απόδρασης και να αποχωρίζεται για πάντα από το σμήνος. Τότε το υπόλοιπο σμήνος θα έχει μια αμυδρή συστολή. Όταν ο Ενόν ανέλαβε να λύσει αυτό το πρόβλημα για το διδακτορικό του (doctorat d'Etat) στο Παρίσι το 1960, έκανε μια μάλλον αυθαίρετη υπόθεση: ότι καθώς το σμήνος άλλαζε κλίμακα, θα παρέμενε όμοιο με τον εαυτό του. Κάνοντας τους υπολογισμούς, κατέληξε σε ένα εκπληκτικό αποτέλεσμα. Ο πυρήνας του σμήνους μπορούσε να καταρρεύσει, αποκτώντας κινητική ενέργεια και αναζητώντας μια κατάσταση άπειρης πυκνότητας. Αυτό ήταν δύσκολο να το φανταστεί κανείς κι επιπλέον δεν υποστηριζόταν από τις ενδείξεις που έδιναν μέχρι τότε οι παρατηρήσεις των σμηνών. Αλλά σιγά σιγά η θεωρία του Ενόν — που αργότερα πήρε το όνομα «βαροθερμική κατάρρευση» — άρχισε να βρίσκει απήχηση.

Ενθαρρημένος απ' αυτό, πρόθυμος να δοκιμάσει τα μαθηματικά σε παλιά προβλήματα και να ακολουθήσει τα απρόσμενα αποτελέσματα μέχρι τα πιο απίθανα όριά τους, άρχισε να εργάζεται πάνω σε ένα ευκολότερο πρόβλημα της δυναμικής των άστρων. Εκείνη την εποχή, το 1962, σε μια επίσκεψη στο Πανεπιστήμιο Πρίνστον, είχε για πρώτη φορά τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει υπολογιστή, όπως και ο Λόρεντζ στο MIT που άρχιζε να χρησιμοποιεί υπολογιστές στη μετεωρολογία. Ο Ενόν άρχισε να δημιουργεί μοντέλα των τροχιών των άστρων γύρω

από το κέντρο του γαλαξία τους. Με απλά λόγια, αυτές οι τροχιές μπορούν να αντιμετωπιστούν όπως οι τροχιές των πλανητών γύρω από έναν ήλιο, με μια εξαίρεση: η κεντρική πηγή της βαρύτητας δεν είναι ένα σημείο, αλλά ένας δίσκος τριών διαστάσεων.

Ο Ενόν έκανε ένα συμβιβασμό με τις διαφορικές εξισώσεις. «Για να έχουμε μεγαλύτερη ελευθερία στον πειραματισμό», είπε, «ξεχνάμε προς στιγμήν την αστρονομική προέλευση του προβλήματος». Παρόλο που δεν έλεγε τότε τέτοια πράγματα, με τον όρο «ελευθερία στον πειραματισμό» εννοούσε, εν μέρει, την ελευθερία να παίζει με το πρόβλημα σε έναν πρωτόγονο υπολογιστή. Η μηχανή του είχε λιγότερο από το ένα χιλιοστό της μνήμης που είχε ένας προσωπικός υπολογιστής είκοσι χρόνια αργότερα, κι ακόμα ήταν αργός. Αλλά, όπως και κατοπινοί πειραματιστές στα φαινόμενα του χάους, έτσι και ο Ενόν διαπίστωσε ότι η υπεραπλούστευση είχε κάποιο όφελος. Αφαιρώντας μόνο την ουσία του συστήματος του, έκανε ανακαλύψεις που μπορούσαν να εφαρμοστούν και σε άλλα, πιο σημαντικά συστήματα. Πολλά χρόνια αργότερα, οι τροχιές των άστρων συνέχιζαν να αποτελούν θεωρητικό παιχνίδι, αλλά η δυναμική τέτοιων συστημάτων ήταν το αντικείμενο συστηματικής και δαπανηρής έρευνας όσων ενδιαφέρονταν για τις τροχιές των σωματιδίων στους επιταχυντές υψηλών ενεργειών και όσων ενδιαφέρονταν για τον περιορισμό του μαγνητικού πλάσματος στη διαδικασία της πυρηνικής σύντηξης.

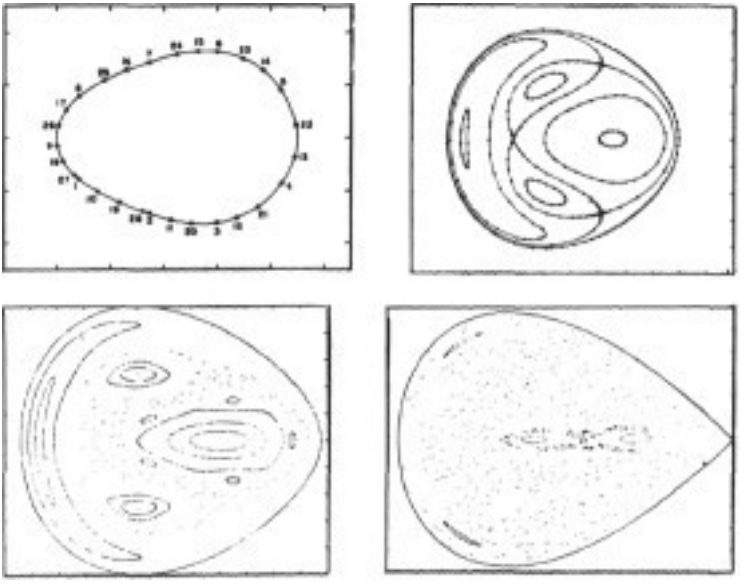
Οι αστρικές τροχιές στους γαλαξίες, σε χρονική κλίμακα της τάξης των 200 εκατομμυρίων ετών, αντί να δημιουργούν τέλειες ελλείψεις αποκτούν έναν τρισδιάστατο χαρακτήρα. Οι τρισδιάστατες τροχιές είναι δύσκολο να συλληφθούν νοερά, τόσο όταν είναι πραγματικές όσο και όταν είναι φανταστικές κατασκευές στο χώρο των φάσεων. Έτσι ο Ενόν χρησιμοποίησε μια τεχνική παρόμοια με την τεχνική κατασκευής των απεικονίσεων Πουανκαρέ. Φαντάστηκε ένα επίπεδο τοποθετημένο όρθιο στη μια πλευρά του γαλαξία, έτσι ώστε κάθε τροχιά να περνά απ' αυτό, όπως τα άλογα στον ιππόδρομο περνούν απ' τη γραμμή τερματισμού. Έτσι, ο ίδιος θα μπορούσε να σημειώνει το σημείο όπου η τροχιά έτεμνε αυτό το επίπεδο και να ακολουθεί τη μετατόπιση του σημείου από τροχιά σε τροχιά.

Ο Ενόν έπρεπε να σχεδιάζει αυτά τα σημεία με το χέρι, αλλά

μετά οι επιστήμονες που θα χρησιμοποιούσαν αυτή την τεχνική θα τα έβλεπαν σε οθόνη υπολογιστή, σαν τα μακρινά φώτα του δρόμου που ανάβουν ένα ένα καθώς πέφτει η νύχτα. Φανταστείτε μια τυπική τροχιά να αρχίζει με ένα σημείο κάτω αριστερά στη σελίδα. Μετά, στο επόμενο πέρασμα, ένα σημείο να εμφανίζεται λίγα εκατοστά πιο δεξιά. Μετά ένα άλλο, πιο δεξιά και λίγο πιο πάνω, κ.ο.κ. Αρχικά δε θα υπήρχε κανένα σχήμα, αλλά μετά από δέκα ή δώδεκα περάσματα, τα σημεία θα σχημάτιζαν μια καμπύλη σαν αυγό. Τα διαδοχικά σημεία δημιουργούν στην πραγματικότητα μια κλειστή καμπύλη που όμως μόνο μετά από εκατοντάδες ή χιλιάδες περάσματα θα διαγράφεται καθαρά.

Τέτοιου είδους τροχιές δεν είναι εντελώς κανονικές, αφού ποτέ δεν επαναλαμβάνονται με ακρίβεια, αλλά ασφαλώς μπορούν να προβλεφτούν και δεν είναι καθόλου χαοτικές. Ποτέ σημεία δεν καταλήγουν μέσα ή έξω από την καμπύλη. Οι τροχιές, αν μεταφράζονταν πάλι σε πλήρη τρισδιάστατη εικόνα, θα διέγραφαν την επιφάνεια μιας «σαμπρέλας» ή ενός «λουκουμά». Η διαδικασία απεικόνισης του Ενόν δεν ήταν παρά μια κάθετη τομή αυτής της «σαμπρέλας». Μέχρι αυτό το σημείο, απλώς ξεκαθάριζε ό,τι όλοι οι προηγούμενοι απ' αυτόν είχαν πάρει ως δεδομένο. Οι τροχιές ήταν περιοδικές. Στο αστεροσκοπείο της Κοπεγχάγης, από το 1910 ως το 1930, μια γενιά αστρονόμων παρατηρούσαν προσεκτικά και υπολόγιζαν εκατοντάδες τέτοιες τροχιές — αλλά ενδιαφέρονταν μόνο γι' αυτές που αποδείχνονταν περιοδικές. «Κι εγώ πείστηκα, όπως όλοι εκείνη την εποχή, πως όλες οι τροχιές πρέπει να είναι κανονικές σαν αυτή», είπε ο Ενόν. Συνέχιζε όμως, μαζί με έναν απόφοιτο του Πρίνστον, τον Καρλ Χάιλς (Carl Heiles), να υπολογίζει διαφορετικές τροχιές, αυξάνοντας σταθερά το επίπεδο ενέργειας στο δυναμικό τους σύστημα. Σύντομα είδαν κάτι εντελώς καινούριο.

Αρχικά, η ωοειδής καμπύλη γινόταν πιο πολύπλοκη, σχημάτιζε οχτάρια και διαχωριζόταν σε διακριτούς βρόχους. Κάθε τροχιά έπεφτε πάνω στους βρόχους αυτούς. Μετά όμως, σε ακόμα υψηλότερα επίπεδα ενέργειας, συνέβαινε εντελώς απότομα μια άλλη μεταβολή. «Εδώ εμφανίζεται η έκπληξη», έγραψαν ο Ενόν και ο Χάιλς. Μερικές τροχιές έγιναν τόσο ασταθείς που τα σημεία διασκορπίζονταν τυχαία πάνω στο χαρτί. Σε μερικές περιοχές, μπορούσε κανείς να σχεδιάσει ακόμα καμπύλες, αλλά σε



ΤΡΟΧΙΕΣ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΟΥ ΓΑΛΑΞΊΑ. Για να καταλάβει τις τροχιές των άστρων μέσα στο γαλαξία, ο Μισέλ Ενόν υπολόγισε τις τομές τους με ένα επίπεδο. Οι μορφές που προέκυψαν εξαρτώνταν από τη συνολική ενέργεια του συστήματος. Τα σημεία μιας ευσταθούς τροχιάς σχημάτιζαν σιγά σιγά μια συνεχή, κλειστή καμπύλη *(αριστερά)*. Σε άλλα ενεργειακά επίπεδα ωστόσο, σχηματίζονταν πολύπλοκα συμπλέγματα ευστάθειας και χάους, που εμφανίζονταν με τη μορφή περιοχών διασκορπισμένων σημείων.

άλλες καμία καμπύλη δεν μπορούσε να προσαρμοστεί στα σημεία. Η εικόνα έγινε εντελώς δραματική; ένδειξη πλήρους αταξίας ανακατεμένης με υπολείμματα τάξης, διαμορφώνοντας σχήματα που σ' εκείνους τους αστρονόμους υπόδειχναν «νησιά» και «αλυσίδες νησιών». Δοκίμασαν με δύο διαφορετικούς υπολογιστές και δύο διαφορετικές μεθόδους ολοκλήρωσης, αλλά τα αποτελέσματα ήταν τα ίδια. Το μόνο που μπορούσαν να κάνουν ήταν να εξερευνούν και να διαλογίζονται. Στηριγμένοι αποκλειστικά στους αριθμητικούς των πειραματισμούς, διατύπωσαν την εικασία ότι τέτοιες εικόνες είχαν μια βαθύτερη δομή. Υποστήρι-

ξαν ότι σε μεγαλύτερη μεγέθυνση θα εμφανίζονταν περισσότερα νησιά σε όλο και μικρότερες κλίμακες, ίσως μέχρι το άπειρο. Χρειαζόταν μαθηματική απόδειξη — «αλλά η μαθηματική προσέγγιση του προβλήματος δε φαίνεται και πολύ εύκολη».

Ο Ενόν προχώρησε σε άλλα προβλήματα, αλλά δεκατέσσερα χρόνια αργότερα, όταν τελικά άκουσε για τους παράξενους ελκυστές του Νταβίντ Ρουέλ και του Έντουαρντ Λόρεντζ, ήταν έτοιμος να τους αποδεχτεί. Το 1976 πήγε στο Αστεροσκοπείο της Νίκαιας και άκουσε μια ομιλία από έναν επισκέπτη φυσικό σχετικά με τον ελκυστή του Λόρεντζ. Ο φυσικός είχε δοκιμάσει διάφορες τεχνικές για να διευκρινίσει τη λεπτή «μικροδομή» του ελκυστή, με μικρή επιτυχία. Ο Ενόν, αν και τα μη διατηρητικά συστήματα δεν ήταν το πεδίο του («μερικές φορές οι αστρονόμοι φοβούνται τα συστήματα που καταναλώνουν ενέργεια — είναι ακατάστατα»), είχε μια ιδέα.

Αποφάσισε για άλλη μια φορά να πετάξει όλες τις αναφορές στη φυσική καταγωγή του συστήματος και να συγκεντρωθεί στη γεωμετρική ουσία που ήθελε να διερευνήσει. Εκεί που ο Λόρεντζ και άλλοι είχαν κολλήσει σε διαφορικές εξισώσεις — ροές, με *συνεχείς* μεταβολές στο χώρο και το χρόνο — αυτός στράφηκε σε εξισώσεις διαφορών, διακριτές στο χρόνο. Το κλειδί, πίστευε, ήταν το επαναλαμβανόμενο άπλωμα και δίπλωμα του χώρου των φάσεων, με τον τρόπο που απλώνει ο ζαχαροπλάστης το ζυμάρι, το διπλώνει, το απλώνει πάλι, το ξαναδιπλώνει, δημιουργώντας έτσι μια δομή που τελικά μοιάζει με δεσμίδα λεπτών στρωμάτων. Ο Ενόν σχεδίασε ένα επίπεδο ωοειδές σε ένα φύλλο χαρτί. Για να το απλώσει, διάλεξε μια μικρή αριθμητική συνάρτηση που μπορούσε να μεταφέρει κάθε σημείο του ωοειδούς σε ένα νέο σημείο ενός σχήματος που ήταν απλωμένο στο κεντρικό τμήμα του, σαν αψίδα. Αυτή ήταν μια απεικόνιση — ολόκληρο το ωοειδές «αντιστοιχιζόταν» σημείο προς σημείο στην αψίδα. Στη συνέχεια διάλεξε μια δεύτερη απεικόνιση, αυτή τη φορά σμίκρυνση που θα μπορούσε να συστέλλει την αψίδα προς τα μέσα, να την κάνει πιο στενή. Και μετά μια τρίτη απεικόνιση έστρεφε τη στενή αψίδα στην πλευρά της, ώστε να μπορεί να ευθυγραμμίζεται θαυμάσια με το αρχικό ωοειδές. Οι τρεις απεικονίσεις, για λόγους υπολογιστικούς, μπορούν να συνδυαστούν σε μια συνάρτηση.

Ο Ενόν ακολουθούσε την ιδέα του πετάλου του Σμέιλ. Αριθμητικά, ολόκληρη η διαδικασία ήταν τόσο απλή, που θα μπορούσε να γίνει εύκολα και σε μια αριθμομηχανή. Κάθε σημείο έχει μια τετμημένη x και μια τεταγμένη y για να ορίζει την οριζόντια και κατακόρυφη θέση του. Για να βρούμε το νέο χ, ο κανόνας ήταν να πάρουμε το παλιό y, να προσθέσουμε 1 και να αφαιρέσουμε 1,4 φορές το τετράγωνο του παλιού χ. Για να βρούμε το νέο y, πολλαπλασιάζουμε το παλιό χ επί 0,3. Δηλαδή:

$$X_{\text{νέο}} = y + 1 - 1{,}4x^2 \text{ και } y_{\text{νέο}} = 0{,}3x.$$

Ο Ενόν διάλεξε ένα αρχικό σημείο λίγο ως πολύ τυχαία, πήρε την αριθμομηχανή του και άρχισε να σχεδιάζει νέα σημεία, το ένα μετά το άλλο, μέχρι που σχεδίασε χιλιάδες. Μετά χρησιμοποίησε έναν πραγματικό υπολογιστή, έναν IBM 7040, και σχεδίασε γρήγορα πέντε εκατομμύρια. Καθένας με έναν προσωπικό υπολογιστή και μια οθόνη γραφικών μπορούσε εύκολα να κάνει το ίδιο.

Στην αρχή, τα σημεία φαίνονται να αναπηδούν τυχαία πάνω στην οθόνη. Το αποτέλεσμα είναι αυτό που δίνει η τομή Πουανκαρέ ενός τρισδιάστατου ελκυστή που κυματίζει αλλοπρόσαλλα μπρος και πίσω από την οθόνη. Γρήγορα όμως αρχίζει να διαγράφεται ένα σχήμα, το περίγραμμα μιας καμπύλης σαν μπανάνα. Όσο πιο πολύ χρόνο εκτελείται το πρόγραμμα, τόσο πιο πολλές λεπτομέρειες εμφανίζονται. Μερικά μέρη του σχήματος φαίνονται να έχουν κάποιο πάχος, αλλά μετά το πάχος αναλύεται σε δύο διακριτές γραμμές, μετά οι δύο γραμμές σε τέσσερις, με το ένα ζευγάρι κοντά και το άλλο πιο πέρα. Σε μεγαλύτερη μεγέθυνση, καθεμιά από τις τέσσερις γραμμές αποτελείται, όπως αποδείχνεται, από δύο άλλες γραμμές — κι έτσι συνέχεια μέχρι το άπειρο. Όπως ο ελκυστής του Λόρεντζ, έτσι και ο ελκυστής του Ενόν εμφανίζει άπειρη παλινδρόμιση, όπως μια ατέλειωτη ακολουθία από ρώσικες κούκλες, οι ματριούσκες, που η μια βρίσκεται μέσα στην άλλη.

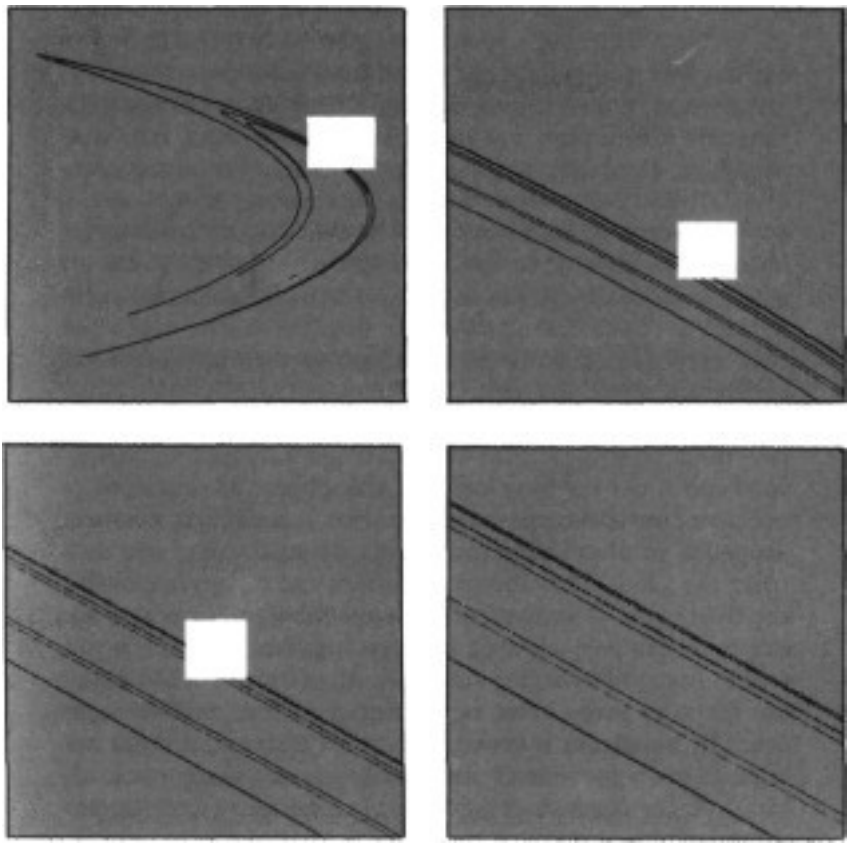
Τις λεπτομέρειες που φωλιάζουν η μια μέσα στην άλλη, γραμμές μέσα σε γραμμές, μπορούμε να τις παρατηρήσουμε αυξάνοντας συνεχώς τη μεγέθυνση. Αλλά το τρομερό αποτέλεσμα του παράξενου ελκυστή μπορεί να εκτιμηθεί με έναν άλλο τρόπο, καθώς το σχήμα προκύπτει με το πέρασμα του χρόνου, σημείο

προς σημείο, σαν φάντασμα που αναδύεται μέσα από την ομίχλη. Τα καινούρια σημεία είναι διασκορπισμένα τόσο τυχαία σε ολόκληρη την οθόνη, ώστε φαίνεται απίστευτο που υπάρχει εκεί κάποια δομή, μια δομή τόσο πολύπλοκη και λεπτή. Οποιαδήποτε δύο διαδοχικά σημεία είναι αυθαίρετα μακριά μεταξύ τους, όπως ακριβώς οποιαδήποτε δύο σημεία που αρχικά ήταν κοντά σε μια στροβιλώδη ροή. Με δεδομένον οποιοδήποτε αριθμό σημείων, είναι αδύνατον να προβλέψουμε πού θα εμφανιστεί το επόμενο — εκτός, ασφαλώς, από το ότι θα βρίσκεται κάπου πάνω στον ελκυστή.

Τα σημεία περιπλανιούνται τόσο τυχαία, η μορφή εμφανίζεται τόσο αιθέρια, ώστε είναι δύσκολο να θυμόμαστε ότι το σχήμα είναι ένας *ελκυστής*. Δεν είναι απλώς κάποια τροχιά ενός δυναμικού συστήματος. Είναι η τροχιά προς την οποία συγκλίνουν όλες οι άλλες τροχιές. Γι' αυτόν το λόγο δεν ενδιαφέρουν οι αρχικές συνθήκες. Στο βαθμό που το σημείο εκκίνησης βρίσκεται κάπου κοντά στον ελκυστή, τα λίγα επόμενα σημεία θα συγκλίνουν στον ελκυστή με μεγάλη ταχύτητα.

ΜΕΡΙΚΑ ΧΡΟΝΙΑ ΠΡΙΝ, το 1974, όταν ο Νταβίντ Ρουέλ έφτασε στο κολέγιο της πόλης της Νέας Υόρκης, στο εργαστήριο του Γκόλλουμπ και του Σουίννεϋ, οι τρεις φυσικοί διαπίστωσαν ότι είχαν συνδέσει ασθενικά τη θεωρία και το πείραμα. Από τη μια, ένα κομμάτι των μαθηματικών, φιλοσοφικά εντυπωσιακό αλλά τεχνικά αβέβαιο· από την άλλη, ένας κύλινδρος με στροβιλώδες ρευστό, όχι και τίποτα σπουδαίο, που βρισκόταν σε καθαρή δυσαρμονία με τη παλιά θεωρία. Οι τρεις άντρες πέρασαν το απόγευμα τους συζητώντας, και στη συνέχεια ο Σουίννεϋ και ο Γκόλλουμπ έφυγαν για διακοπές με τις γυναίκες τους, στο σπιτάκι του Γκόλλουμπ στα βουνά Αντιρόντακς. Δεν είχαν δει παράξενο ελκυστή και δεν είχαν υπολογίσει τι πραγματικά συνέβαινε στο πέρασμα σε στροβιλισμό. Αλλά ήξεραν ότι ο Λαντάου έκανε λάθος και υποπτεύονταν πως ο Ρουέλ είχε δίκιο.

Ο παράξενος ελκυστής, σαν στοιχείο του κόσμου που αποκαλυπτόταν μέσα από τις εξερευνήσεις με υπολογιστή, άρχισε σαν μια απλή δυνατότητα, σημαδεύοντας μια περιοχή που πολλά σημαντικά μυαλά του 20ού αιώνα είχαν παραμελήσει. Σύντομα, όταν οι επιστήμονες είδαν τι μπορούσαν να προσφέρουν οι υπο-



Ο ΕΛΚΥΣΤΗΣ ΤΟΥ ΕΝΟΝ. Ένας απλός συνδυασμός από διπλώματα και απλώματα έδωσε έναν ελκυστή που είναι εύκολο να υπολογιστεί, αν και ελάχιστα τον έχουν κατανοήσει οι μαθηματικοί μέχρι σήμερα. Καθώς εμφανίζονται αρχικά χιλιάδες και μετά εκατομμύρια σημεία, αρχίζει να διαγράφεται όλο και περισσότερη λεπτομέρεια. Ακόμη, είναι εντελώς απρόβλεπτο αν δύο διαδοχικά σημεία θα εμφανίζονται κοντά ή μακριά το ένα από το άλλο.

λογιστές, ο παράξενος ελκυστής έμοιαζε με κάτι που το συναντούσαν παντού, στον ήχο των ρευστών που στροβιλίζονταν ή στα σύννεφα που έμοιαζαν με πέπλα στον ουρανό.

Αργότερα, η αναγνώριση των παράξενων ελκυστών τροφοδότησε την επανάσταση του χάους, δίνοντας σε όσους έκαναν αριθμητικές εξερευνήσεις ένα σαφές πρόγραμμα για να επεξεργαστούν. Αυτοί αναζητούσαν παράξενους ελκυστές παντού όπου η φύση φαινόταν να συμπεριφέρεται τυχαία. Πολλοί υποστήριζαν ότι ο καιρός της Γης θα πρέπει να βρισκόταν πάνω σε κάποιον παράξενο ελκυστή. Άλλοι συγκέντρωναν εκατομμύρια δεδομένα σχετικά με την αγορά μετοχών και άρχιζαν να αναζητούν εκεί έναν παράξενο ελκυστή, περιεργαζόμενοι το τυχαίο μέσα από την οπτική του υπολογιστή.

Στα μέσα της δεκαετίας του 1970, αυτές οι ανακαλύψεις ανήκαν στο μέλλον. Κανείς δεν είχε μελετήσει πειραματικά παράξενο ελκυστή και δεν ήταν καθόλου καθαρό πώς θα μπορούσε να ψάξει να βρει τέτοιο πράγμα. Θεωρητικά, ο παράξενος ελκυστής μπορούσε να δίνει μαθηματική ουσία σε θεμελιώδεις νέες ιδιότητες του χάους. Η ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες είναι η μία. Η «ανάμειξη» είναι μια άλλη, με την έννοια που στη σχεδίαση μιας μηχανής τζετ έχει σημασία, για παράδειγμα, ο αποδοτικός συνδυασμός καυσίμων και οξυγόνου. Αλλά κανείς δεν ήξερε να μετρά αυτές τις ιδιότητες, να τους αποδίδει αριθμούς. Οι παράξενοι ελκυστές φαίνονταν φράκταλ, πράγμα που σήμαινε ότι η πραγματική τους διάσταση ήταν κλασματική, αλλά κανείς δεν ήξερε να μετρήσει αυτή τη διάσταση ή να εφαρμόσει μια τέτοια μέτρηση σε προβλήματα μηχανικής.

Το πιο σημαντικό ήταν ότι κανείς δεν ήξερε αν οι παράξενοι ελκυστές θα μπορούσαν να πουν τίποτα σχετικά με το πολύ σοβαρότερο πρόβλημα των μη γραμμικών συστημάτων. Αντίθετα από τα γραμμικά συστήματα, που υπολογίζονταν εύκολα και ταξινομούνταν εύκολα, τα μη γραμμικά φαινόταν αδύνατο ακόμα και να ταξινομηθούν — καθένα ήταν διαφορετικό από όλα τα άλλα. Οι επιστήμονες άρχισαν να υποπτεύονται ότι αυτά είχαν κοινές ιδιότητες, αλλά όταν ήρθε η ώρα να κάνουν μετρήσεις και να εκτελέσουν υπολογισμούς, κάθε μη γραμμικό σύστημα ήταν από μόνο του ένας κόσμος. Η κατανόηση ενός μη γραμμικού συστήματος δε φαινόταν να προσφέρει τίποτα στην κατά-

νόηση του επομένου. Ένας ελκυστής όπως αυτός του Λόρεντζ έδειχνε την ευστάθεια και την κρυμμένη δομή ενός συστήματος. Πώς όμως μπορούσε αυτή η περίεργη διπλή σπείρα να βοηθήσει τους ερευνητές στη διερεύνηση άλλων συστημάτων; Κανείς δεν ήξερε.

Προς το παρόν, η αναστάτωση ξέφευγε από το πεδίο της καθαρής επιστήμης. Οι επιστήμονες που είδαν αυτά τα σχήματα επέτρεπαν στον εαυτό τους να ξεχνούν προς στιγμήν τους κανόνες του επιστημονικού λόγου. Ο Ρουέλ, για παράδειγμα, έλεγε: «Δε μίλησα για την αισθητική έλξη των παράξενων ελκυστών. Αυτά τα συστήματα καμπυλών, αυτά τα σύννεφα των σημείων υποδείχνουν μερικές φορές πυροτεχνήματα ή γαλαξίες και άλλες φορές παράξενους και ανήσυχους πολλαπλασιασμούς φυτών. Εδώ κρύβονται ένα πλήθος μορφές που πρέπει να εξερευνηθούν και αρμονίες που περιμένουν κάποιον να τις ανακαλύψει».

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΤΗΤΑ

Η επανάληψη αυτών των στίχων φέρνει χρυσό.
Το χάραγμα αυτού του κύκλου στο χώμα
Φέρνει ανεμοστρόβιλους, καταιγίδες, βροντές και αστραπές.

ΜΑΡΛΟΟΥ, *Δρ Φάουστ*

ΛΙΓΕΣ ΔΕΚΑΔΕΣ μέτρα προς τα πάνω στο ρεύμα του ποταμού, λίγο πριν από έναν καταρράχτη, μια στρωτή ροή φαίνεται να διαισθάνεται την επερχόμενη πτώση. Το νερό αρχίζει να επιταχύνεται και να τρέμει. Αρχίζουν να διακρίνονται μεμονωμένα ρυάκια σαν χοντρές παλλόμενες φλέβες, Ο Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ στέκεται στην όχθη. Ιδρώνει μέσα στο σακάκι και το κοτλέ παντελόνι του καπνίζοντας με μανία. Περπατούσε μαζί με φίλους, αλλά αυτοί προχώρησαν πιο κάτω στις πιο ήρεμες λιμνούλες. Ξαφνικά, αρχίζει να στρέφει το κεφάλι του δεξιά κι αριστερά, με τρελή γρηγοράδα, σαν να παρωδεί ένα θεατή του τένις. «Μπορείς να προσηλώσεις το βλέμμα σου σε κάτι, σε ένα σημείο πάνω στον αφρό ή σε κάτι άλλο. Αν κουνήσεις το κεφάλι σου πολύ γρήγορα, τότε ξαφνικά μπορείς να διακρίνεις τη συνολική δομή της επιφάνειας και να τη νιώσεις μέσα σου». Κατέβαζε βαθιά τον καπνό από το τσιγάρο του. «Αλλά καθένας που έχει κάποιο μαθηματικό υπόβαθρο, αν κοιτάξει αυτό το πράγμα ή παρατηρήσει τα σύννεφα με τις τούφες πάνω στις τούφες ή σταθεί στο μουράγιο όταν έχει τρικυμία, τότε πραγματικά καταλαβαίνει πως δεν ξέρει τίποτα».

Τάξη μέσα στο χάος. Αυτό ήταν το πιο παλιό κλισέ της επιστήμης. Η ιδέα της κρυμμένης ενότητας και της κοινής στο βάθος χαρακτηριστικής μορφής στη φύση είχε την εσωτερική γοητεία και την άτυχη ιστορία να εμπνεύσει ψευτοεπιστήμονες και τρελούς. Όταν ο Φαϊγκενμπάουμ ήρθε στο Εθνικό Εργαστήριο του Λος Άλαμος το 1974, ένα χρόνο πριν από τα γενέθλια των τριάντα χρόνων του, ήξερε πως αν οι φυσικοί επρόκειτο να

κάνουν κάτι μ' αυτή την ιδέα, τώρα θα χρειάζονταν ένα πρακτικό πλαίσιο, έναν τρόπο να μετατρέψουν τις ιδέες σε υπολογισμούς. Δεν ήταν καθόλου φανερό πώς θα γινόταν μια πρώτη προσέγγιση στο πρόβλημα.

Τον Φαϊγκενμπάουμ προσέλαβε ο Πίτερ Καρρούθερς (Peter Carruthers), ένας πράος και φαινομενικά καλοκάγαθος φυσικός, ο οποίος ήρθε από το Κορνέλ το 1973 για να αναλάβει τον Θεωρητικό Τομέα. Η πρώτη του ενέργεια ήταν να απολύσει πέντε έξι παλιούς επιστήμονες — το Λος Άλαμος δεν παρέχει στο προσωπικό του θητείες ισοδύναμες με του πανεπιστημίου — και να τους αντικαταστήσει με μερικούς λαμπρούς νέους ερευνητές που τους διάλεξε αυτός. Ως επιστημονικός διευθυντής είχε έντονες φιλοδοξίες, αλλά ήξερε από πείρα ότι η καλή επιστήμη δεν μπορεί πάντα να προγραμματίζεται.

«Αν είχατε ορίσει μια επιτροπή στο εργαστήριο ή στην Ουάσιγκτον και λέγατε: "Ο στροβιλισμός βρίσκεται πράγματι μέσα στους στόχους μας, έχουμε βαλθεί να τον καταλάβουμε, η έλλειψη κατανόησης πραγματικά αποκλείει τη δυνατότητα μας να προχωρήσουμε σε πολλά πεδία", τότε ασφαλώς θα μπορούσατε να προσλάβετε μια ομάδα. Θα παίρνατε και ένα γιγάντιο υπολογιστή. Θα αρχίζατε να εκτελείτε μεγάλα προγράμματα. Και βέβαια δε θα φτάνατε ποτέ πουθενά. Αντίθετα, εμείς καθόμαστε ήσυχα κουβεντιάζοντας μεταξύ μας και κυρίως δουλεύοντας μόνοι μας». Είχαν μιλήσει για το στροβιλισμό, αλλά ο καιρός περνούσε κι ακόμα και ο Καρρούθερς δεν ήταν πια σίγουρος προς τα πού τραβούσε ο Φαϊγκενμπάουμ. «Νόμιζα πως τα είχε παρατήσει και είχε βρει κάποιο άλλο πρόβλημα. Δεν ήξερα ότι αυτό το άλλο πρόβλημα ήταν το *ίδιο* πρόβλημα». Φαίνεται ότι ήταν το ζήτημα στο οποίο είχαν κολλήσει πολλά διαφορετικά πεδία της επιστήμης — είχαν κολλήσει σ' αυτό το πρόβλημα της μη γραμμικής συμπεριφοράς των συστημάτων. Κανείς δεν είχε σκεφτεί ότι το σωστό υπόβαθρο γι' αυτό το πρόβλημα ήταν να ξέρεις σωματιδιακή φυσική, να ξέρεις κάτι για την κβαντική θεωρία πεδίου και να ξέρεις ότι στην κβαντική θεωρία πεδίου υπάρχει η δομή που είναι γνωστή ως ομάδα επανακανονικοποίησης (renormalization group). Κανείς δεν ήξερε ότι θα 'πρεπε να καταλαβαίνει τη γενική θεωρία των στοχαστικών διαδικασιών, όπως επίσης και τις φράκταλ δομές.

«Ο Μίτσελ είχε το σωστό υπόβαθρο. Έκανε το σωστό πράγμα τη σωστή στιγμή, και το έκανε πολύ καλά. Τίποτα λιγότερο. Έλυσε πλήρως το πρόβλημα».

Ο Φαϊγκενμπάουμ έφερε στο Λος Άλαμος την πεποίθηση ότι η επιστήμη του δεν είχε καταφέρει να κατανοήσει δύσκολα προβλήματα — μη γραμμικά προβλήματα. Αν και δεν είχε δώσει σχεδόν τίποτα ως φυσικός, είχε συσσωρεύσει ένα ασυνήθιστο διανοητικό υπόβαθρο. Ήξερε να δουλεύει καλά το σημαντικότερο μέρος της μαθηματικής ανάλυσης, νέα είδη υπολογιστικών τεχνικών που ωθούσαν τους περισσότερους επιστήμονες στα όρια των δυνατοτήτων τους. Είχε καταφέρει να μην αποβάλει μερικές φαινομενικά μη επιστημονικές ιδέες του ρομαντισμού του 18ου αιώνα. Ήθελε να κάνει επιστήμη που θα ήταν καινούρια. Άρχισε βάζοντας στην άκρη κάθε σκέψη για την κατανόηση της πραγματικής πολυπλοκότητας και αντίθετα στράφηκε στις απλούστερες μη γραμμικές εξισώσεις που μπορούσε να βρει.

ΤΟ ΜΥΣΤΗΡΙΟ ΤΟΥ σύμπαντος εμφανίστηκε για πρώτη φορά στον τετράχρονο Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ μέσα από ένα ραδιόφωνο Silvertone, στο σαλόνι των γονιών του στο Φλάτμπους του Μπρούκλιν, λίγο μετά τον πόλεμο. Η σκέψη ότι η μουσική έφτανε με μέσα που δεν ήταν χειροπιαστά τον ζάλιζε. Από την άλλη, ένιωθε να καταλαβαίνει το φωνογράφο. Η γιαγιά του του είχε δώσει έναν για να παίζει δίσκους των 78 στροφών.

Ο πατέρας του ήταν χημικός και εργαζόταν στην Υπηρεσία του Λιμανιού της Νέας Υόρκης και αργότερα στην εταιρεία Κλαιρόλ. Η μητέρα του δίδασκε στα δημόσια σχολεία της πόλης. Ο Μίτσελ αποφάσισε αρχικά να γίνει ηλεκτρολόγος μηχανικός, ένα επάγγελμα που στο Μπρούκλιν ήταν γνωστό ότι εξασφάλιζε καλή ζωή. Αργότερα συνειδητοποίησε ότι αυτό που ήθελε να ξέρει σχετικά με το ραδιόφωνο ήταν πιο πιθανό να το βρει στη φυσική. Ανήκε σε μια γενιά επιστημόνων που μεγάλωσαν στους περιφερειακούς δήμους της Νέας Υόρκης και έκαναν λαμπρή καριέρα ξεκινώντας από τα μεγάλα δημόσια λύκεια — στην περίπτωση του, από το λύκειο Σάμουελ Τζ. Τίλντεν — και στη συνέχεια πηγαίνοντας στο κολέγιο της πόλης της Νέας Υόρκης,

Για να μεγαλώσει στο Μπρούκλιν ένα παιδί που ήταν έξυπνο, έπρεπε σ' ένα βαθμό να ακολουθεί μια περίεργη πορεία ανάμεσα στον κόσμο του μυαλού και στον κόσμο των άλλων ανθρώπων. Ο Μίτσελ πολύ νέος ήταν πάρα πολύ κοινωνικός, κάτι που το θεωρούσε απαραίτητο για να μην τρώει ξύλο. Αλλά όταν συνειδητοποίησε ότι μπορούσε να μαθαίνει νέα πράγματα, κάτι συνέβη. Απομακρύνθηκε σιγά σιγά από τους φίλους του. Οι συνηθισμένες συζητήσεις δεν κέντριζαν το ενδιαφέρον του. Κάποτε, στο τελευταίο έτος του κολεγίου, τον ενόχλησε που είχε χάσει την εφηβεία του και έκανε προσπάθεια να ξανακερδίσει την επαφή του με τους άλλους. Καθόταν σιωπηλός στην καφετέρια και άκουγε τους σπουδαστές να φλυαρούν για το ξύρισμα ή το φαγητό και σιγά σιγά ξανάμαθε πολλά από την επιστήμη της επικοινωνίας με τους ανθρώπους.

Αποφοίτησε το 1964 και πήγε στο MIT, το Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασσαχουσέττης, όπου το 1970 πήρε το διδακτορικό του στη φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων. Στη συνέχεια πέρασε τέσσερα άγονα χρόνια στο Κορνέλ και στο Πολυτεχνικό Ινστιτούτο της Βιρτζίνια — άγονα με την έννοια της συνεχούς δημοσίευσης εργασιών πάνω σε βατά προβλήματα, κάτι που είναι ουσιαστικό για ένα νέο πανεπιστημιακό επιστήμονα. Οι μεταδιδακτορικοί σπουδαστές ήταν υποχρεωμένοι να γράφουν άρθρα. Κατά καιρούς, όταν κάποιος καθηγητής ρωτούσε τον Φαϊγκενμπάουμ τι είχε γίνει με κάποιο πρόβλημα, αυτός απαντούσε, «Α, τίποτε ακόμη, απλώς μόλις το κατάλαβα!»

Ο Καρρούθερς, που ήταν εξαιρετικός επιστήμονας και μόλις πρόσφατα είχε εγκατασταθεί στο Λος Άλαμος, υπερηφανευόταν για την ικανότητα του να ανακαλύπτει ταλέντα. Δεν αναζητούσε ευφυΐα αλλά ένα είδος δημιουργικότητας που φαινόταν να αναβλύζει από κάποιο μαγικό αδένα. Θυμόταν πάντα την περίπτωση του Κέννεθ Ουίλσον (Kenneth Wilson), ενός άλλου γλυκομίλητου φυσικού του Κορνέλ, που φαινόταν να μην κάνει απολύτως τίποτα. Όποιος όμως γνώριζε τον Ουίλσον καλύτερα διαπίστωνε πως είχε τη δυνατότητα να βλέπει βαθιά μέσα στη φυσική. Έτσι το ζήτημα της θέσης του Ουίλσον έγινε αντικείμενο σοβαρών διαφωνιών, Οι φυσικοί που ήταν έτοιμοι να στοιχηματίσουν για τις αναπόδεικτες δυνατότητες του τελικά κυριάρχησαν — και οι δυνατότητες του εμφανίστηκαν σαν έκρηξη. Ο Ουίλσον έγραψε

όχι ένα αλλά πληθώρα άρθρων καθώς και την εργασία που του έδωσε το βραβείο Νόμπελ το 1982.

Η μεγάλη προσφορά του Ουίλσον στη φυσική, μαζί με τις εργασίες δύο άλλων φυσικών, του Λέο Κάντανοφ (Leo Kadanoff) και του Μάικελ Φίσερ (Michael Fisher), υπήρξαν ένας σημαντικός πρόγονος της θεωρίας του χάους. Και οι τρεις, δουλεύοντας ανεξάρτητα, σκέφτονταν με διαφορετικό τρόπο τι συμβαίνει στις αλλαγές φάσεων. Μελετούσαν τη συμπεριφορά της ύλης κοντά στο σημείο που αυτή μεταπηδά από μια κατάσταση σε μιαν άλλη — από υγρή σε αέρια ή από μη μαγνητική σε μαγνητική. Σαν παράξενα όρια ανάμεσα σε δύο περιοχές της ύπαρξης, τα μαθηματικά των αλλαγών φάσεων έτειναν να είναι έντονα μη γραμμικά. Η ομαλή και προβλέψιμη συμπεριφορά της ύλης σε κάθε φάση προσφέρει ελάχιστη βοήθεια στην κατανόηση των αλλαγών της. Ένα δοχείο νερό πάνω στη φωτιά θερμαίνεται με κανονικό τρόπο, μέχρι να φτάσει στο σημείο βρασμού. Αλλά τότε παύει η άνοδος της θερμοκρασίας και ταυτόχρονα συμβαίνει κάτι πολύ ενδιαφέρον στην επιφάνεια που διαχωρίζει τα μόρια του υγρού απ' αυτά του ατμού.

Σύμφωνα με τον Κάντανοφ που μελέτησε αυτό το πρόβλημα στη δεκαετία του 1960, οι αλλαγές φάσεων θέτουν ένα γρίφο. Ας πάρουμε ένα κομμάτι μέταλλο που μαγνητίζεται. Καθώς μεταβαίνει σε μια κανονική κατάσταση, πρέπει να πάρει μία απόφαση. Ο μαγνήτης μπορεί να προσανατολιστεί με τον ένα ή τον άλλο τρόπο. Είναι ελεύθερος να διαλέξει. Αλλά και κάθε απειροελάχιστο κομμάτι του μετάλλου πρέπει να διαλέξει το ίδιο. Πώς;

Στη διαδικασία της εκλογής, τα άτομα του μετάλλου πρέπει να ανταλλάσσουν πληροφορίες μεταξύ τους. Ο Κάντανοφ διείδε ότι η επικοινωνία μπορεί να περιγραφεί πιο απλά με τη βοήθεια της σταθερότητας κλίμακας. Έτσι, φαντάστηκε ότι το μέταλλο διαιρείται σε κυψελίδες. Κάθε κυψελίδα επικοινωνεί με τις αμέσως γειτονικές της. Ο τρόπος περιγραφής αυτής της επικοινωνίας είναι ίδιος με τον τρόπο περιγραφής της επικοινωνίας κάθε ατόμου με τα γειτονικά *του*. Απ' αυτό προκύπτει η χρησιμότητα της σταθερότητας κλίμακας: ο καλύτερος τρόπος να σκεφτούμε το μέταλλο είναι με τη βοήθεια ενός μοντέλου όμοιου με φράκταλ, με κυψελίδες όλων των διαφορετικών μεγεθών.

Χρειάζονταν αρκετή μαθηματική ανάλυση και επίμονος πειραματισμός με τα πραγματικά συστήματα για να εδραιωθεί η ισχύς της ιδέας της σταθερότητας κλίμακας. Ο Κάντανοφ αισθανόταν ότι είχε αναλάβει μια πολύ δύσκολη υπόθεση και ότι δημιουργούσε έναν κόσμο με εξαιρετική ομορφιά και πλήρη ανεξαρτησία. Μέρος αυτής της ομορφιάς βρισκόταν στην παγκοσμιότητα της. Η ιδέα του Κάντανοφ πρόσφερε τη βάση για το πιο εκπληκτικό γεγονός σχετικά με τα κρίσιμα φαινόμενα, ότι δηλαδή αυτές οι φαινομενικά άσχετες μεταβάσεις — ο βρασμός των υγρών, ο μαγνητισμός των μετάλλων — ακολουθούν όλες τους ίδιους κανόνες.

Τότε ο Ουίλσον δημοσίευσε την εργασία του που οδήγησε στην ενσωμάτωση όλης της θεωρίας σ' εκείνη της ομάδας επανακανονικοποίησης, προσφέροντας έναν αποδοτικό τρόπο εκτέλεσης πραγματικών υπολογισμών για πραγματικά συστήματα. Η επανακανονικοποίηση είχε μπει στη φυσική τη δεκαετία του 1940 ως μέρος της κβαντικής θεωρίας και έκανε δυνατό τον υπολογισμό των αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στα ηλεκτρόνια και τα φωτόνια. Ένα πρόβλημα τότε, με υπολογισμούς σαν αυτούς που ανησυχούσαν τον Κάντανοφ και τον Ουίλσον, ήταν ότι μερικά στοιχεία φαίνονταν να απαιτούν να αντιμετωπιστούν σαν άπειρες ποσότητες, δουλειά μπελαλίδικη και δυσάρεστη. Επανακανονικοποιώντας το σύστημα, όπως επινόησαν ο Ρίτσαρντ Φέυνμαν, ο Τζούλιαν Σβίνγκερ (Julian Schwinger), ο Φρίμαν Ντάισον και άλλοι φυσικοί, μπόρεσαν να το απαλλάξουν από τις άπειρες ποσότητες.

Πολύ αργότερα, στη δεκαετία του 1960, ο Ουίλσον ανακάλυψε τις βάσεις που θα εξασφάλιζαν την επιτυχία της επανακανονικοποίησης. Όπως και ο Κάντανοφ, σκέφτηκε τις αρχές της σταθερότητας κλίμακας. Ορισμένες ποσότητες, όπως η μάζα ενός σωματιδίου, θεωρούνταν πάντα σταθερές — με τον ίδιο τρόπο που η μάζα οποιουδήποτε σώματος της καθημερινής εμπειρίας είναι σταθερή. Η επιτυχία της επανακανονικοποίησης βασιζόταν στη θεώρηση της μάζας ως μεγέθους με μεταβλητή τιμή. Αυτή η τιμή έμοιαζε να αυξάνεται ή να μειώνεται, ανάλογα με την κλίμακα μέτρησης. Αυτό φαινόταν παράλογο. Ήταν, ταυτόχρονα, ακριβώς ανάλογο αυτού που διαπίστωνε ο Μπενουά Μάντελμπροτ σχετικά με τα γεωμετρικά σχήματα και την ακτή της Αγγλίας.

Το μήκος τους δεν μπορούσε να μετρηθεί ανεξάρτητα από κλίμακα. Υπήρχε ένα είδος σχετικότητας, κατά την οποία η θέση του παρατηρητή, μακριά ή κοντά, πάνω στην ακτή ή σε δορυφόρο, επηρέαζε τη μέτρηση. Όπως είχε παρατηρήσει και ο Μάντελμπροτ, η μεταβολή της κλίμακας δεν ήταν αυθαίρετη, αλλά ακολουθούσε κάποιους κανόνες. Η μεταβλητότητα των πρότυπων μετρήσεων της μάζας ή του μήκους σήμαινε ότι ένα διαφορετικό είδος ποσότητας παρέμενε σταθερό. Στην περίπτωση των φράκταλ, αυτό ήταν η κλασματική διάσταση — μια σταθερά που μπορούσε να υπολογιστεί και να χρησιμοποιηθεί σαν εργαλείο για περαιτέρω υπολογισμούς. Το να επιτρέπεται στη μάζα να ποικίλλει ανάλογα με την κλίμακα σήμαινε ότι οι μαθηματικοί μπορούσαν να αναγνωρίζουν ομοιότητες ανάμεσα σε διαφορετικές κλίμακες.

Έτσι η θεωρία της ομάδας επανακανονικοποίησης του Ουίλσον πρόσφερε, για τη δύσκολη δουλειά των υπολογισμών, μια διαφορετική πορεία μέσα από απεριόριστα πυκνά προβλήματα, Μέχρι τότε, ο μοναδικός τρόπος που προσέγγιζαν τα δύσκολα μη γραμμικά προβλήματα ήταν με μια τεχνική που λεγόταν θεωρία διαταραχών (perturbation theory). Για να κάνουν υπολογισμούς, θεωρούσαν ότι το μη γραμμικό πρόβλημα ήταν λογικά κοντά σε κάποιο γραμμικό και επιλύσιμο πρόβλημα — που διέφερε κατά μία μικρή διαταραχή. Έλυναν το γραμμικό πρόβλημα και εκτελούσαν ένα πολύπλοκο τέχνασμα με το υπόλοιπο τμήμα, αναπτύσσοντας το σε μια άπειρη σειρά αυτών που είναι γνωστά ως διαγράμματα Φέυνμαν. Όσο πιο μεγάλη ακρίβεια χρειάζονταν, τόσο πιο πολλά απ' αυτά τα εξοντωτικά διαγράμματα έπρεπε να υπολογίσουν. Με λίγη τύχη οι υπολογισμοί τους συνέκλιναν σε μια λύση. Η τύχη είχε ωστόσο έναν τρόπο να εξαφανίζεται όποτε ένα πρόβλημα ήταν ιδιαίτερα ενδιαφέρον. Ο Φαϊγκενμπάουμ, όπως και κάθε άλλος νέος φυσικός της σωματιδιακής φυσικής στη δεκαετία του 1960, βρέθηκε να κάνει ατέλειωτα διαγράμματα Φέυνμαν. Τελικά έμεινε με την πεποίθηση ότι η θεωρία διαταραχών ήταν κουραστική, καθόλου διαφωτιστική και βλακώδης. Έτσι αγάπησε τη νέα θεωρία των ομάδων επανακανονικοποίησης του Ουίλσον. Αναγνωρίζοντας την ύπαρξη αυτοομοιότητας, βρήκε τον τρόπο να εξαφανίζει την πολυπλοκότητα, κατά ένα επίπεδο κάθε φορά.

Πρακτικά, η ομάδα επανακανονικοποίησης δεν ήταν αλάνθαστη. Απαιτούσε αρκετή οξυδέρκεια για να επιλεγούν οι σωστοί υπολογισμοί που θα αποκάλυπταν την αυτο-ομοιότητα. Ωστόσο, λειτουργούσε αρκετά καλά και συχνά τόσο καλά, ώστε να εμπνέει μερικούς φυσικούς, μαζί και τον Φαϊγκενμπάουμ, να την εφαρμόζουν στο πρόβλημα του στροβιλισμού. Στο κάτω κάτω, η αυτο-ομοιότητα έδειχνε να είναι η σφραγίδα του στροβιλισμού, με διακυμάνσεις μέσα σε διακυμάνσεις και δίνες μέσα σε δίνες. Αλλά τι γινόταν με την έναρξη του στροβιλισμού — τη μυστηριώδη εκείνη στιγμή που ένα κανονικό σύστημα μετατρέπεται σε χαοτικό; Δεν υπήρχε καμία ένδειξη ότι η ομάδα επανακανονικοποίησης είχε να πει κάτι σχετικά μ' αυτή τη μετάβαση. Δεν υπήρχε καμία ένδειξη, για παράδειγμα, ότι η μετάβαση υπάκουε στους νόμους της σταθερότητας κλίμακας.

Ο ΦΑΪΓΚΕΝΜΠΑΟΥΜ, ΩΣ μεταδιδακτορικός φοιτητής στο MIT, είχε μια εμπειρία που τη θυμόταν για πολλά χρόνια. Περπατούσε με φίλους γύρω από την τεχνητή λίμνη Λίνκολν στη Βοστόνη. Είχε τότε τη συνήθεια να κάνει τετράωρες και πεντάωρες βόλτες απορροφημένος από τις εντυπώσεις και τις ιδέες που τριγύριζαν στο μυαλό του. Εκείνη τη μέρα ξέκοψε από τους φίλους του και περπατούσε μόνος. Προσπέρασε κάποιες παρέες που έκαναν πικ-νικ και, καθώς απομακρυνόταν, κοίταζε κάθε τόσο πίσω, ακούγοντας τον ήχο των φωνών τους, παρατηρώντας τις κινήσεις των χεριών τους καθώς μιλούσαν ή άπλωναν να πάρουν φαγητό. Ξαφνικά αισθάνθηκε ότι η εικόνα είχε περάσει από κάποιο κατώφλι στο ακατανόητο. Οι φιγούρες των ανθρώπων ήταν πολύ μικρές και σχεδόν δεν διακρίνονταν. Οι ενέργειες τους φαίνονταν ασύνδετες, αυθαίρετες, τυχαίες. Ό,τι αδύναμοι ήχοι έφταναν ως αυτόν δεν είχαν νόημα,

Η αέναη κίνηση και η ακατανόητη φασαρία της ζωής. Ο Φαϊγκενμπάουμ θυμήθηκε τα λόγια του Γκούσταβ Μάλερ (Gustav Mahler), όταν περιέγραφε μια αίσθηση που προσπάθησε να βάλει στο τρίτο μέρος της Δεύτερης Συμφωνίας του. *Όπως οι κινήσεις ανθρώπων που χορεύουν σ' ένα κατάφωτο σαλόνι που το κοιτάς απέξω, από τη σκοτεινή νύχτα και από τέτοια απόσταση πον η μουσική δεν ακούγεται... Η ζωή μπορεί να σον φαίνεται χωρίς νόημα. Ο* Φαϊγκενμπάουμ άκουγε Μάλερ και διάβαζε

Γκαίτε, παρασυρόμενος συχνά απο τις έντονα ρομαντικές απόψεις τους. Πιο πολύ χαιρόταν βέβαια τον *Φάουστ του* Γκαίτε, το έργο με το συνδυασμό των πιο παθιασμένων και των πιο εγκεφαλικών ιδεών για τον κόσμο. Αν δεν είχε κάποιες ρομαντικές κλίσεις, σίγουρα θα είχε αποδιώξει μια αίσθηση σαν εκείνη της σύγχυσης που ένιωσε στη λίμνη. Και τέλος πάντων, γιατί θα 'πρεπε τα φαινόμενα να χάνουν το νόημα τους όταν παρατηρούνται από μεγαλύτερες αποστάσεις; Οι φυσικοί νόμοι δεν πρόσφεραν παρά μια τετριμμένη εξήγηση γι' αυτή τη σμίκρυνση. Αλλά και μετά από περισσότερη σκέψη, η σύνδεση ανάμεσα στη σμίκρυνση και στην απώλεια νοήματος δεν ήταν και τόσο φανερή. Γιατί έπρεπε να είναι αλήθεια ότι τα πράγματα καθώς γίνονται μικρά, γίνονται επίσης και ακατανόητα;

Ο Φαϊγκενμπάουμ προσπάθησε εντελώς σοβαρά να αναλύσει αυτή την εμπειρία με τα εργαλεία της θεωρητικής φυσικής, αναρωτώμενος τι θα μπορούσε να πει για το μηχανισμό της αντίληψης του εγκεφάλου. Βλέπουμε κάποιες ανθρώπινες συναλλαγές και βγάζουμε γι' αυτές μερικά συμπεράσματα. Με δεδομένη την τεράστια ποσότητα πληροφοριών που διατίθενται στις αισθήσεις μας, πώς τις ξεδιαλέγει ο μηχανισμός αποκωδικοποίησης που έχουμε; Σίγουρα — ή σχεδόν σίγουρα — ο εγκέφαλος δεν έχει πιστά αντίγραφα των πραγμάτων του κόσμου. Δεν υπάρχει καμιά βιβλιοθήκη μορφών και ιδεών με την οποία να συγκρίνονται οι εικόνες της αντίληψης. Η πληροφορία αποθηκεύεται με έναν πλαστικό τρόπο, επιτρέποντας απίστευτες αντιπαραθέσεις και άλματα της φαντασίας. Κάπου εκεί υπάρχει χάος, και ο εγκέφαλος φαίνεται να έχει περισσότερη ευελιξία από την κλασική φυσική στο να ανακαλύπτει τάξη μέσα σ' αυτό.

Την ίδια εποχή, ο Φαϊγκενμπάουμ σκεφτόταν και τα χρώματα. Μια από τις δευτερεύουσες αψιμαχίες στην επιστήμη, τα πρώτα χρόνια του 19ου αιώνα, ήταν η διαφορά γνώμης μεταξύ των οπαδών του Νεύτωνα στην Αγγλία και του Γκαίτε στη Γερμανία για τη φύση του χρώματος. Σύμφωνα με τη νευτώνεια φυσική, οι ιδέες του Γκαίτε ήταν ψευτοεπιστημονικές. Ο Γκαίτε αρνιόταν να δει το χρώμα σαν μια στατική ποσότητα, που μπορούσε να μετρηθεί με ένα φασματογράφο και να καρφιτσωθεί σαν πεταλούδα πάνω σ' ένα χαρτόνι. Υποστήριζε ότι το χρώμα είναι ζήτημα αντίληψης. «Με μικρές παρεκκλίσεις, η Φύση ταλαντώνεται μέ-

σα στα προδιαγραμμένα της όρια», έγραφε, «και έτσι προκύπτουν όλες οι καταστάσεις και ποικιλίες των φαινομένων που μας παρουσιάζονται στο χώρο και το χρόνο».

Η λυδία λίθος της θεωρίας του Νεύτωνα ήταν το περίφημο πείραμα του με το πρίσμα. Ένα πρίσμα διασπά μιαν ακτίνα λευκού φωτός σε ένα «ουράνιο τόξο» χρωμάτων, που εκτείνεται σε ολόκληρο το ορατό φάσμα. Ο Νεύτωνας συνειδητοποίησε πως αυτά τα καθαρά χρώματα πρέπει να ήταν οι στοιχειώδεις συνιστώσες που προστίθενται για να δημιουργήσουν το λευκό. Επιπλέον, διαβλέποντας πιο βαθιά, διατύπωσε την πρόταση ότι τα χρώματα αντιστοιχούσαν σε συχνότητες. Φαντάστηκε ότι κάποια δονούμενα σώματα — σωματίδια ήταν η παλιά λέξη — πρέπει να παράγουν χρώματα ανάλογα με την ταχύτητα των δονήσεων. Υπολογίζοντας πόσο λίγες ήταν οι ενδείξεις που στήριζαν αυτή την άποψη, μπορούμε να πούμε ότι ήταν αδικαιολόγητη όσο και θαυμάσια. Τι είναι *κόκκινο;* Για έναν φυσικό, είναι φως που εκπέμπεται σε κύματα με μήκος μεταξύ 620 και 800 εκατομμυριοστών του μέτρου. Η οπτική του Νεύτωνα δοκιμάστηκε χιλιάδες φορές από τότε και αποδείχτηκε σωστή, ενώ η πραγματεία του Γκαίτε πάνω στα χρώματα χάθηκε μέσα στην αφάνεια. Όταν ο Φαϊγκενμπάουμ αναζήτησε αυτή την πραγματεία, ανακάλυψε ότι το μοναδικό αντίγραφο που υπήρχε στη βιβλιοθήκη του Χάρβαρντ δεν ήταν στη θέση του.

Βρήκε τελικά ένα αντίγραφο και διαπίστωσε ότι ο Γκαίτε είχε κάνει πραγματικά μια σειρά ασυνήθιστα πειράματα κατά τη διερεύνηση των χρωμάτων. Είχε ξεκινήσει, όπως και ο Νεύτωνας, με ένα πρίσμα. Ο Νεύτωνας είχε κρατήσει το πρίσμα μπροστά από ένα φως, κατευθύνοντας τη διαθλασμένη ακτίνα πάνω σε μια λευκή επιφάνεια. Ο Γκαίτε κράτησε το πρίσμα μπροστά στο μάτι του κοιτάζοντας μέσα απ' αυτό. Δεν είδε κανένα χρώμα, ούτε ουράνιο τόξο ούτε μεμονωμένες αποχρώσεις. Κοιτάζοντας μια καθαρή λευκή επιφάνεια ή τον καθαρό γαλάζιο ουρανό μέσα από το πρίσμα, το αποτέλεσμα ήταν το ίδιο: ομοιομορφία.

Αν όμως η λευκή επιφάνεια διακοπτόταν από μια κηλίδα ή αν στον ουρανό υπήρχε ένα σύννεφο, τότε έβλεπε να ξεπηδούν χρώματα. «Η εναλλαγή φωτός και σκιάς», συμπέρανε ο Γκαίτε, προκαλεί το χρώμα. Προχώρησε να εξερευνήσει πώς αντιλαμβάνονται οι άνθρωποι τις σκιές που δημιουργούνται από διάφορε-

τικές πηγές χρωματιστού φωτός. Χρησιμοποίησε κεριά και μολύβια, καθρέφτες και χρωματιστά γυαλιά, το φως του Φεγγαριού και του Ήλιου, κρύσταλλα, υγρά και χρωματιστούς τροχούς σε μια μεγάλη ποικιλία πειραμάτων. Για παράδειγμα, άναψε ένα κερί μπροστά από ένα λευκό χαρτί στο λυκόφως και κράτησε ανάμεσα τους ένα μολύβι. Η σκιά του στο φως του κεριού ήταν ένα φωτεινό μπλε. Γιατί; Το λευκό χαρτί μόνο του το βλέπουμε λευκό, είτε στο φως της μέρας που σβήνει, είτε στο πρόσθετο φως ενός κεριού. Πώς μια σκιά διαιρεί το λευκό σε μια περιοχή μπλε και σε μια περιοχή κοκκινοκίτρινου; Το χρώμα είναι «ένας βαθμός σκοτεινότητας», υποστήριξε ο Γκαίτε, «συγγενικός με τη σκιά». Μ' άλλα λόγια, σε πιο σύγχρονη γλώσσα, το χρώμα προέρχεται από οριακές συνθήκες και ιδιομορφίες.

Εκεί που ο Νεύτωνας ήταν αναγωγικός, ο Γκαίτε ήταν ολιστικός. Ο Νεύτωνας «κομμάτιασε» το φως και βρήκε την πιο βασική φυσική εξήγηση του χρώματος. Ο Γκαίτε περπάτησε μέσα σε ανθόσπαρτους κήπους και μελέτησε πίνακες, αναζητώντας μια συνολική εξήγηση. Ο Νεύτωνας προσάρμοσε τη θεωρία του για τα χρώματα σε ένα μαθηματικό μοντέλο για όλη τη φυσική. Ο Γκαίτε, ευτυχώς ή δυστυχώς, απεχθανόταν τα μαθηματικά.

Ο Φαϊγκενμπάουμ έπεισε τον εαυτό του ότι ο Γκαίτε είχε δίκιο. Οι ιδέες του Γκαίτε μοιάζουν με μια εύκολη έννοια, διαδεδομένη ανάμεσα στους ψυχολόγους, που κάνει διάκριση ανάμεσα στη σκληρή φυσική πραγματικότητα και τη μεταβλητή υποκειμενική σύλληψη της. Τα χρώματα που αντιλαμβανόμαστε ποικίλλουν από ώρα σε ώρα και από άνθρωπο σε άνθρωπο — αυτό ήταν προφανές. Αλλά οι ιδέες του Γκαίτε, όπως τις κατάλαβε ο Φαϊγκενμπάουμ, είχαν μέσα τους περισσότερη αληθινή επιστήμη. Ήταν εμπειρικές και δύσκολες. Ο Γκαίτε τόνιζε συνέχεια πως τα πειράματα του μπορούσαν να επαναληφθούν. Γι' αυτόν, καθολική και αντικειμενική ήταν η αντίληψη των χρωμάτων. Υπάρχει επιστημονική απόδειξη ότι μπορούμε να ορίσουμε μια ιδιότητα του πραγματικού κόσμου, το κόκκινο χρώμα εν προκειμένω, που να είναι ανεξάρτητη από την υποκειμενική αντίληψη;

Ο Φαϊγκενμπάουμ έφτασε στο σημείο να αναρωτιέται τι είδους μαθηματικοί φορμαλισμοί αντιστοιχούν στην ανθρώπινη αντίληψη, συγκεκριμένα σε μια αντίληψη που κοσκίνιζε την ακατά-

σταστη πολλαπλότητα της εμπειρίας και έβρισκε παγκόσμιες ιδιότητες. Το κόκκινο δεν είναι απαραίτητα μια συγκεκριμένη περιοχή φωτεινών κυμάτων, όπως το θεωρούσαν οι νευτώνειοι. Είναι μια περιοχή ενός χαοτικού σύμπαντος, και τα όρια της δεν είναι τόσο εύκολο να περιγραφούν — ωστόσο τό μυαλό μας αναγνωρίζει το κόκκινο με απόλυτη και επαληθεύσιμη συνέπεια. Αυτές ήταν οι σκέψεις ενός νεαρού φυσικού, πολύ απομακρυσμένες, όπως έδειχναν, από προβλήματα όπως η στροβιλώδης ροή. Αλλά για να καταλάβει κανείς πώς το ανθρώπινο μυαλό χειρίζεται το χάος της αντίληψης, σίγουρα θα χρειαζόταν να κατανοήσει πώς η αταξία μπορεί να δημιουργεί παγκοσμιότητα.

ΟΤΑΝ Ο ΦΑΪΓΚΕΝΜΠΑΟΥΜ άρχισε να σκέφτεται τη μη γραμμικότητα στο Λος Άλαμος, συνειδητοποίησε ότι η εκπαίδευση του δεν του είχε διδάξει τίποτα χρήσιμο. Ήταν αδύνατο να λύσει ένα σύστημα μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων, αν δε συμφωνούσε με κάποιο από τα παραδείγματα που υπήρχαν στα βιβλία. Η τεχνική της θεωρίας διαταραχών, δηλαδή διαδοχικές διορθώσεις σε ένα πρόβλημα που μπορούσε να λύσει και έλπιζε ότι βρισκόταν κάπου κοντά στο πραγματικό, φαινόταν παράλογη. Διάβασε βιβλία πάνω σε μη γραμμικές ροές και ταλαντώσεις και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι υπήρχαν λίγα πράγματα που μπορούσαν να τον βοηθήσουν. Ο εξοπλισμός που διέθετε για τους υπολογισμούς ήταν μόνο μολύβι και χαρτί κι έτσι αποφάσισε να αρχίσει με ένα ανάλογο της απλής εξίσωσης που μελέτησε ο Ρόμπερτ Μέυ στο πλαίσιο της βιολογίας των πληθυσμών.

Η εξίσωση αυτή έτυχε να είναι εκείνη που χρησιμοποιούν οι μαθητές του λυκείου για να σχεδιάζουν παραβολές, και μπορεί να γραφτεί ως: $y = \rho(x-x^2)$. Κάθε τιμή του x δίνει μια τιμή του y, και η καμπύλη που προκύπτει εκφράζει τη σχέση των δύο μεταβλητών για το πεδίο τιμών. Αν το x (ο πληθυσμός αυτού του έτους) παίρνει μικρές τιμές, τότε και το y (ο πληθυσμός του επόμενου έτους) είναι μικρό, αλλά μεγαλύτερο από το χ· η καμπύλη αρχίζει να αυξάνεται απότομα. Αν το x παίρνει τιμές στο μέσο του πεδίου τιμών, τότε το y γίνεται το μεγαλύτερο δυνατό. Αλλά εκεί η κλίση της παραβολής μηδενίζεται, η καμπύλη γίνεται οριζόντια και αρχίζει να πέφτει, οπότε, όταν το x συνεχίζει να μεγαλώνει, το y γίνεται πάλι μικρό. Αυτό δημιουργεί το ισοδύναμο

των πληθυσμιακών καταρρεύσεων στα οικολογικά μοντέλα και αποτρέπει την απεριόριστη, μη ρεαλιστική ανάπτυξη.

Για τον Μέυ και μετά για τον Φαϊγκενμπάουμ, το ζήτημα ήταν να χρησιμοποιήσουν αυτό τον απλό υπολογισμό όχι μία φορά, αλλά να τον επαναλαμβάνουν απεριόριστα σαν ένα βρόχο ανάδρασης. Έτσι, το αποτέλεσμα/έξοδο κάθε υπολογισμού το έπαιρναν ως δεδομένο/είσοδο για τον επόμενο. Η παραβολή τους βοηθούσε σημαντικά για να παραστήσουν γραφικά αυτή τη διαδικασία. Διάλεγαν μια αρχική τιμή στον άξονα x. Έφερναν μια κατακόρυφη γραμμή μέχρι να συναντήσει την παραβολή. Διάβαζαν την αντίστοιχη τιμή από τον άξονα y. Με τη νέα τιμή άρχιζαν από την αρχή. Η ακολουθία αναπηδά αρχικά από σημείο σε σημείο πάνω στην παραβολή, και μετά—ίσως— περιέρχεται σε μια ευσταθή ισορροπία, όπου τα x και y είναι ίσα και έτσι η τιμή τους δεν μεταβάλλεται.

Τίποτα δε θα μπορούσε να είναι μακρύτερα από τους πολύπλοκους υπολογισμούς της γνωστής φυσικής. Αντί για ένα λαβυρινθώδες πρόβλημα που θα έπρεπε να λυθεί μια φορά, υπήρχε ένας απλός υπολογισμός που θα έπρεπε να γίνεται ξανά και ξανά. Όποιος θα εκτελούσε αυτό το αριθμητικό *πείραμα* απλώς θα *έπρεπε να παρατηρεί* με τον τρόπο που ο χημικός περιεργάζεται μια χημική αντίδραση που αφρίζει μέσα σ' ένα δοκιμαστικό σωλήνα. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας ήταν απλώς μια ακολουθία αριθμών αυτή όμως δεν συνέκλινε πάντα σε μια ευσταθή τελική κατάσταση. Μπορούσε να καταλήξει σε μια ταλάντωση ανάμεσα σε δύο τιμές, ή, όπως είχε εξηγήσει ο Μέυ στους βιολόγους, μπορούσε να συνεχίσει να μεταβάλλεται χαοτικά όσο κάποιος θα συνέχιζε να την παρατηρεί. Η επιλογή ανάμεσα σ' αυτές τις διαφορετικές δυνατές συμπεριφορές εξαρτώνταν από την τιμή της παραμέτρου.

Ο Φαϊγκενμπάουμ δοκίμασε πιο παραδοσιακές θεωρητικές προσεγγίσεις για να αναλύσει τις μη γραμμικές συναρτήσεις. Ούτε κι έτσι όμως είχε τη συνολική εικόνα για το τι μπορούσε να κάνει αυτή η εξίσωση. Έβλεπε ωστόσο ότι οι δυνατότητες ήταν ήδη τόσο πολύπλοκες, που θα ήταν υπερβολικά δύσκολο να αναλυθούν. Ήξερε επίσης ότι τρεις μαθηματικοί από το Λος Άλαμος, ο Νικόλας Μετρόπολις (Nicholas Metropolis), ο Πολ Στάιν (Paul Stein) και ο Μάιρον Στάιν (Myron Stein), είχαν μελε-

τήσει τέτοιες «απεικονίσεις» το 1971· τώρα ο Πολ Στάιν τον προειδοποιούσε ότι η πολυπλοκότητα ήταν πράγματι τρομερή. Αν αυτή η πιο απλή από τις εξισώσεις αποδειχνόταν ήδη υπερβολικά δύσκολη, τι θα γινόταν με τις πιο πολύπλοκες εξισώσεις που θα μπορούσε να καταγράψει ένας επιστήμονας για *πραγματικά* συστήματα; Ο Φαϊγκενμπάουμ έβαλε το πρόβλημα στην άκρη.

Στη σύντομη ιστορία του χάους, αυτή η φαινομενικά αθώα εξίσωση δίνει το πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα για το πώς διαφορετικές κατηγορίες επιστημόνων βλέπουν ένα πρόβλημα με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Για τους βιολόγους, ήταν μια εξίσωση που περιείχε ένα μήνυμα: Τα απλά συστήματα μπορούν να κάνουν πολύπλοκα πράγματα. Για τον Μετρόπολις και τους Στάιν το πρόβλημα ήταν να συντάξουν έναν κατάλογο τοπολογικών μορφών χωρίς καμία αναφορά σε αριθμητικές τιμές. Άρχιζαν τη διαδικασία ανάδρασης από ένα συγκεκριμένο σημείο και παρατηρούσαν τις διαδοχικές τιμές να αναπηδούν από σημείο σε σημείο πάνω στην παραβολή. Καθώς οι τιμές κινούνταν από τα δεξιά προς τα αριστερά, αυτοί κατέγραφαν ακολουθίες από Δ και Α. Μορφή αριθμός ένα; Δ. Μορφή αριθμός δύο: ΔΑΔ. Μορφή αριθμός εκατόν ενενήντα τρία: ΔΑΑΑΑΑΔΔΑΑ. Αυτές οι ακολουθίες είχαν μερικά ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά για έναν μαθηματικό: έδειχναν να επαναλαμβάνονται πάντα με την ίδια ειδική σειρά. Αλλά για έναν φυσικό φαίνονταν σκοτεινές και κουραστικές.

Κανείς δεν το διαπίστωσε τότε, αλλά ο Λόρεντζ είχε κοιτάξει την ίδια εξίσωση το 1964· ήταν η μαθηματική μεταγραφή ενός σοβαρού προβλήματος που αφορούσε το κλίμα, τόσο βαθιού, που σχεδόν κανείς δεν είχε σκεφτεί να το διατυπώσει νωρίτερα: *Υπάρχει κλίμα,* Με άλλα λόγια, ο καιρός στη Γη παρουσιάζει μακροπρόθεσμα μια μέση συμπεριφορά; Οι περισσότεροι μετεωρολόγοι, τότε όπως και σήμερα, θεώρησαν την απάντηση δεδομένη. Σίγουρα, κάθε μετρήσιμη συμπεριφορά, όσο κι αν αυξομειώνεται, πρέπει να έχει μια μέση τιμή, Αυτό, ακόμα και από διαίσθηση, δεν είναι καθόλου φανερό. Όπως απέδειξε ο Λόρεντζ, ο μέσος καιρός των τελευταίων 12.000 ετών ήταν σημαντικά διαφορετικός από το μέσο καιρό των πιο πριν 12.000 ετών, όταν η Βόρεια Αμερική ήταν κατά το μεγαλύτερο μέρος της καλυμμέ-

νη από πάγους. Υπήρχε κάποιο κλίμα που άλλαζε σ' ένα άλλο λόγω κάποιων φυσικών αιτίων; Ή μήπως υπάρχει ένα μακρύτερης διάρκειας κλίμα μέσα στο οποίο εκείνες οι περίοδοι αποτελούσαν απλώς διακυμάνσεις; Ή μήπως είναι δυνατόν ένα σύστημα σαν τον καιρό να μη συγκλίνει *ποτέ* σε μια μέση συμπεριφορά;

Ο Λόρεντζ διατύπωσε κι ένα δεύτερο ερώτημα. Ας υποθέσουμε ότι μπορούμε να καταγράψουμε το πλήρες σύνολο των εξισώσεων που καθορίζουν τον καιρό. Με άλλα λόγια, ας υποθέσουμε ότι έχουμε τον κώδικα του Θεού. Μπορούμε τότε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις για να υπολογίσουμε στατιστικά στοιχεία μέσων όρων σχετικά με τη θερμοκρασία ή τις βροχοπτώσεις; Αν οι εξισώσεις ήταν γραμμικές, τότε η απάντηση θα ήταν εύκολη· ένα ναι. Αλλά είναι μη γραμμικές. Επειδή ο Θεός δεν μας έχει δώσει τις πραγματικές εξισώσεις, ο Λόρεντζ εξέτασε τη δευτεροβάθμια εξίσωση διαφορών.

Ο Λόρεντζ, όπως και ο Μέυ, εξέτασε αρχικά για διάφορες τιμές της παραμέτρου τι συνέβαινε καθώς η εξίσωση επαναλαμβανόταν. Όταν οι παράμετροι ήταν μικρές, η εξίσωση κατέληγε σε ένα σταθερό και ορισμένο σημείο. Στο σημείο αυτό, ασφαλώς, το σύστημα έδινε ένα «κλίμα» με την πιο απλή δυνατή έννοια — ο «καιρός» δεν άλλαζε ποτέ. Όταν οι παράμετροι έπαιρναν μεγαλύτερες τιμές, εμφανιζόταν η δυνατότητα ταλάντωσης της εξίσωσης ανάμεσα σε δύο σημεία, αλλά και σ' αυτή την περίπτωση, το σύστημα συνέκλινε σε μια απλή μέση κατάσταση. Πέρα όμως από ένα ορισμένο σημείο, ο Λόρεντζ είδε να ακολουθεί το χάος. Αφού σκεφτόταν για το κλίμα, αναρωτήθηκε όχι μόνο αν η συνεχής ανάδραση θα έδινε περιοδική συμπεριφορά, αλλά επίσης ποιο θα ήταν το μέσο αποτέλεσμα. Και διαπίστωσε πως η απάντηση ήταν ότι και το μέσο αποτέλεσμα θα αυξομειωνόταν με ασταθή τρόπο. Όταν η τιμή της παραμέτρου μεταβαλλόταν ακόμα και λίγο, το μέσο αποτέλεσμα μπορούσε να αλλάζει υπερβολικά. Κατ' αναλογίαν, το κλίμα της Γης ίσως να μην κατέληγε ποτέ με διάρκεια σε μια ισορροπία με μέση μακροπρόθεσμη συμπεριφορά.

Η εργασία του Λόρεντζ πάνω στο κλίμα θα ήταν αποτυχία ως μαθηματικό άρθρο —δεν απόδειχνε τίποτα με την αξιωματική έννοια. Ως άρθρο φυσικής είχε επίσης σοβαρά μειονεκτήματα,

γιατί δεν μπορούσε να δικαιολογήσει το γεγονός ότι έβγαζε συμπεράσματα σχετικά με το κλίμα της Γης χρησιμοποιώντας μια τόσο απλή εξίσωση. Ο Λόρεντζ ωστόσο ήξερε τι έλεγε. «Ο συγγραφέας αισθάνεται ότι αυτή η ομοιότητα δεν είναι απλή σύμπτωση, αλλά η εξίσωση διαφορών καλύπτει πολλά από τα μαθηματικά, αν όχι και από τη φυσική, των μεταβάσεων από ένα καθεστώς της ροής σε άλλο, και οπωσδήποτε του συνολικού φαινομένου της αστάθειας». Ακόμα και είκοσι χρόνια αργότερα, κανείς δεν μπορούσε να καταλάβει ποια διαίσθηση δικαιολογούσε μια τόσο τολμηρή δήλωση, που δημοσιεύτηκε στο *Tellus,* ένα σουηδικό περιοδικό μετεωρολογίας. *(«Tellus!* Κανένας δε διαβάζει το *Tellus»,* δήλωσε πικρόχολα ένας φυσικός.) Ο Λόρεντζ οδηγούνταν στη βαθύτερη κατανόηση των ειδικών δυνατοτήτων που έχουν τα χαοτικά συστήματα — βαθύτερη από όσο μπορούσε να την εκφράσει στη γλώσσα της μετεωρολογίας.

Καθώς συνέχιζε να εξερευνά τις μεταβαλλόμενες μεταμφιέσεις των δυναμικών συστημάτων, συνειδητοποίησε ότι ορισμένα συστήματα λίγο πολυπλοκότερα αυτών που απεικονίζει η δευτεροβάθμια εξίσωση διαφορών μπορούσαν να παράγουν άλλα είδη απρόσμενων μορφών. Μέσα σε ένα συγκεκριμένο σύστημα μπορούσε να είναι κρυμμένο κάτι περισσότερο από μία ευσταθή λύση. Ένας παρατηρητής μπορεί να διαπιστώνει ένα είδος συμπεριφοράς για μεγάλο χρονικό διάστημα, αλλά ταυτόχρονα ένα άλλο, εντελώς διαφορετικό είδος συμπεριφοράς, μπορεί να είναι εξίσου φυσιολογικό για το σύστημα. Ένα τέτοιο σύστημα λέγεται αμετάβατο (intransitive). Μπορεί να παραμένει στη μία ή στην άλλη κατάσταση ισορροπίας αλλά όχι και στις δύο. Μόνο μια εξωτερική ώθηση μπορεί να το αναγκάσει να αλλάξει κατάσταση. Με μια έννοια, ένα κοινό εκκρεμές ρολόι είναι ένα αμετάβατο σύστημα. Προσφέρεται σ' αυτό μια σταθερή ροή ενέργειας από ένα συσπειρωμένο ελατήριο ή από μια μπαταρία, αλλά αφαιρείται απ' αυτό και μια σταθερή ροή ενέργειας που καταναλώνει η τριβή. Μια προφανής κατάσταση ισορροπίας είναι αυτή που αντιστοιχεί στην κανονική κίνηση της ταλάντωσης του. Αν κάτι τυχαίο προσκρούσει στο ρολόι, το εκκρεμές μπορεί να επιταχυνθεί ή να επιβραδυνθεί από το στιγμιαίο κραδασμό, αλλά γρήγορα θα επιστρέψει στην ίδια κατάσταση ισορροπίας. Όμως το εκκρεμές ρολόι έχει επίσης μια δεύτερη κατάσταση ισορρο-

πίας — μια δεύτερη λύση στις εξισώσεις κίνησης του — και αυτή είναι η κατάσταση κατά την οποία το εκκρεμές κρέμεται ακίνητο προς τα κάτω. Ένα λιγότερο κοινότοπο αμετάβατο σύστημα μπορεί να είναι το ίδιο το κλίμα — ίσως με αρκετές διακριτές περιοχές εντελώς διαφορετικών συμπεριφορών.

Οι κλιματολόγοι, που χρησιμοποιούν καθολικά υπολογιστικά μοντέλα για να προσομοιώνουν τη μακροπρόθεσμη συμπεριφορά της γήινης ατμόσφαιρας και των ωκεανών, ξέρουν από αρκετά χρόνια ότι τα μοντέλα τους επιτρέπουν την ύπαρξη μίας τουλάχιστον εντελώς διαφορετικής ισορροπίας. Σε ολόκληρο το γεωλογικό παρελθόν, αυτό το διαφορετικό κλίμα δεν υπήρξε ποτέ, αλλά αποτελεί μια εξίσου αποδεκτή λύση στο σύστημα των εξισώσεων που κυβερνούν τη Γη. Είναι αυτό που μερικοί κλιματολόγοι ονομάζουν κλίμα της Λευκής Γης: μιας Γης που οι ήπειροι της καλύπτονται από χιόνια και οι ωκεανοί της από πάγο. Μια παγωμένη Γη θα αντανακλούσε το 70% της ηλιακής ακτινοβολίας που θα δεχόταν, και έτσι θα παρέμενε υπερβολικά κρύα. Το χαμηλότερο στρώμα της ατμόσφαιρας, η τροπόσφαιρα, θα ήταν πολύ πιο λεπτό. Οι ανεμοθύελλες που θα φυσούσαν στην παγωμένη επιφάνεια θα ήταν πολύ μικρότερες απ' αυτές που ξέρουμε. Γενικά, το κλίμα θα ήταν λιγότερο φιλόξενο για τη ζωή όπως την ξέρουμε. Τα υπολογιστικά μοντέλα έχουν έντονη την τάση να καταλήγουν στην κατάσταση ισορροπίας της Λευκής Γης, ώστε οι κλιματολόγοι αναρωτιούνται γιατί δεν έχει ποτέ εμφανιστεί κάτι τέτοιο. Ίσως να είναι απλώς ζήτημα τύχης.

Για να μεταβεί το κλίμα της Γης στην παγωμένη του κατάσταση ίσως να απαιτεί μια μεγάλη ώθηση από κάποια εξωτερική πηγή. Αλλά ο Λόρεντζ περιέγραψε ένα άλλο πειστικό είδος συμπεριφοράς που ονομάζεται «σχεδόν-αμετάβατο». Ένα σχεδόν-αμετάβατο σύστημα εμφανίζει για ένα πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα κάποιο είδος μέσης συμπεριφοράς, η οποία κυμαίνεται μέσα σε ορισμένα όρια. Στη συνέχεια, χωρίς κανένα φανερό λόγο, μεταβαίνει σε ένα διαφορετικό είδος συμπεριφοράς, που και πάλι κυμαίνεται, αλλά γύρω από μια διαφορετική μέση τιμή/Οσοι σχεδιάζουν στους υπολογιστές μοντέλα για τον καιρό γνωρίζουν την ανακάλυψη του Λόρεντζ, αλλά προσπαθούν, με κάθε τρόπο, να αποφεύγουν τη σχεδόν-αμετάβατη συμπεριφορά. Είναι ιδιαίτερα απρόβλεπτη, Η φυσιολογική κατεύθυνση τους είναι να

κάνουν μοντέλα με μια έντονη τάση να επιστρέφουν στην κατάσταση ισορροπίας που μετράμε κάθε μέρα στον πραγματικό πλανήτη. Στη συνέχεια, για να εξηγήσουν τις μεγάλες αλλαγές στο κλίμα, αναζητούν εξωτερικές αιτίες — για παράδειγμα, μεταβολές στην τροχιά της Γης γύρω από τον Ήλιο. Επίσης, δε χρειάζεται μεγάλη φαντασία για να δει ένας κλιματολόγος ότι η σχεδόν-αμετάβατη συμπεριφορά μπορεί να εξηγήσει γιατί το κλίμα της Γης διανύει μεγάλες Εποχές Παγετώνων σε μυστηριώδη και ακανόνιστα διαστήματα. Αν είναι έτσι, δε χρειάζεται να αναζητήσουμε κάποια φυσική αιτία για τους χρόνους που έγιναν αυτές οι παρεκκλίσεις. Οι Εποχές των Παγετώνων μπορεί να είναι απλώς ένα προϊόν του χάους.

ΟΠΩΣ ΕΝΑΣ ΣΥΛΛΕΚΤΗΣ όπλων αναπολεί με μελαγχολία το σαρανταπεντάρι Κολτ την εποχή των αυτόματων όπλων, έτσι και ο σύγχρονος επιστήμονας αισθάνεται κάποια νοσταλγία για την αριθμομηχανή HP-65. Στα λίγα χρόνια της κυριαρχίας της, η μηχανή αυτή άλλαξε για πάντα τις συνήθειες πολλών επιστημόνων. Για τον Φαϊγκενμπάουμ, η μηχανή αυτή αποτέλεσε τη γέφυρα ανάμεσα στο μολύβι και το χαρτί από τη μια και στους υπολογιστές από την άλλη, που δεν είχαν ακόμα επινοηθεί.

Ο Φαϊγκενμπάουμ δεν ήξερε τίποτα για τον Λόρεντζ, αλλά το καλοκαίρι του 1975, σε μια συγκέντρωση στο Άσπεν του Κολοράντο, άκουσε μια ομιλία του Στιβ Σμέιλ σχετικά με μερικές μαθηματικές ιδιότητες της ίδιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης διαφορών. Ο Σμέιλ έδειχνε να νομίζει ότι υπήρχαν μερικά ενδιαφέροντα ανοιχτά ερωτήματα σχετικά με το ακριβές σημείο στο οποίο η απεικόνιση μεταβάλλεται από περιοδική σε χαοτική. Όπως πάντα, ο Σμέιλ είχε ένα οξύ ένστικτο για ερωτήματα που άξιζαν να διερευνηθούν. Ο Φαϊγκενμπάουμ αποφάσισε να το κοιτάξει άλλη μια φορά. Με την αριθμομηχανή του άρχισε να χρησιμοποιεί ένα συνδυασμό αναλυτικής άλγεβρας και αριθμητικών αναζητήσεων με στόχο να καταλάβει την απεικόνιση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης διαφορών, εστιάζοντας στην οριακή περιοχή ανάμεσα στην τάξη και το χάος.

Μεταφορικά — αλλά *μόνο* μεταφορικά — ήξερε ότι αυτή η περιοχή ήταν σαν τα μυστηριώδη όρια ανάμεσα στην ομαλή ροή και στο στροβιλισμό ενός υγρού. Ήταν η περιοχή στην

οποία ο Ρόμπερτ Μέυ είχε επιστήσει την προσοχή των πληθυσμιακών βιολόγων, που προηγουμένως δεν είχαν καταφέρει να δουν τίποτε άλλο παρά κανονικούς κύκλους στη μεταβολή των πληθυσμών των ζώων. Στην περιοχή αυτή, η πορεία προς το χάος ήταν μια συνεχής διαδικασία διπλασιασμού των περιόδων, διάσπασης των δύο κύκλων σε τέσσερις, των τεσσάρων σε οχτώ κ.ο.κ. Αυτές οι διασπάσεις δημιουργούσαν μια υπέροχη μορφή. Ήταν τα σημεία στα οποία μια μικρή αλλαγή στην *αναπαραγωγική ικανότητα,* για παράδειγμα, μπορούσε να οδηγήσει έναν πληθυσμό νομαδικών εντόμων να μεταβάλλεται από έναν κύκλο τεσσάρων ετών σε έναν κύκλο οχτώ ετών. Ο Φαϊγκενμπάουμ αποφάσισε να ξεκινήσει υπολογίζοντας τις ακριβείς τιμές των παραμέτρων που δημιουργούσαν τις διασπάσεις.

Τελικά, ο αργός ρυθμός της αριθμομηχανής τον οδήγησε εκείνο τον Αύγουστο σε μια ανακάλυψη. Χρειαζόταν μερικά λεπτά για να υπολογίζει κάθε τιμή. Όσο προχωρούσε, τόσο περισσότερο χρόνο χρειαζόταν για κάθε υπολογισμό. Με ένα γρήγορο υπολογιστή που θα του τύπωνε αμέσως τα αποτελέσματα, ο Φαϊγκενμπάουμ ίσως να μην είχε παρατηρήσει καμιά μορφή. Χωρίς αυτά όμως ήταν υποχρεωμένος να γράφει τους αριθμούς με το χέρι, στη συνέχεια, ενώ περίμενε, σκεφτόταν αυτούς τους αριθμούς και, για να κερδίζει χρόνο, προσπαθούσε να προβλέπει την επόμενη απάντηση.

Σε μια στιγμή διαπίστωσε ότι δε χρειαζόταν να κάνει πρόβλεψη. Στο σύστημα υπήρχε κρυμμένη μια απρόσμενη κανονικότητα; οι αριθμοί συνέκλιναν γεωμετρικά, με τον ίδιο τρόπο που σε ένα προοπτικό σχέδιο συγκλίνουν στον ορίζοντα οι τηλεφωνικές κολόνες. Αν γνωρίζουμε πόσο μεγάλες πρέπει να κάνουμε δύο τηλεφωνικές κολόνες, γνωρίζουμε και όλα τα υπόλοιπα — ο λόγος της δεύτερης προς την πρώτη θα είναι επίσης ο λόγος της τρίτης προς τη δεύτερη κ.ο.κ. Οι διπλασιασμοί των περιόδων δεν εμφανίζονταν μόνο όλο και γρηγορότερα, αλλά εμφανίζονταν όλο και γρηγορότερα με ένα σταθερό ρυθμό.

Γιατί συνέβαινε αυτό; Συνήθως, η παρουσία γεωμετρικής σύγκλισης υποδείχνει ότι κάτι, κάπου, επαναλαμβάνεται σε διαφορετικές κλίμακες. Αλλά αν μέσα σ' αυτή την εξίσωση υπήρχε μια μορφή με σταθερότητα κλίμακας, δεν την είχε δει ποτέ κανείς. Ο Φαϊγκενμπάουμ υπολόγισε το ρυθμό της σύγκλισης με τη

μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια στη μηχανή του — με τρία δεκαδικά ψηφία — και κατέληξε στον αριθμό 4,669. Σήμαινε τίποτε αυτός ο συγκεκριμένος λόγος; Ο Φαϊγκενμπάουμ έκανε ό,τι θα έκανε καθένας που θα ενδιαφερόταν για τους αριθμούς. Πέρασε την υπόλοιπη μέρα του προσπαθώντας να συσχετίσει τον αριθμό με όλες τις γνωστές σταθερές — το π, το e, κ.ο.κ. Δεν διαπίστωσε καμία σχέση.

Κατά περίεργο τρόπο, ο Ρόμπερτ Μέυ συνειδητοποίησε αργότερα ότι και ο ίδιος είχε δει αυτή τη γεωμετρική σύγκλιση. Αλλά το ξέχασε γρήγορα, όσο γρήγορα την είχε παρατηρήσει. Κατά την άποψη του Μέυ, στην οικολογία ήταν μια αριθμητική ιδιομορφία και τίποτα περισσότερο. Στα πραγματικά συστήματα που ερευνούσε— συστήματα πληθυσμών ζώων ή ακόμα και οικονομικά συστήματα— ο αναπόφευκτος θόρυβος θα κατάπνιγε κάθε λεπτομέρεια τόσο συγκεκριμένη. Η αταξία, που τον οδήγησε τόσο μακριά, τον σταμάτησε στο κρίσιμο σημείο. Ο Μέυ εντυπωσιάστηκε από τη συνολική συμπεριφορά της εξίσωσης. Δε φαντάστηκε ότι οι αριθμητικές λεπτομέρειες θα αποδείχνονταν σημαντικές.

Ο Φαϊγκενμπάουμ ήξερε τι είχε στα χέρια του, γιατί η γεωμετρική σύγκλιση σήμαινε ότι κάτι σ' αυτή την εξίσωση *έμενε σταθερό στις διάφορες κλίμακες* και ήξερε ότι η σταθερότητα κλίμακας ήταν σημαντικό ζήτημα. Όλη η θεωρία της επανακανονικοποίησης στηριζόταν σ' αυτό. Σε ένα καταφανώς απείθαρχο σύστημα, σταθερότητα κλίμακας σήμαινε ότι κάποια ιδιότητα διατηρούνταν, ενώ όλα τα άλλα μεταβάλλονταν. Κάποια κανονικότητα βρίσκεται κάτω από τη στροβιλώδη επιφάνεια της εξίσωσης. Αλλά πού; Ήταν πολύ δύσκολο να δει τι έπρεπε να γίνει στη συνέχεια.

Το καλοκαίρι γρήγορα γίνεται φθινόπωρο στο Λος Άλαμος, και ο Οκτώβριος σχεδόν τελείωνε όταν ο Φαϊγκενμπάουμ συνέλαβε μια περίεργη ιδέα. Ήξερε ότι ο Μετρόπολις και οι Στάιν είχαν μελετήσει και άλλες εξισώσεις και είχαν διαπιστώσει ότι ορισμένους σχηματισμούς τους συναντούσαν και σε άλλα είδη συναρτήσεων. Εμφανίζονταν οι ίδιοι συνδυασμοί των Δ και Α και εμφανίζονταν με την ίδια σειρά. Μια συνάρτηση περιείχε το ημίτονο ενός αριθμού, μια περιπλοκή που την έκανε να φαίνεται άσχετη με την προσεκτικά επεξεργασμένη δική του προσέγγιση

στην εξίσωση της παραβολής. Έπρεπε να ξεκινήσει. Έτσι πήρε τον HP-45 πάλι και άρχισε να υπολογίζει τους διπλασιασμούς περιόδων για $X_{v+1} = \rho \cdot \eta\mu(\pi X_v)$. Ο υπολογισμός της τριγωνομετρικής συνάρτησης έκανε τη διαδικασία ακόμα πιο αργή και ο Φαϊγκενμπάουμ αναρωτήθηκε αν θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει μια συντομότερη μέθοδο. Καθώς παρατηρούσε τους αριθμούς, συνειδητοποίησε ότι αυτοί συνέκλιναν πάλι γεωμετρικά. Έπρεπε λοιπόν να υπολογίσει πάλι το βαθμό της σύγκλισης γι' αυτή τη νέα εξίσωση. Η ακρίβεια ήταν πάλι περιορισμένη, αλλά έβγαλε ένα αποτέλεσμα με τρία δεκαδικά ψηφία: 4,669.

Ήταν ο ίδιος αριθμός. Απίστευτο! Αυτή η τριγωνομετρική συνάρτηση δεν εμφάνιζε απλώς μια συνεπή γεωμετρική κανονικότητα — εμφάνιζε μια κανονικότητα που ήταν αριθμητικά *ταυτόσημη* με μιας πολύ πιο απλής συνάρτησης. Δεν υπήρχε μαθηματική ή φυσική θεωρία που να εξηγεί γιατί δύο εξισώσεις τόσο διαφορετικές στη μορφή και στο νόημα έπρεπε να οδηγούν στο ίδιο αποτέλεσμα.

Ο Φαϊγκενμπάουμ τηλεφώνησε στον Πολ Στάιν, εκείνος όμως δεν ήταν έτοιμος να πιστέψει τη σύμπτωση με μια τόσο πενιχρή ένδειξη. Η ακρίβεια, στο κάτω κάτω, ήταν φτωχή. Παρ' όλα αυτά, ο Φαϊγκενμπάουμ τηλεφώνησε στους γονείς του στο Νιου Τζέρσεϋ για να τους πει ότι είχε ανακαλύψει κάτι πολύ σημαντικό. Είπε στη μητέρα του πως αυτό θα τον έκανε διάσημο. Μετά άρχισε να δοκιμάζει άλλες συναρτήσεις, όποιες νόμιζε ότι στην πορεία τους προς την αταξία περνούσαν από μια ακολουθία διακλαδώσεων. Όλες έδιναν τον ίδιο αριθμό.

Ο Φαϊγκενμπάουμ έπαιζε σε όλη του τη ζωή με αριθμούς, Σαν έφηβος ήξερε να υπολογίζει λογάριθμους και ημίτονα, όταν οι περισσότεροι άνθρωποι χρησιμοποιούσαν πίνακες. Αλλά δεν είχε μάθει ποτέ να χρησιμοποιεί υπολογιστή μεγαλύτερο από την αριθμομηχανή του — και σ' αυτό έμοιαζε με τους φυσικούς και τους μαθηματικούς που είχαν την τάση να περιφρονούν το μηχανιστικό τρόπο σκέψης που συνεπαγόταν η δουλειά με υπολογιστή. Τώρα όμως είχε φτάσει ο καιρός. Ζήτησε από ένα συνάδελφο του να του μάθει την Fortran, και στο τέλος της μέρας είχε υπολογίσει για μια ομάδα συναρτήσεων τη σταθερά του με πέντε δεκαδικά ψηφία: 4,66920. Εκείνο το βράδυ διάβασε για τη διπλή προσέγγιση στο φυλλάδιο του υπολογιστή, και την επομέ-

νη έφτασε στο 4,6692016090 — ακρίβεια αρκετή για να πείσει τον Στάιν. Ο Φαϊγκενμπάουμ όμως δεν ήταν απόλυτα σίγουρος ότι είχε πειστεί και ο ίδιος. Είχε βαλθεί να αναζητά την κανονικότητα — αυτό σήμαινε κατανόηση των μαθηματικών — αλλά είχε βαλθεί να το κάνει *γνωρίζοντας* ότι ορισμένα είδη εξισώσεων, όπως ακριβώς και ορισμένα φυσικά συστήματα, συμπεριφέρονται με ειδικούς, χαρακτηριστικούς τρόπους. Αυτές οι εξισώσεις, στο κάτω κάτω, ήταν απλές. Ο Φαϊγκενμπάουμ είχε καταλάβει τη δευτεροβάθμια και την ημιτονοειδή εξίσωση διαφορών — τα μαθηματικά τους ήταν απλά. Κάτι όμως στην καρδιά αυτών των πολύ διαφορετικών εξισώσεων, που επαναλαμβάνονταν συνέχεια και συνέχεια, έδινε ένα μοναδικό αριθμό. Είχε πέσει τυχαία πάνω σε κάτι: ίσως σε κάτι αξιοπερίεργο, ίσως σ' ένα νέο νόμο της φύσης.

Ας φανταστούμε ότι ένας προϊστορικός ζωολόγος καταλήγει στην άποψη ότι μερικά πράγματα είναι πιο βαριά από άλλα — έχουν κάποια αφηρημένη ιδιότητα που αυτός ονομάζει *βάρος* — και θέλει να διερευνήσει αυτή την ιδέα επιστημονικά. Στην πραγματικότητα δεν έχει μετρήσει ποτέ του το βάρος, νομίζει όμως ότι κατανοεί κάπως την έννοια. Παρατηρεί μεγάλα φίδια και μικρά φίδια, μεγάλες αρκούδες και μικρές αρκούδες, και φαντάζεται ότι το βάρος αυτών των ζώων μπορεί να έχει κάποια σχέση με το μέγεθος τους. Φτιάχνει μια ζυγαριά και αρχίζει να ζυγίζει φίδια. Όλα τα φίδια έχουν το ίδιο βάρος, κάτι που τον ξαφνιάζει. Σαστίζει όταν διαπιστώνει ότι και όλες οι αρκούδες έχουν επίσης το ίδιο βάρος. Και μένει άναυδος όταν βλέπει ότι οι αρκούδες ζυγίζουν το ίδιο με τα φίδια. Όλα έχουν βάρος 4,6692016090. Σίγουρα δεν ήταν *βάρος* αυτό που υπέθετε. Χρειαζόταν να ξανασκεφτεί την έννοια.

Χείμαρροι, εκκρεμή, ηλεκτρονικοί ταλαντωτές — πολλά φυσικά συστήματα υφίσταντο μια μετάβαση στην πορεία τους προς το χάος κι αυτές οι μεταβάσεις παρέμεναν πολύπλοκες και δεν αναλύονταν εύκολα. Αυτά ήταν τα συστήματα που η μηχανική τους φαινόταν τελείως κατανοητή. Οι φυσικοί γνώριζαν όλες τις σωστές εξισώσεις, αλλά η μετάβαση από τις εξισώσεις στην κατανόηση της γενικής μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς φαινόταν αδύνατη. Δυστυχώς, οι εξισώσεις των ρευστών, ακόμα και των εκκρεμών, ήταν πολύ πιο προκλητικές από την απλή μονοδιά-

στατη απεικόνιση της λογιστικής εξίσωσης διαφορών. Αλλά η ανακάλυψη του Φαϊγκενμπάουμ σήμαινε ότι αυτές οι εξισώσεις βρίσκονταν πέρα από το πρόβλημα. Ήταν άσχετες. Όταν εμφανιζόταν τάξη, ξαφνικά ξεχνιόταν ποια ήταν η αρχική εξίσωση· είτε δευτεροβάθμια είτε τριγωνομετρική, το αποτέλεσμα ήταν το ίδιο. «Όλη η παράδοση της φυσικής λέει ότι απομονώνεις τους μηχανισμούς και όλα τα υπόλοιπα ακολουθούν», είπε. «Το πρόβλημα εδώ όμως είναι εντελώς διαφορετικό. Εδώ γνωρίζουμε τις σωστές εξισώσεις αλλά δεν βοηθούν. Συνδυάζουμε όλα τα μικροσκοπικά μέρη και διαπιστώνουμε ότι δεν μπορούμε να συναγάγουμε μακροπρόθεσμα συμπεράσματα γι' αυτά. Αυτά δεν είναι σημαντικά για το πρόβλημα. Τα παραπάνω αλλάζουν τελείως την έννοια του *γνωρίζω κάτι*».

Αν και η σύνδεση ανάμεσα στην αριθμητική και τη φυσική ήταν αμυδρή, ο Φαϊγκενμπάουμ είχε διαπιστώσει ότι έπρεπε να επεξεργαστεί ένα νέο τρόπο υπολογισμού πολύπλοκων μη γραμμικών προβλημάτων. Μέχρι τότε, όλες οι τεχνικές στηρίζονταν στις λεπτομέρειες των συναρτήσεων. Αν η συνάρτηση ήταν ημιτονοειδής, οι προσεκτικά επεξεργασμένοι υπολογισμοί του Φαϊγκενμπάουμ ήταν υπολογισμοί με ημίτονα. Από τη στιγμή που ανακάλυψε την παγκοσμιότητα, όλες αυτές οι τεχνικές θα έπρεπε να παραμεριστούν. Η κανονικότητα δεν είχε τίποτα να κάνει με τα ημίτονα. Δεν είχε τίποτα να κάνει με παραβολές. Δεν είχε τίποτα να κάνει με οποιαδήποτε συγκεκριμένη συνάρτηση. Αλλά γιατί; Ήταν να σου στρίβει! Η φύση είχε τραβήξει για μια μόνο στιγμή την κουρτίνα και είχε δείξει μια εικόνα απρόσμενης τάξης. Τι άλλο υπήρχε πίσω από την κουρτίνα;

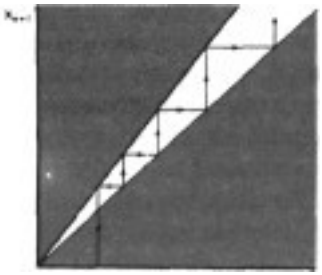
ΟΤΑΝ ΗΡΘΕ Η ΕΜΠΝΕΥΣΗ είχε τη μορφή μιας εικόνας, μιας νοητικής εικόνας δύο μικρών κυματοειδών μορφών και μιας μεγάλης. Αυτό ήταν όλο — μια ζωηρή και έντονη εικόνα χαραγμένη στο μυαλό του, όχι περισσότερο ίσως από την ορατή κορυφή ενός τεράστιου παγόβουνου νοητικής επεξεργασίας που είχε γίνει κάτω από το συνειδητό. Η εικόνα αυτή είχε να κάνει με τη σταθερότητα κλίμακας και έδειξε στον Φαϊγκενμπάουμ το δρόμο που χρειαζόταν.

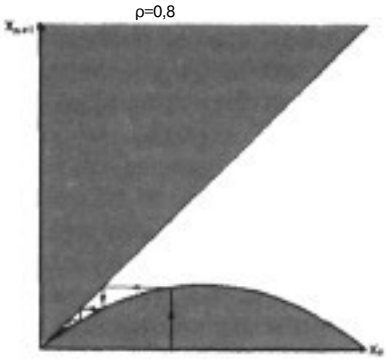
Αυτός μελετούσε τους ελκυστές, Η ευσταθής ισορροπία στην οποία έφταναν οι απεικονίσεις του αντιστοιχεί σ' ένα σταθερό

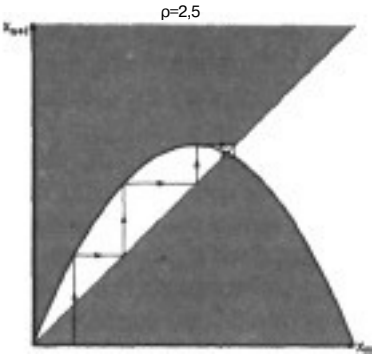
σημείο που έλκει όλα τα άλλα — όποιος κι αν είναι ο αρχικός «πληθυσμός» θα αυξομειώνεται σταθερά με κατεύθυνση προς τον ελκυστή. Μετά, με τον πρώτο διπλασιασμό της περιόδου, ο ελκυστής διασπάται στα δύο, σαν ένα κύτταρο που διαιρείται. Αρχικά, αυτά τα δύο σημεία είναι πρακτικά μαζί, αλλά μετά, καθώς η τιμή της παραμέτρου αυξάνεται, απομακρύνονται το ένα απ' το άλλο. Τότε συμβαίνει ένας δεύτερος διπλασιασμός περιόδου: κάθε σημείο του ελκυστή, την ίδια στιγμή, διασπάται και πάλι. Ο αριθμός του Φαϊγκενμπάουμ του επέτρεπε να προβλέπει *πότε* θα συνέβαιναν οι διπλασιασμοί των περιόδων. Τώρα ανακάλυψε ότι μπορούσε επίσης να προβλέπει τις ακριβείς τιμές κάθε σημείου σ" αυτόν τον όλο και πιο πολύπλοκο ελκυστή — δύο σημεία, τέσσερα σημεία, οχτώ σημεία ... . Μπορούσε να προβλέπει πού έφταναν οι πραγματικοί πληθυσμοί κατά τις ετήσιες ταλαντεύσεις τους. Υπήρχε ακόμα άλλη μια γεωμετρική σύγκλιση. Αυτοί οι αριθμοί υπάκουαν επίσης σε ένα νόμο σταθερότητας κλίμακας.

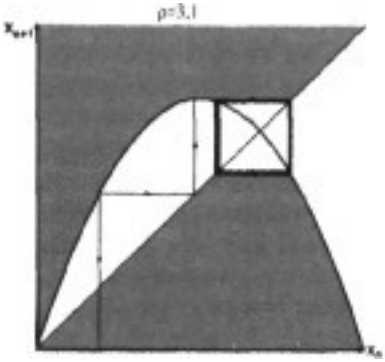
Ο Φαϊγκενμπάουμ εξερευνούσε μια ξεχασμένη περιοχή ανάμεσα στα μαθηματικά και τη φυσική. Ήταν δύσκολο να ταξινομηθεί η δουλειά του. Δεν ήταν μαθηματικά γιατί αυτός δεν *απόδειχνε* τίποτα. Μελετούσε αριθμούς, ναι, αλλά οι αριθμοί για τους μαθηματικούς είναι ό,τι τα σακούλια με τα κέρματα για τους τραπεζίτες: κατ' όνομα είναι το υλικό του επαγγέλματος τους, αλλά στην ουσία κάτι πολύ ευτελές και ειδικό για να χάνουν το χρόνο τους μ' αυτό. Το πραγματικό νόμισμα για τους μαθηματικούς είναι οι ιδέες. Ο Φαϊγκενμπάουμ δούλευε πάνω σ' ένα πρόγραμμα φυσικής κι όσο κι αν φαινόταν παράξενο, ήταν σχεδόν ένα είδος πειραματικής φυσικής.

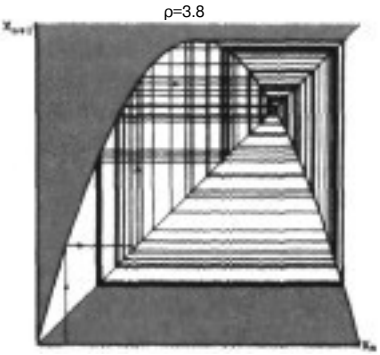
Το αντικείμενο της μελέτης του ήταν αριθμοί και συναρτήσεις αντί για μεσόνια και κουάρκ. Είχαν τροχιές και πορείες. Έπρεπε να ψάξει μέσα στη συμπεριφορά τους. Χρειαζόταν, σύμφωνα με μια φράση που αργότερα έγινε κλισέ της νέας επιστήμης, να *αναπτύξει διαίσθηση.* Ο δικός του επιταχυντής και ο δικός του θάλαμος φυσαλίδων δεν ήταν παρά ο ηλεκτρονικός υπολογιστής του. Μαζί και με τη θεωρία του, έχτιζε μια μεθοδολογία. Συνήθως ένας χρήστης υπολογιστή κατασκευάζει ένα πρόβλημα, το περνάει στον υπολογιστή και περιμένει απ' αυτόν να υπολογίσει τη λύση του — ένα πρόβλημα, μία λύση. Ο Φαϊγκενμπάουμ και




ρ=0,8


ρ=2,5


ρ=3,1


ρ=3.8

ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΣΤΟ ΧΑΟΣ. Μια απλή εξίσωση που επαναλήφθηκε πολλές φορές: Ο Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ συγκέντρωσε την προσοχή του σε απλές συναρτήσεις, που έπαιρναν έναν αριθμό ως είσοδο και έδιναν έναν άλλο ως έξοδο. Για τους πληθυσμούς των ζώων, μια συνάρτηση μπορεί να εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στον πληθυσμό αυτού του χρόνου και του επομένου.

Ένας τρόπος να βλέπει κανείς τέτοιες συναρτήσεις είναι να σχεδιάσει ένα διάγραμμα, τοποθετώντας την είσοδο στον οριζόντιο άξονα και την έξοδο στον κατακόρυφο. Για κάθε δυνατή είσοδο χ, υπάρχει μία μόνο έξοδος y, και αυτά τα σημεία σχηματίζουν ένα σχήμα που φαίνεται με την έντονη μαύρη γραμμή.

Στη συνέχεια ο Φαϊγκενμπάουμ, για να παραστήσει τη μακροπρόθεσμη συμπεριφορά του συστήματος, σχεδίασε μια τροχιά που άρχιζε με ένα τυχαίο χ. Επειδή κάθε y επέστρεφε στην ίδια συνάρτηση ως είσοδος, μπορούσε να χρησιμοποιήσει ένα είδος γραφικής συντόμευσης: Η τροχιά αναπηδούσε στην γραμμή των 45 μοιρών, τη γραμμή που σχηματίζεται όταν τα x είναι ίσα με τα y.

Για έναν οικολόγο, το πιο φανερό είδος συνάρτησης για την ανάπτυξη του πληθυσμού είναι μια γραμμική συνάρτηση — το μαλθουσιανό σενάριο της σταθερής, απεριόριστης ανάπτυξης κατά ένα σταθερό εκατοστιαίο ποσοστό κάθε χρόνο *(αριστερά).* Πιο ρεαλιστικές συναρτήσεις σχημάτιζαν ένα τόξο, μειώνοντας τον πληθυσμό όταν γινόταν πολύ μεγάλος. Στο σχήμα βλέπουμε την *απεικόνιση της λογιστικής εξίσωσης διαφορών,* μια τέλεια παραβολή, που ορίζεται από τη συνάρτηση $y = \rho x(x-l)$, όπου η τιμή του ρ, από 0 μέχρι 4, καθορίζει πόσο απότομη είναι η παραβολή. Αλλά ο Φαϊγκενμπάουμ ανακάλυψε ότι δεν ενδιέφεραν ακριβώς οι λεπτομέρειες της εξίσωσης. Αυτό που ενδιέφερε ήταν ότι η συνάρτηση έπρεπε να έχει ένα «κύρτωμα».

Η συμπεριφορά είχε ωστόσο ευαίσθητη εξάρτηση από το πόσο απότομη ήταν η παραβολή — ο βαθμός της μη γραμμικότητας ή αυτό που ο Ρόμπερτ Μέυ ονόμαζε «εκρηκτική αύξηση και υπερπληθυσμό». Μια πολύ «πεπλατυσμένη» καμπύλη θα οδηγούσε στην εξαφάνιση: Κάθε αρχικός πληθυσμός θα οδηγούνταν τελικά στο μηδέν. Παίρνονας μια καμπύλη περισσότερο απότομη, θα προέκυπτε η ευσταθής ισορροπία που θα περίμενε ένας παραδοσιακός οικολόγος. Αυτή η ισορροπία που έλκει όλες τις τροχιές ήταν ένας μονοδιάστατος «ελκυστής».

Πέρα από ένα ορισμένο σημείο, μια διακλάδωση έδινε έναν πληθυσμό που ταλαντωνόταν με περίοδο δύο. Στη συνέχεια θα εμφανίζονταν δύο ακόμα διπλασιασμοί περιόδου και τελικά *(κάτω δεξιά)* η τροχιά θα αρνιόταν εντελώς να κατασταλάξει κάπου.

οι κατοπινοί ερευνητές του χάους χρειάζονταν περισσότερα. Έπρεπε να κάνουν ό,τι έκανε και ο Λόρεντζ: να δημιουργήσουν μοντέλα του σύμπαντος και να παρατηρούν την εξέλιξη τους. Μετά θα μπορούσαν να μεταβάλουν αυτό ή εκείνο το χαρακτηριστικό και να παρακολουθήσουν τους διαφορετικούς δρόμους που θα προέκυπταν. Ήταν οπλισμένοι με τη νέα πίστη ότι ελάχιστες αλλαγές σε ορισμένα χαρακτηριστικά μπορούσαν να οδηγήσουν σε σημαντικές αλλαγές στη συνολική συμπεριφορά.

Ο Φαϊγκενμπάουμ διαπίστωσε γρήγορα πόσο φτωχός ήταν ο εξοπλισμός του υπολογιστή στο Λος Άλαμος, σε σχέση με το είδος των υπολογισμών που ήθελε να αναπτύξει. Παρά τις τεράστιες δυνατότητες του, που ήταν πολύ μεγαλύτερες από των υπολογιστών των περισσότερων πανεπιστημίων, ο υπολογιστής αυτός είχε λίγα τερματικά με δυνατότητα εμφάνισης γραφικών και εικόνων, και αυτά τα λίγα ήταν στο Τμήμα των Όπλων. Ο Φαϊγκενμπάουμ ήθελε να παίρνει αριθμούς και να τους σχεδιάζει σαν σημεία φτιάχνοντας ένα γράφημα. Έπρεπε να χρησιμοποιήσει την πιο πρωτόγονη μέθοδο: μεγάλα ρολά χαρτί εκτύπωσης με γραμμές που σχηματίζονταν από αστερίσκους ή μικρά σταυρουδάκια. Η επίσημη πολιτική στο Λος Άλαμος υποστήριζε ότι ένας μεγάλος υπολογιστής άξιζε πολύ περισσότερο από πολλούς μικρούς — μια πολιτική που συμφωνούσε με την παράδοση του *ενός προβλήματος και της μιας λύσης*. Οι ερευνητές δεν ενθαρρύνονταν να χρησιμοποιούν μικρούς υπολογιστές. Επιπλέον, η αγορά υπολογιστή από οποιοδήποτε τμήμα έπρεπε να ακολουθεί τις αυστηρές κυβερνητικές οδηγίες και τις τυπικές θεωρήσεις.

Μόνο αργότερα, με τη συμμετοχή στον προϋπολογισμό και του Θεωρητικού Τμήματος, μπόρεσε ο Φαϊγκενμπάουμ να πάρει μια «επιτραπέζια αριθμομηχανή» των 20.000 δολαρίων, Έτσι μπορούσε να αλλάζει τις εξισώσεις και τις εικόνες κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης, τραβώντας τες και ρυθμίζοντας τες, παίζοντας δηλαδή με τον υπολογιστή σαν με μουσικό όργανο. Προς το παρόν, τα μόνα τερματικά που μπορούσαν να κάνουν αξιόλογα γραφικά βρίσκονταν σε περιοχές υψηλής ασφαλείας — πίσω απ' το φράχτη, όπως έλεγαν. Ο Φαϊγκενμπάουμ ήταν υποχρεωμένος να χρησιμοποιεί ένα τερματικό που ήταν συνδεδεμένο, μέσω τηλεφωνικής γραμμής, με έναν κεντρικό υπολογιστή. Μ' αυτό τον τρόπο δουλειάς ήταν δύσκολο να εκμεταλλευτεί κανείς τη

μεγάλη υπολογιστική δύναμη της μηχανής που βρισκόταν στην άλλη άκρη της γραμμής. Ακόμα και οι πιο απλές εργασίες χρειάζονταν κάποια λεπτά. Για να διορθώσει μια γραμμή σε ένα πρόγραμμα έπρεπε να πατήσει το πλήκτρο *Return* και να περιμένει, ενώ το τερματικό βούιζε ασταμάτητα και ο κεντρικός υπολογιστής έκανε τον ηλεκτρονικό του κύκλο ανάμεσα στους άλλους χρήστες του εργαστηρίου.

Ενώ υπολόγιζε, σκεφτόταν. Τι είδους νέα μαθηματικά θα μπορούσαν να παραγάγουν τις πολλαπλές μορφές σταθερότητας κλίμακας που παρατηρούσε; Συνειδητοποίησε ότι σ' αυτές τις συναρτήσεις κάτι πρέπει να είναι *αναδρομικό, αυτο-αναφερόμενο,* ώστε η συμπεριφορά του ενός να καθοδηγεί τη συμπεριφορά του επομένου. Η κυματοειδής εικόνα που του είχε έρθει στο μυαλό σε μια στιγμή έμπνευσης έκφραζε ένα νόμο κλίμακας που επέτρεπε τη ρύθμιση μιας συνάρτησης από μία άλλη. Εφάρμοσε τα μαθηματικά της θεωρίας ομάδας επανακανονικοποίησης με τη χρήση που αυτή κάνει στη σταθερότητα κλίμακας ώστε να μετατρέπει άπειρες ποσότητες σε άλλες μικρότερες και εύχρηστες . Την άνοιξη του 1976 άρχισε έναν τρόπο ζωής πολύ πιο έντονο από κάθε άλλη φορά. Συγκεντρωνόταν σαν να βρισκόταν σε έκσταση, προγραμματίζοντας δαιμονισμένα, γράφοντας πρόχειρα με το μολύβι του, και μετά προγραμματίζοντας πάλι. Δεν μπορούσε να καλέσει το Τμήμα Υπολογιστών για να τον βοηθήσει, γιατί αυτό σήμαινε πως έπρεπε να διακόψει την επικοινωνία του με τον υπολογιστή για να χρησιμοποιήσει το τηλέφωνο, και η επανασύνδεση ήταν λίγο δύσκολη. Δεν μπορούσε να σταματήσει τη σκέψη του για περισσότερο από πέντε λεπτά, γιατί ο υπολογιστής θα αποσυνέδεε αυτόματα τη γραμμή του. Κάθε τόσο ο υπολογιστής έπεφτε, κι αυτός περίμενε, τρέμοντας από την ένταση. Δούλευε δύο μήνες χωρίς διακοπή. Η εργάσιμη μέρα του ήταν είκοσι δύο ώρες. Συνήθως κοιμόταν με κάτι σαν βουητό στ' αυτιά και ξυπνούσε σε δύο ώρες με τις σκέψεις του εκεί που τις είχε αφήσει. Το φαγητό του ήταν αποκλειστικά καφές. (Ακόμα και όταν ήταν καλά και ήρεμος, ο Φαϊγκενμπάουμ συντηρούνταν αποκλειστικά με ελάχιστα ψημένο κρέας, καφέ και κόκκινο κρασί. Οι φίλοι του έλεγαν πως τις βιταμίνες του τις έπαιρνε μάλλον από τα τσιγάρα.)

Τελικά, κάλεσαν γιατρό που καθόρισε μια μικρή δόση Βά-

λιουμ και υποχρεωτική ανάπαυση. Αλλά ο Φαϊγκενμπάουμ είχε θεμελιώσει στο μεταξύ μια παγκόσμια θεωρία.

Η ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΤΗΤΑ δημιουργούσε τη διαφορά ανάμεσα στο όμορφο και το χρήσιμο. Οι μαθηματικοί, πέρα από ένα ορισμένο σημείο, δεν πολυενδιαφέρονται αν παρέχουν μια τεχνική για υπολογισμούς. Οι φυσικοί, πέρα από ένα ορισμένο σημείο, χρειάζονται αριθμούς. Η παγκοσμιότητα έδινε την ελπίδα ότι οι φυσικοί, λύνοντας ένα εύκολο πρόβλημα, θα μπορούσαν να λύσουν και πολύ δυσκολότερα . Οι απαντήσεις θα ήταν ίδιες. Επιπλέον, βάζοντας τη θεωρία του στο πλαίσιο της ομάδας επανακανονικοποίησης, ο Φαϊγκενμπάουμ της έδωσε ένα ένδυμα που οι φυσικοί θα αναγνώριζαν σαν εργαλείο για υπολογισμούς, σχεδόν κάτι καθιερωμένο.

Αλλά αυτό που έκανε την παγκοσμιότητα χρήσιμη ήταν κι αυτό που δυσκόλευε τους φυσικούς να την πιστέψουν. Παγκοσμιότητα σήμαινε ότι διαφορετικά συστήματα θα συμπεριφερονταν με τον ίδιο τρόπο. Ασφαλώς, ο Φαϊγκενμπάουμ μελετούσε μόνο απλές αριθμητικές συναρτήσεις. Αλλά πίστευε ότι η θεωρία του εκφράζε ένα φυσικό νόμο για τα συστήματα, κατά τη μετάβαση τους από την τάξη στο στροβιλισμό. Όλοι ήξεραν ότι στροβιλισμός σήμαινε ένα συνεχές φάσμα διαφορετικών συχνοτήτων και όλοι είχαν αναρωτηθεί από πού προέρχονταν οι διαφορετικές αυτές συχνότητες. Ξαφνικά μπορούσες να *δεις* τις συχνότητες να εμφανίζονται η μία μετά την άλλη. Η φυσική συνέπεια ήταν ότι τα πραγματικά συστήματα θα συμπεριφερονταν με τον ίδιο, αναγνωρίσιμο τρόπο και, επιπλέον, θα ήταν τα ίδια *κατά τη μέτρηση τους,* Η παγκοσμιότητα του Φαϊγκενμπάουμ δεν ήταν μόνο ποιοτική αλλά και ποσοτική· δεν ήταν μόνο δομική αλλά και μετρική. Ίσχυε όχι μόνο για μορφές αλλά και για ακριβείς αριθμούς. Για έναν φυσικό ήταν δύσκολο να το πιστέψει.

Πολλά χρόνια αργότερα, ο Φαϊγκενμπάουμ διατηρούσε ακόμα ένα συρτάρι με τα απορριπτικά γράμματα που είχε λάβει από εκδότες στους οποίους είχε στείλει την εργασία του. Είχε πια όλη την αναγνώριση που χρειαζόταν. Η εργασία του στο Λος Άλαμος του είχε προσφέρει βραβεία που του είχαν δώσει γόητρο και χρήμα. Αλλά ακόμα του προκαλούσε πικρία το γεγονός ότι οι εκδότες των κορυφαίων επιστημονικών περιοδικών είχαν

κρίνει την εργασία του ακατάλληλη για δημοσίευση, επί δύο χρόνια αφότου την είχε υποβάλει. Φαίνεται αδιανόητο σήμερα ότι η πρωτοτυπία και η ξαφνική εμφάνιση μιας ανακάλυψης θα μπορούσαν να αποτρέψουν τη δημοσίευση της. Στη σύγχρονη επιστήμη, με την πελώρια ροή πληροφοριών και το αμερόληπτο σύστημα κρίσης, δεν υπάρχει, υποτίθεται, ζήτημα προτίμησης. Ένας εκδότης που είχε επιστρέψει ένα χειρόγραφο του Φαϊγκενμπάουμ αναγνώρισε, πολλά χρόνια αργότερα, ότι είχε απορρίψει ένα άρθρο που αποτελούσε σημείο καμπής στον τομέα του' ταυτόχρονα, υποστήριζε ακόμα ότι ήταν ακατάλληλο για τους αναγνώστες του περιοδικού του, που ασχολούνταν με τα εφαρμοσμένα μαθηματικά. Στο μεταξύ, έστω κι αν δε δημοσιεύτηκε, η επανάσταση του Φαϊγκενμπάουμ έγινε η τρομερή είδηση σε ορισμένους κύκλους φυσικών και μαθηματικών. Ο πυρήνας της θεωρίας διαδόθηκε με τον τρόπο που διαδίδεται σήμερα το μεγαλύτερο μέρος της επιστήμης — μέσα από διαλέξεις και διανομή των άρθρων πριν από την κυκλοφορία τους. Ο Φαϊγκενμπάουμ περιέγραφε την εργασία του σε συνέδρια και οι αιτήσεις για αντίγραφα των άρθρων του έφταναν στην αρχή αραιά αλλά μετά κατά εκατοντάδες.

Η ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ επιστήμη στηρίζεται κυρίως στη θεωρία της επαρκούς και αποτελεσματικής αγοράς. Η γνώση υποτίθεται πως κυκλοφορεί ελεύθερα από μέρος σε μέρος. Οι άνθρωποι που παίρνουν σημαντικές αποφάσεις υποτίθεται πως έχουν πρόσβαση στις ίδιες περίπου πληροφορίες. Βέβαια, εδώ κι εκεί υπάρχουν κάποιες άγνωστες ή εσωτερικές πληροφορίες, αλλά συνολικά, από τη στιγμή που θα δημοσιευτεί μια εργασία, οι οικονομολόγοι θεωρούν ότι είναι γνωστή παντού. Οι ιστορικοί των θετικών επιστημών συχνά θεωρούν ότι η θεωρία της επαρκούς και αποτελεσματικής αγοράς ισχύει και στον τομέα που μελετούν. Όταν γίνεται μια ανακάλυψη, όταν εκφράζεται μια ιδέα, θεωρείται ότι γίνεται κοινό κτήμα του επιστημονικού κόσμου. Κάθε ανακάλυψη και κάθε νέα ιδέα στηρίζεται στις προηγούμενες. Η επιστήμη χτίζεται σαν οικοδόμημα, πέτρα με πέτρα. Το χρονικό της σκέψης μπορεί να θεωρηθεί γραμμικό,

Αυτή η θεώρηση της επιστήμης λειτουργεί θαυμάσια όταν ένας εντελώς καθορισμένος κλάδος περιμένει την ανάλυση ενός

εντελώς καθορισμένου προβλήματος. Κανείς δεν παρανόησε, για παράδειγμα, την ανακάλυψη της μοριακής δομής του DNA. Αλλά η ιστορία των ιδεών δεν είναι πάντα τόσο απλή. Καθώς η μη γραμμική επιστήμη εμφανιζόταν σε περίεργες περιοχές διαφορετικών κλάδων, η κυκλοφορία των ιδεών δεν κατάφερνε να ακολουθήσει την καθιερωμένη λογική των ιστορικών. Η ανάδυση του χάους ως μιας οντότητας καθ' εαυτήν ήταν μια υπόθεση όχι μόνο νέων θεωριών και νέων ανακαλύψεων αλλά και καθυστερημένης κατανόησης παλιών ιδεών. Πολλά μέρη του γρίφου είχαν παρατηρηθεί πολύ πριν — από τον Πουανκαρέ, τον Μάξγουελ (Maxwell), ακόμα και τον Αϊνστάιν — και μετά ξεχάστηκαν. Μερικά νέα μέρη κατανοήθηκαν αρχικά μόνο από μερικούς επιστήμονες του κλάδου. Μια μαθηματική ανακάλυψη κατανοήθηκε από κάποιους μαθηματικούς, μια φυσική ανακάλυψη από κάποιους φυσικούς, αλλά κανένας δεν κατανόησε μια ανακάλυψη στη μετεωρολογία. Ο τρόπος που διαδίδονταν οι ιδέες έγινε το ίδιο σημαντικός όσο και ο τρόπος που εμφανίζονταν.

Κάθε επιστήμονας είχε μια ιδιαίτερη πνευματική καταγωγή. Καθένας είχε τη δική του εικόνα για το τοπίο των ιδεών, και κάθε εικόνα ήταν περιορισμένη. Η γνώση ήταν ατελής. Οι επιστήμονες επηρεάζονταν από τις συνήθειες των κλάδων τους ή από τη συμπτωματική πορεία της εκπαίδευσης τους. Ο επιστημονικός κόσμος μπορεί να είναι εκπληκτικά πεπερασμένος. Καμία επιτροπή επιστημόνων δεν έσπρωξε την ιστορία σε ένα νέο κανάλι — αυτό το έκαναν μια χούφτα άτομα, με προσωπικές αντιλήψεις και προσωπικούς στόχους.

Αργότερα, άρχισε να διαμορφώνεται μια συναίνεση σχετικά με το ποιες καινοτομίες και ποιες εργασίες άσκησαν περισσότερη επιρροή. Αλλά η συναίνεση περιείχε ένα ορισμένο στοιχείο αναθεώρησης. Όταν η ανακάλυψη ήταν ακόμα καινούρια, ειδικά στα τέλη της δεκαετίας του 1970, ποτέ δύο μαθηματικοί ή δύο φυσικοί δεν καταλάβαιναν το χάος ακριβώς με τον ίδιο τρόπο. Ένας επιστήμονας εξοικειωμένος με τα κλασικά συστήματα χωρίς τριβή ή απώλεια ενέργειας θα θεωρούσε ότι η καταγωγή του κρατά από τους Ρώσους, τον Α.Ν. Κολμογκόροφ και τον Β,Ι. Άρνολντ (V.I. Arnold). Ένας μαθηματικός που γνώριζε τα κλασικά δυναμικά συστήματα θα φανταζόταν μια γραμμή καταγωγής από τον Πουανκαρέ, τον Μπίρκοφ (Birkhoff), τον Λέβινσον (Le-

vinson) και τον Σμέιλ. Αργότερα, ο αστερισμός ενός μαθηματικού θα περιλάμβανε τον Σμέιλ, τον Γκουκενχάιμερ (Guckenheimer), τον Ρουέλ, ή ίσως έμφαση να δινόταν σε κάποιους επιστήμονες που είχαν ασχοληθεί κάπως με υπολογιστές και είχαν σχέση με το Λος Άλαμος: τον Ούλαμ (Ulam), τον Μετρόπολις, τους Στάιν. Ένας θεωρητικός φυσικός ίσως να σκεφτόταν τους Ρουέλ, Λόρεντζ, Ρέσλερ και Γιορκ. Ένας βιολόγος θα σκεφτόταν τον Σμέιλ, τον Γκουκενχάιμερ, τον Μέυ και τον Γιορκ. Οι δυνατοί συνδυασμοί δεν τελειώνουν. Ένας επιστήμονας που εργάζεται με υλικά — ένας γεωλόγος ή ένας σεισμολόγος — θα απέδιδε τον επηρεασμό του άμεσα στον Μάντελμπροτ. Ένας θεωρητικός φυσικός σπάνια θα αναγνώριζε ότι είχε καν ακούσει αυτό το όνομα.

Ο ρόλος του Φαϊγκενμπάουμ θα γινόταν αιτία διαφωνιών. Πολύ αργότερα, όταν βρισκόταν στην ακμή της διασημότητας του, μερικοί φυσικοί παρέθεταν άλλους επιστήμονες που είχαν εργαστεί στο ίδιο πρόβλημα το ίδιο περίπου χρονικό διάστημα. Μερικοί τον κατηγόρησαν ότι συγκεντρώθηκε ιδιαίτερα επίμονα σ' ένα μικρό κομμάτι του μεγάλου φάσματος της χαοτικής συμπεριφοράς. «Η φαϊγκενμπαουμολογία υπερεκτιμήθηκε» είπε ένας φυσικός, «σίγουρα είναι ένα θαυμάσιο κομμάτι δουλειάς, αλλά δεν άσκησε τόση επιρροή όση, για παράδειγμα, η δουλειά του Γιορκ». Το 1984 ο Φαϊγκενμπάουμ προσκλήθηκε να ανοίξει το Συμπόσιο Νόμπελ στη Σουηδία και εκεί η διένεξη επιδεινώθηκε. Ο Μπενουά Μάντελμπροτ έκανε μια φοβερά δηκτική ομιλία που οι ακροατές αργότερα την περιέγραφαν ως «διάλεξη ενάντια στον Φαϊγκενμπάουμ». Είχε ξεθάψει ένα άρθρο πάνω στο διπλασιαμό των περιόδων γραμμένο πριν από είκοσι χρόνια από ένα φιλανδό μαθηματικό, τον Μάιρμπεργκ (Myrberg) και επέμενε να ονομάζει τις ακολουθίες του Φαϊγκεμπάουμ ως «ακολουθίες Μάιρμπεργκ».

Αλλά ο Φαϊγκενμπάουμ είχε ανακαλύψει την παγκοσμιότητα και είχε δημιουργήσει μια θεωρία για να την εξηγήσει. Αυτός ήταν ο άξονας γύρω από τον οποίο περιστρεφόταν η νέα επιστήμη. Καθώς δεν μπόρεσε να δημοσιεύσει ένα τόσο εκπληκτικό και αντίθετο με τη διαίσθηση αποτέλεσμα, διέδωσε το νέο με μια σειρά διαλέξεις σε ένα συνέδριο στο Νιου Χαμσάιρ τον Αύγουστο του 1976 και σε μια διεθνή συνάντηση μαθηματικών στο

Λος Άλαμος το Σεπτέμβριο, καθώς και με μια σειρά ομιλίες στο Πανεπιστήμιο Μπράουν το Νοέμβριο. Η ανακάλυψη και η θεωρία συνάντησαν έκπληξη, δυσπιστία και αναστάτωση. Όσο περισσότερο είχε μελετήσει ένας επιστήμονας τη μη γραμμικότητα, τόσο περισσότερο αισθανόταν τη δύναμη της παγκοσμιότητας του Φαϊγκενμπάουμ. Κάποιος το διατύπωσε απλά: «Ήταν μια πολύ ευχάριστη και συγκλονιστική ανακάλυψη το ότι στα μη γραμμικά συστήματα υπάρχουν δομές που είναι πάντα οι ίδιες αν τις κοιτάζεις με το σωστό τρόπο». Μερικοί φυσικοί ξεσήκωσαν όχι μόνο τις ιδέες αλλά και τις τεχνικές. Το παιχνίδι μ' αυτές τις απεικονίσεις— απλώς το παιχνίδι — τους προκαλούσε ανατριχίλα. Με τις αριθμομηχανές τους, μπορούσαν να νιώσουν την έκπληξη και την ικανοποίηση που είχαν κάνει τον Φαϊγκενμπάουμ να επιμένει στο Λος Άλαμος. Και αυτοί βελτίωσαν τη θεωρία. Ακούγοντας την ομιλία του στο Ινστιτούτο Ανωτέρων Σπουδών του Πρίνστον, ο Πρέντραγκ Σβιτάνοβιτς (Predrag Cvitanovic), ένας επιστήμονας της σωματιδιακής φυσικής, βοήθησε τον Φαϊγκενμπάουμ να απλοποιήσει τη θεωρία του και να επεκτείνει την παγκοσμιότητα της. Αλλά στο μεταξύ, ο Σβιτάνοβιτς διατεινόταν ότι αυτό ήταν απλώς μια δευτερεύουσα ασχολία· δεν μπορούσε να παραδεχτεί μπροστά στους συναδέλφους του το γεγονός.

Αλλά και οι μαθηματικοί κρατούσαν επίσης μια επιφυλακτική στάση, κυρίως διότι ο Φαϊγκενμπάουμ δεν έδωσε μια αυστηρή απόδειξη. Πράγματι, μόλις το 1979 δόθηκε μια απόδειξη με τη μαθηματική έννοια του όρου, σε μια εργασία του Όσκαρ Ε. Λάντφορντ ΙΙΙ (Oscar E. Landford III). Ο Φαϊγκενμπάουμ συχνά θυμόταν πως είχε παρουσιάσει τη θεωρία του μπροστά σε ένα διακεκριμένο ακροατήριο, σε μια συνάντηση στο Λος Άλαμος, το Σεπτέμβριο. Μόλις είχε αρχίσει να περιγράφει την εργασία του και ο διαπρεπής μαθηματικός Μαρκ Κατς (Mark Kac) σηκώθηκε και τον ρώτησε: «Κύριε, εννοείτε ότι θα μας παρουσιάσετε αριθμούς ή απόδειξη;»

«Κάτι περισσότερο από το ένα και κάτι λιγότερο από το άλλο», απάντησε ο Φαϊγκενμπάουμ.

«Είναι αυτό που θα ονόμαζε ένας *λογικός* άνθρωπος απόδειξη;»

Ο Φαϊγκενμπάουμ απάντησε ότι οι ακροατές θα έπρεπε να

κρίνουν μόνοι τους. Μετά το τέλος της ομιλίας, ρώτησε τον Κατς, ο οποίος απάντησε με τη χαρακτηριστική προφορά του: «Ναι, αυτή είναι πράγματι απόδειξη ενός λογικού ανθρώπου. Οι λεπτομέρειες μπορούν να αφεθούν στους αυστηρούς μαθηματικούς».

Είχε ξεκινήσει ένα κίνημα και η ανακάλυψη της παγκοσμιότητας το ωθούσε μπροστά. Το καλοκαίρι του 1977, δύο φυσικοί, ο Τζόζεφ Φορντ και ο Τζούλιο Καζάτι (Giulio Casati), οργάνωσαν το πρώτο συνέδριο μιας επιστήμης που λεγόταν χάος. Το συνέδριο έγινε σε ένα συμπαθητικό κτίριο στο Κόμο της Ιταλίας, μια μικρή πόλη στο νότιο άκρο της ομώνυμης λίμνης, μιας λεκάνης με εκπληκτικό σκούρο μπλε χρώμα, στην οποία καταλήγουν τα νερά από τα χιόνια που λιώνουν στις ιταλικές Άλπεις. Συμμετείχαν εκατό άτομα — κυρίως φυσικοί αλλά και άλλοι περίεργοι επιστήμονες από άλλα πεδία. «Ο Μίτσελ είχε δει την παγκοσμιότητα, διαπίστωσε πώς κλιμακωνόταν και επεξεργάστηκε έναν τρόπο να φτάσει στο χάος που διαισθητικά ήταν ελκυστικό», είπε ο Φορντ. «Πρώτη φορά είχαμε ένα καθαρό μοντέλο που όλοι μπορούσαν να το καταλάβουν.

»Και αυτό ήταν ένα από τα πράγματα που είχαν ωριμάσει. Σε κλάδους από την αστρονομία μέχρι τη ζωολογία, διάφοροι άνθρωποι έκαναν τα ίδια πράγματα, δημοσιεύοντας στα περιοδικά του κλάδου τους, χωρίς να ξέρουν καθόλου ότι και άλλοι δούλευαν ταυτόχρονα στην ίδια περιοχή. Πίστευαν πως ήταν μόνοι τους και θεωρούνταν κάπως εκκεντρικοί στις επιστημονικές περιοχές τους. Είχαν εξαντλήσει τις απλές ερωτήσεις που μπορούσαν να διατυπωθούν και άρχιζαν να καταπιάνονται με φαινόμενα που ήταν λίγο πιο πολύπλοκα. Αυτοί οι άνθρωποι λίγο ακόμα και θα έκλαιγαν από ευτυχία, όταν διαπίστωσαν ότι όλοι αντιμετώπιζαν το ίδιο ζήτημα».

ΑΡΓΟΤΕΡΑ ο ΦΑΪΓΚΕΝΜΠΑΟΥΜ ζούσε σε έναν άδειο χώρο, με ένα κρεβάτι στο ένα δωμάτιο, έναν υπολογιστή στο άλλο και στο τρίτο τρεις μεγάλες μαύρες στερεοφωνικές συσκευές για να ακούει τους γερμανικούς δίσκους του. Μια απόπειρα του να επιπλώσει το σπίτι, όταν αγόρασε ένα ακριβό μαρμάρινο τραπέζι του καφέ από την Ιταλία, είχε καταλήξει σε αποτυχία: το παρέ-

λαβε διαλυμένο. Σωροί από χαρτιά και βιβλία υπήρχαν ακουμπισμένοι στους τοίχους. Μιλούσε γρήγορα και τα μακριά καστανά μαλλιά του, γκριζαρισμένα πια, έπεφταν πίσω από το μέτωπο του. «Κάτι δραματικό συνέβη στη δεκαετία του είκοσι. Για λόγους όχι και τόσο εύλογους, οι φυσικοί σκόνταψαν πάνω σε μια ουσιαστικά σωστή περιγραφή του κόσμου — γιατί η θεωρία της κβαντομηχανικής, με κάποια έννοια, *είναι* ουσιαστικά σωστή. Λέει πώς μπορούμε να πάρουμε λάσπη και να φτιάξουμε υπολογιστές. Αυτός είναι ο τρόπος που έχουμε μάθει να χειριζόμαστε το σύμπαν μας. Αυτός είναι ο τρόπος που κατασκευάζονται τα χημικά, τα πλαστικά και όλα τα άλλα. Όλοι ξέρουν να κάνουν υπολογισμούς μ' αυτή. Είναι μια υπερβολικά καλή θεωρία — αν και σε κάποιο επίπεδο φαίνεται να μην έχει και πολύ νόημα.

«Λείπει κάποιο μέρος της εικόνας. Αν ρωτήσετε τι σημαίνουν πραγματικά οι εξισώσεις και ποια είναι η περιγραφή του κόσμου σύμφωνα μ' αυτή τη θεωρία, δεν είναι η περιγραφή που συνεπάγεται η διαίσθηση σας για τον κόσμο. Δεν μπορείτε να σκέφτεστε ένα σωματίδιο που κινείται σαν να έχει τροχιά. Δε σας επιτρέπεται να το φαντάζεστε μ' αυτό τον τρόπο, Αν αρχίσετε να κάνετε όλο και πιο έξυπνες ερωτήσεις — με τι σας λέει αυτή η θεωρία πως μοιάζει ο κόσμος; — στο τέλος βρίσκεστε τόσο μακριά από το φυσικό τρόπο σύλληψης των πραγμάτων, ώστε θα πέσετε σε πολλές αντιφάσεις. Ίσως, βέβαια, ο κόσμος πραγματικά να υπάρχει μ' αυτό τον τρόπο. Αλλά δεν ξέρετε πραγματικά αν υπάρχει ένας άλλος τρόπος να συγκεντρωθούν όλες αυτές οι πληροφορίες, ένας τρόπος που να μην είναι τόσο ριζικά διαφορετικός από τον τρόπο που διαισθάνεστε τα πράγματα.

»Υπάρχει μια θεμελιώδης προϋπόθεση στη φυσική σύμφωνα με την οποία, για να κατανοήσουμε τον κόσμο, πρέπει να απομονώνουμε συνεχώς τα μέρη του, μέχρις ότου να κατανοήσουμε ό,τι κρίνουμε πως είναι πραγματικά θεμελιώδες. Τότε υποθέτουμε ότι τα υπόλοιπα που δεν καταλαβαίνουμε είναι λεπτομέρειες. Η υπόθεση είναι πως υπάρχουν κάποιες λίγες αρχές που μπορούμε να διακρίνουμε μελετώντας τα πράγματα σε απλές καταστάσεις — αυτή είναι η πραγματική αναλυτική αντίληψη— και μετά να τις συναρμολογούμε με πολυπλοκότερους τρόπους για να λύνουμε δυσκολότερα προβλήματα. Αν *μπορούμε.*

»Στο τέλος, για να καταλάβουμε, πρέπει να προσαρμοστούμε. Πρέπει να ξαναδούμε πώς αντιλαμβανόμαστε τα σπουδαία πράγματα που συντελούνται. Σήμερα μπορούμε να προσομοιώσουμε τη ροή ενός ρευστού σε έναν υπολογιστή. Αλλά όλη αυτή η προσπάθεια μπορεί να πάει χαμένη, γιατί αυτό που *πραγματικά* συμβαίνει δεν έχει καμία σχέση με ρευστό ή με μια συγκεκριμένη εξίσωση. Είναι μια γενική περιγραφή του τι συμβαίνει σε μια μεγάλη ποικιλία συστημάτων, όταν τα φαινόμενα διαπλέκονται επ' άπειρον. Απαιτείται ένας διαφορετικός τρόπος σκέψης πάνω στο πρόβλημα.

»Όταν κοιτάζετε σ" αυτό το δωμάτιο — βλέπετε παλιατσαρίες ολόγυρα και κάποιον να κάθεται εδώ, διάφορες πόρτες εκεί — θεωρητικά θα έπρεπε να πάρετε τις στοιχειώδεις αρχές της ύλης και να καταγράψετε τις κυματοειδείς συναρτήσεις που τα περιγράφουν. Λοιπόν, αυτή δεν είναι εφαρμόσιμη σκέψη. Ίσως ο Θεός να είναι σε θέση να το κάνει, αλλά δεν υπάρχει αναλυτική σκέψη που να μπορεί να κατανοήσει ένα τέτοιο πρόβλημα.

»Δεν είναι πια ακαδημαϊκό ερώτημα το τι πρόκειται να συμβεί σε ένα σύννεφο. Οι άνθρωποι θέλουν πάρα πολύ να μάθουν — κι αυτό σημαίνει ότι διατίθενται χρήματα γι' αυτό. Αυτό το πρόβλημα βρίσκεται για τα καλά μέσα στην περιοχή της φυσικής και είναι σε μεγάλο βαθμό παρόμοιο με αυτά που λέγαμε πριν. Παρατηρείτε κάτι πολύπλοκο και ο ισχύων τρόπος να το λύσετε είναι να προσπαθήσετε να κοιτάξετε όσο πιο πολλά σημεία μπορείτε, αρκετό υλικό ώστε να πείτε πού βρίσκεται το σύννεφο, πού βρίσκεται ο θερμός αέρας, ποια είναι η ταχύτητα του κ.ο.κ. Στη συνέχεια το βάζετε στον μεγαλύτερο υπολογιστή που μπορείτε να βρείτε και προσπαθείτε να πάρετε μια εκτίμηση για το τι πρόκειται να ακολουθήσει. Αλλά αυτό δεν είναι πολύ ρεαλιστικό».

Έσβηνε το ένα τσιγάρο και άναβε το άλλο. «Πρέπει κανείς να αναζητά διαφορετικούς τρόπους. Πρέπει να αναζητά δομές με σταθερότητα κλίμακας— πώς οι μεγάλες λεπτομέρειες σχετίζονται με τις μικρές. Παρατηρείτε διαταραχές των ρευστών, πολύπλοκες δομές στις οποίες η πολυπλοκότητα έχει γεννηθεί ύστερα από μια συνεχή διαδικασία, Σε κάποιο επίπεδο, αυτές δεν ενδιαφέρονται πολύ για το μέγεθος της διαδικασίας — μπορεί να έχει το μέγεθος ενός μπιζελιού ή μιας μπάλας του μπάσκετ. Η

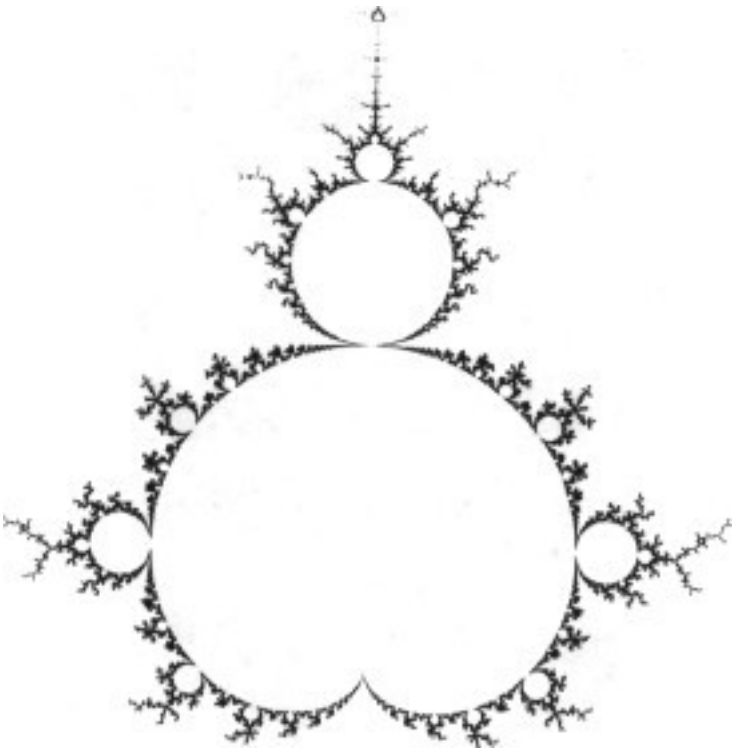
διαδικασία δεν ενδιαφέρεται πού βρίσκεται και ακόμα περισσότερο δεν ενδιαφέρεται πόσο διαρκεί. Τα μόνα πράγματα που μπορούν να είναι καθολικά, με μια έννοια, είναι αυτά με σταθερότητα κλίμακας.

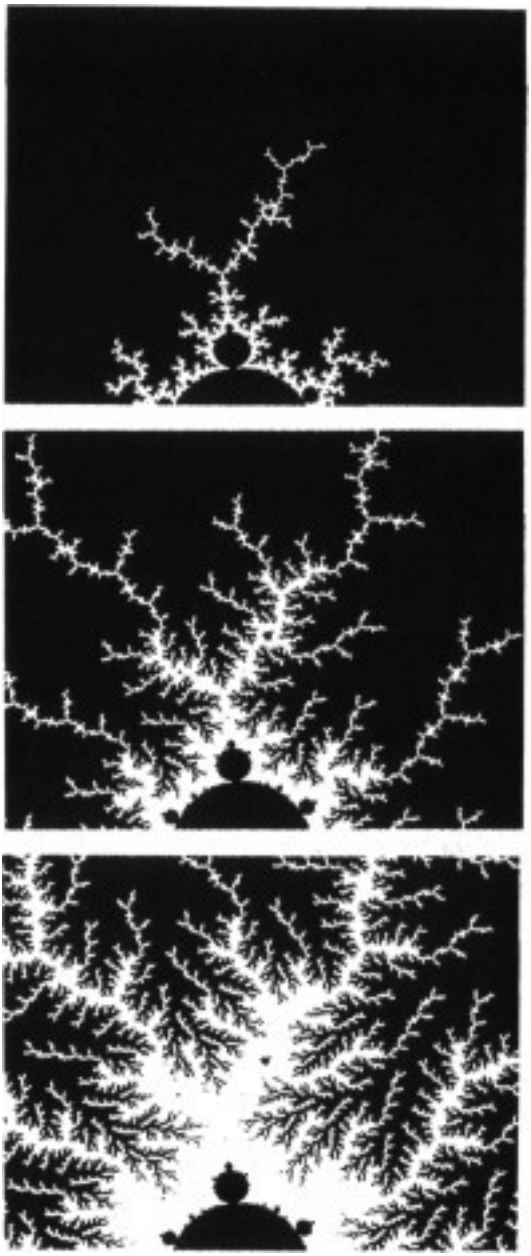
»Η τέχνη είναι, κατά κάποιον τρόπο, μια θεωρία για το πώς φαίνεται ο κόσμος στους ανθρώπους. Είναι ολοφάνερο ότι κανένας δεν ξέρει με λεπτομέρεια τον κόσμο που μας περιβάλλει. Αυτό που έχουν πετύχει οι καλλιτέχνες είναι ότι έχουν συνειδητοποιήσει πως υπάρχουν λίγα μόνο πράγματα σημαντικά, και στη συνέχεια αναζητούν ποια είναι αυτά. Έτσι μπορούν να κάνουν ένα μέρος της δικής μου έρευνας για μένα. Όταν κοιτάζετε τα πρώτα έργα του Βαν Γκογκ, υπάρχουν εκατομμύρια λεπτομέρειες μέσα τους, υπάρχουν τεράστιες πληροφορίες. Σίγουρα ήξερε ποια πράγματα δεν μπορούσε να απλοποιήσει. Ή μπορείτε να μελετήσετε τα τοπία σε ολλανδικά σχέδια μελάνης του 1600 περίπου, με μικρά δέντρα και αγελάδες, που φαίνονται πολύ ρεαλιστικά. Αν κοιτάξετε από πιο κοντά, τα δέντρα έχουν ένα είδος φυλλώδους περιγράμματος, αλλά δεν είναι μόνο αυτό — περιέχουν επίσης εδώ και κει μικρές πινελιές με σχήμα κλαδιού. Υπάρχει μια συγκεκριμένη αλληλεπίδραση ανάμεσα στα ασαφή στοιχεία και τις μορφές που έχουν σαφώς καθορισμένο περίγραμμα. Ο συνδυασμός τους δίνει, με κάποιον τρόπο, την επιθυμητή αντίληψη. Αν κοιτάξετε με ποιον τρόπο σχεδιάζουν την πολυπλοκότητα του νερού ο Ραϋσντάελ (Ruysdael) και ο Τάρνερ (Turner), είναι φανερό ότι αυτό γίνεται με έναν επαναληπτικό τρόπο. Ζωγραφίζουν ένα στρώμα, μετά περνούν από πάνω ένα δεύτερο, και τέλος κάνουν διορθώσεις σ' *αυτό,* Η στροβιλώδης ροή γι' αυτούς τους ζωγράφους περιέχει πάντα την έννοια της σταθερότητας κλίμακας.

»Στ' αλήθεια, θέλω να ξέρω πώς να περιγράψω τα σύννεφα. Αλλά να πω ότι υπάρχει ένα κομμάτι εδώ με τόση πυκνότητα και δίπλα ένα άλλο κομμάτι με τόση πυκνότητα — να συγκεντρώσω τόση πολλή λεπτομερειακή πληροφορία, νομίζω πως είναι λάθος. Σίγουρα ένας άνθρωπος δεν αντιλαμβάνεται έτσι αυτά τα πράγματα αλλά ούτε και ένας καλλιτέχνης. Η καταγραφή των μερικών διαφορικών εξισώσεων δεν σημαίνει επίλυση του προβλήματος.

»Τέλος, η θαυμάσια υπόσχεση της Γης είναι πως περιέχει υπέ-

ροχα, θαυμάσια, γοητευτικά πράγματα, και δουλειά σας είναι να επιθυμείτε να τα κατανοήσετε». Ακούμπησε το τσιγάρο του. Μια λεπτή στήλη καπνού εγκατέλειπε το τασάκι και, υποκλινόμενη στην παγκοσμιότητα, διαχωριζόταν σε δίνες που έφταναν στο ταβάνι.





Ο ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΣΤΗΣ

Το καλύτερο που μπορεί να συμβεί σ' έναν επιστήμονα, μια ανεπανάληπτη εμπειρία, είναι να διαπιστώσει πως η νοητική κατασκευή του αντιστοιχεί απόλυτα σ' αυτό που γίνεται στη φύση. Κάθε φορά που συμβαίνει είναι εντυπωσιακό. Ξαφνιάζεται κανείς όταν διαπιστώνει πως μια κατασκευή του μυαλού υπάρχει υλοποιημένη στον πραγματικό κόσμο. Είναι μεγάλο σοκ και μια μεγάλη μεγάλη χαρά.

ΛΕΟ ΚΑΝΤΑΝΟΦ

«Ο Αλμπέρ γερνάει»: έτσι έλεγαν στην Εκόλ Νορμάλ Συπεριέρ που, μαζί με την Εκόλ Πολυτεχνίκ, βρίσκεται στην κορυφή της γαλλικής εκπαιδευτικής πυραμίδας. Αναρωτιόνταν αν η ηλικία είχε αρχίσει να επιδρά στον Αλμπέρ Λιμπσαμπέρ (Albert Libchaber), τον επιστήμονα που είχε αποκτήσει όνομα ως φυσικός των χαμηλών θερμοκρασιών, μελετώντας την κβαντική συμπεριφορά του υπερρευστού ηλίου σε θερμοκρασίες πολύ κοντά στο απόλυτο μηδέν. Είχε γόητρο και σίγουρη θέση στη σχολή. Και τώρα, το 1977, ξόδευε το χρόνο του και τους πόρους του Πανεπιστημίου σε ένα πείραμα που φαινόταν ασήμαντο. Ο Λιμπσαμπέρ φοβόταν μήπως βάλει σε κίνδυνο την καριέρα κάποιου σπουδαστή αν τον απασχολούσε σε ένα τέτοιο πρόγραμμα, και γι' αυτό προσέλαβε για βοηθό έναν επαγγελματία μηχανικό.

Ο Λιμπσαμπέρ γεννήθηκε στο Παρίσι, πέντε χρόνια πριν εισβάλουν οι Γερμανοί. Ήταν παιδί Πολωνοεβραίων και εγγονός ραβίνου. Στη διάρκεια του πολέμου κατάφερε να επιζήσει με τον ίδιο τρόπο που επέζησε και ο Μπενουά Μάντελμπροτ, μένοντας κρυμμένος στην επαρχία, χωριστά μάλιστα από τους γονείς του, γιατί η προφορά τους ήταν πολύ επικίνδυνη. Οι γονείς του κατάφεραν να σωθούν από τους ναζί, αλλά η υπόλοιπη οικογένεια του χάθηκε. Από μια παραξενιά της πολιτικής μοίρας, τον Λιμπσαμπέρ τον έσωσε ένας επαρχιακός αρχηγός της μυστικής αστυνομίας του Πετέν, ένας άνθρωπος που οι ένθερμες ακροδεξιές πεποιθήσεις του συγκρίνονταν μόνο με τον ένθερμο αντιρατσισμό του. Μετά τον πόλεμο, το δεκάχρονο αγόρι του ανταπέδωσε

τη χάρη. Κατέθεσε ως μάρτυρας, αν και δεν πολυκαταλάβαινε, σε μια επιτροπή για τα εγκλήματα του πολέμου, και η μαρτυρία του έσωσε εκείνο τον άνθρωπο.

Κινούμενος μέσα στον κόσμο της γαλλικής ακαδημαϊκής επιστήμης, ο Λιμπσαμπέρ σταδιοδρόμησε στο επάγγελμα του, χωρίς ποτέ να αμφισβητήσει κανείς τις ικανότητες του. Οι συνάδελφοι του μερικές φορές νόμιζαν ότι ήταν λίγο τρελός — ένας εβραίος μυστικιστής ανάμεσα σε ορθολογιστές, ένας γκολικός ανάμεσα σε επιστήμονες που οι περισσότεροι ήταν κομμουνιστές. Γελούσαν με τη θεωρία του για την ιστορία που στηρίζεται στο ρόλο του μεγάλου άνδρα, με την προσήλωση του στον Γκαίτε, με την εμμονή του στα παλιά βιβλία. Είχε εκατοντάδες πρώτες εκδόσεις επιστημονικών έργων, που μερικές ήταν από το 1600. Τις διάβαζε, όχι για τις ιστορικές τους ιδιομορφίες, αλλά ως πηγή νέων ιδεών σχετικά με τη φύση της πραγματικότητας, της ίδιας πραγματικότητας που εξέταζε με τα λέιζερ και τις ψυκτικές συσκευές υψηλής τεχνολογίας. Στον μηχανικό του, τον Ζαν Μάουρερ (Jean Maurer), είχε βρει έναν καλό συνεργάτη, ένα Γάλλο που εργαζόταν μόνο όταν αισθανόταν ότι το ήθελε. Ο Λιμπσαμπέρ είχε τη γνώμη ότι ο Μάουρερ θα έβρισκε τη νέα του δουλειά *διασκεδαστική* — ένας γαλατικός ευφημισμός για την *ενδιαφέρουσα, συναρπαστική ή βαθυστόχαστη* δουλειά. Οι δυο τους αποφάσισαν το 1977 να δημιουργήσουν ένα πείραμα που θα διελεύκαινε το πέρασμα στον στροβιλισμό.

Ως πειραματικός, ο Λιμπσαμπέρ ήταν γνωστός για ένα στυλ 19ου αιώνα: έξυπνο μυαλό, ευκίνητα χέρια, προτίμηση πάντα στην ευφυΐα παρά στη μυϊκή δύναμη. Δεν του άρεσε η γιγάντια τεχνολογία και οι πολλοί υπολογισμοί. Για το καλό πείραμα είχε την ίδια ιδέα που έχει ένας μαθηματικός για την καλή απόδειξη. Η κομψότητα μετρούσε όσο και τα αποτελέσματα. Πάντως, μερικοί συνάδελφοι του είχαν τη γνώμη ότι, με το συγκεκριμένο πείραμα του για την έναρξη του στροβιλισμού, το πράγμα πήγαινε πολύ μακριά, Η διάταξη ήταν τόσο μικρή, ώστε μπορούσε να χωρέσει ακόμα και σε ένα κουτί από σπίρτα — και μερικές φορές ο Λιμπσαμπέρ το περιέφερε ως έργο εννοιολογικής τέχνης. Το ονόμαζε «Ήλιο μέσα σε Μικρό Κουτί». Η καρδιά του πειράματος ήταν ακόμα πιο μικρή: ένα δοχείο μικρό όσο το κουκούτσι ενός λεμονιού, φτιαγμένο από ανοξείδωτο ατσάλι

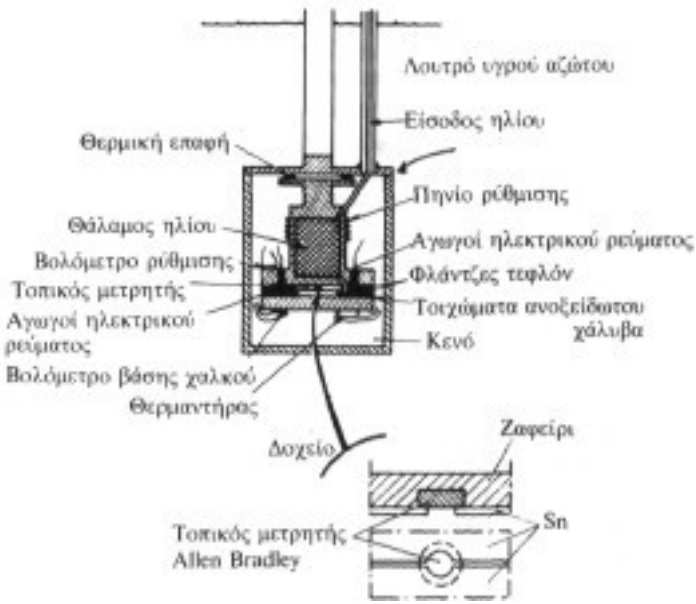
με πολύ κοφτερές ακμές και λεία τοιχώματα. Μέσα στο δοχείο έβαζε υγρό ήλιο που το είχε ψύξει περίπου στους 4 βαθμούς πάνω από το απόλυτο μηδέν, θερμοκρασία μεγάλη σε σύγκριση με τα παλιά πειράματα του στα υπερρευστά.

Το εργαστήριο έπιανε το δεύτερο όροφο του κτιρίου φυσικής της Εκόλ, λίγες δεκάδες μέτρα από το παλιό εργαστήριο του Λουί Παστέρ. Όπως σε όλα τα καλά γενικής φύσεως εργαστήρια φυσικής, έτσι και στου Λιμπσαμπέρ υπήρχε μόνιμη ακαταστασία, με δοχεία χρωμάτων και εργαλεία σκόρπια στο πάτωμα και στα τραπέζια, με διαφόρων σχημάτων κομμάτια μέταλλο και πλαστικό πεταμένα παντού. Μέσα σ' αυτή την ακαταστασία, η συσκευή που περιείχε το μικροσκοπικό δοχείο με το ρευστό αποτελούσε μια χτυπητή εξαίρεση. Κάτω από το δοχείο αυτό υπήρχε για βάση μια πλάκα χαλκού μεγάλης καθαρότητας. Από πάνω, σαν σκέπασμα, υπήρχε μια πλάκα ζαφείρι. Τα υλικά είχαν διαλεχτεί ανάλογα με τη θερμική αγωγιμότητα τους. Υπήρχαν πολύ μικρά ηλεκτρικά πηνία θέρμανσης και φλάντζες τεφλόν. Το υγρό ήλιο έρρεε από ένα θάλαμο σε σχήμα κύβου, όγκου 8 κυβικών εκατοστών. Όλο το σύστημα βρισκόταν μέσα σε ένα μικρό κιβώτιο στο οποίο υπήρχε κενό. Και το κιβώτιο, με τη σειρά του, ήταν βυθισμένο σε μια λεκάνη με υγρό άζωτο, για να βοηθά στη σταθεροποίηση της θερμοκρασίας.

Οι δονήσεις πάντα απασχολούσαν τον Λιμπσαμπέρ. Τα πειράματα, όπως και τα πραγματικά μη γραμμικά συστήματα, έχουν πάντα ένα υπόβαθρο σταθερού θορύβου. Ο θόρυβος παρεμποδίζει τις μετρήσεις και αλλοιώνει τα δεδομένα. Σε ευαίσθητες ροές — και του Λιμπσαμπέρ ήταν από τις πιο ευαίσθητες — ο θόρυβος διαταράσσει έντονα μια μη γραμμική ροή, κάνοντας την να μεταβαίνει από ένα είδος συμπεριφοράς σε άλλο. Αλλά η μη γραμμικότητα μπορεί να σταθεροποιεί ένα σύστημα, όπως επίσης και να το αποσταθεροποιεί. Η μη γραμμική ανάδραση ρυθμίζει την κίνηση, κάνοντας την πιο ανθεκτική. Σε ένα γραμμικό σύστημα, μια διαταραχή έχει ένα σταθερό αποτέλεσμα. Με τη μη γραμμικότητα όμως, μια διαταραχή μπορεί να αυτοσυντηρείται μέχρις ότου εξαφανιστεί, οπότε και το σύστημα επιστρέφει αυτόματα στη σταθερή του κατάσταση. Ο Λιμπσαμπέρ πίστευε ότι τα βιολογικά συστήματα χρησιμοποιούσαν τη μη γραμμικότητά τους ως άμυνα απέναντι στο θόρυβο. Η μεταφορά ενέργειας από πρω-

τεΐνες, η κυματική κίνηση του ηλεκτρισμού της καρδιάς, το νευρικό σύστημα — όλα αυτά διατηρούν την ικανότητα και τη χρησιμότητα τους σε έναν κόσμο γεμάτο θόρυβο. Ο Λιμπσαμπέρ είχε την ελπίδα ότι οποιαδήποτε κι αν ήταν ή δομή, η ροή του ρευστού θα ήταν αρκετά ανθεκτική, ώστε να μπορεί να την ανιχνεύσει το πείραμα του.

Το σχέδιο του ήταν να προκαλέσει μεταφορά θερμότητας στο



«ΗΛΙΟ ΜΕΣΑ ΣΕ ΜΙΚΡΟ ΚΟΥΤΙ». Το γοητευτικό πείραμα του Αλπμέρ Λιμπσαμπέρ: Η καρδιά του ήταν ένα προσεκτικά φτιαγμένο μικροσκοπικό ορθογώνιο δοχείο που περιείχε υγρό ήλιο. Μικρά «ζαφειρένια βολόμετρα*» μετρούσαν τη θερμοκρασία του ρευστού. Για το δοχείο αυτό είχε σχεδιαστεί μια τέτοια «συσκευασία», ώστε να το προστατεύει από το θόρυβο και τις δονήσεις και να επιτρέπει ακριβή έλεγχο της θερμότητας.

* Θερμόμετρο ηλεκτρικής αντίστασης για τη μέτρηση της έντασης της φωτεινής και υπέρυθρης ακτινοβολίας. (Σ.τ.μ.).

υγρό ήλιο, θερμαίνοντας την κάτω πλάκα περισσότερο από την πάνω. Αυτό ήταν ακριβώς το μοντέλο μεταφοράς της θερμότητας που περιέγραφε ο Λόρεντζ, το κλασικό σύστημα που είναι γνωστό ως μεταφορά θερμότητας Ρέυλι-Μπενάρ (Rayleigh-Benard). Ο Λιμπσαμπέρ δεν γνώριζε τον Λόρεντζ — όχι ακόμα. Ούτε είχε ιδέα για τη θεωρία του Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ. Το 1977 ο Φαϊγκενμπάουμ άρχιζε τον κύκλο των επιστημονικών του διαλέξεων και οι ανακαλύψεις του άφηναν τη σφραγίδα τους εκεί όπου οι επιστήμονες ήξεραν να τις ερμηνεύσουν. Αλλά, στο βαθμό που μπορούσαν να καταλάβουν οι περισσότεροι φυσικοί, οι μορφές και οι κανονικότητες της «φαϊγκενμπαουμολογίας» δεν είχαν καμία φανερή σχέση με πραγματικά συστήματα. Αυτές οι μορφές έβγαιναν από μια αριθμομηχανή. Τα φυσικά συστήματα ήταν άπειρες φορές πιο πολύπλοκα. Χωρίς περισσότερες ενδείξεις, το περισσότερο που μπορούσε κανείς να πει ήταν ότι ο Φαϊγκενμπάουμ είχε ανακαλύψει μια μαθηματική αναλογία που *έμοιαζε* με την έναρξη του στροβιλισμού.

Ο Λιμπσαμπέρ ήξερε ότι πειράματα που είχαν γίνει στην Αμερική και τη Γαλλία είχαν αμφισβητήσει την ιδέα του Λαντάου για την έναρξη του στροβιλισμού, δείχνοντας ότι ο στροβιλισμός εμφανιζόταν με μια ξαφνική μετάβαση, και όχι με τη συνεχή συσσώρευση διαφορετικών συχνοτήτων. Πειραματιστές όπως ο Τζέρρυ Γκόλλουμπ και ο Χάρρυ Σουίννεϋ, με τις ροές που δημιούργησαν στον περιστρεφόμενο κύλινδρο, είχαν αποδείξει ότι χρειαζόταν μια νέα θεωρία, αλλά δεν είχαν καταφέρει να δουν τη μετάβαση στο χάος με κάθε λεπτομέρεια. Ο Λιμπσαμπέρ ήξερε ότι δεν είχε δοθεί ποτέ σε εργαστήριο μια καθαρή εικόνα για την έναρξη του στροβιλισμού και σκέφτηκε ότι η δική του συμβολή θα οδηγούσε στη μεγαλύτερη δυνατή σαφήνεια.

ΕΝΑΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ: του πεδίου βοηθά την επιστήμη να διατηρείται σε εξέλιξη. Οι επιστήμονες της δυναμικής των ρευστών, με τις γνώσεις τους, είχαν δίκιο να αμφιβάλλουν για τη μεγάλη ακρίβεια που ο Σουίννεϋ και ο Γκόλλουμπ υποστήριζαν ότι είχαν πετύχει στη ροή Κουέτ. Οι μαθηματικοί, με τις γνώσεις τους, είχαν δίκιο να αγανακτούν με τον Ρουέλ όπως αγανακτούσαν, γιατί είχε διαλύσει τους νόμους. Είχε προτείνει μια αμφίβολη φυσική θεωρία με το προσωπείο μιας αυστηρής μαθηματικής

πρότασης. Ήταν δύσκολο να διακρίνει κανείς τις υποθέσεις απ' τις αποδείξεις. 0 μαθηματικός που αρνείται να εγκρίνει μια ιδέα μέχρι να δει την καθιερωμένη διαδικασία — *θεώρημα, απόδειξη, θεώρημα, απόδειξη* — παίζει ένα ρόλο που έχει προδιαγράψει γι' αυτόν ο επιστημονικός του κλάδος: συνειδητά ή όχι, γίνεται ο φύλακας της καθαρότητας της επιστήμης ενάντια στους νοθευτές της και τους μυστικιστές. Ο εκδότης περιοδικού που απορρίπτει νέες ιδέες επειδή είναι διατυπωμένες με τρόπο όχι οικείο, ίσως κάνει τα θύματα του να πιστεύουν ότι περιφρουρεί το χώρο για λογαριασμό των αναγνωρισμένων συναδέλφων του, αλλά παίζει κι αυτός ένα ρόλο σε μια κοινότητα που έχει λόγους να δυσπιστεί απέναντι στο άγνωστο. «Η επιστήμη αναπτύχθηκε ενάντια σ' ένα σωρό ανοησίες», έλεγε ο ίδιος ο Λιμπσαμπέρ. Όταν οι συνάδελφοι του τον αποκαλούσαν μυστικιστή, το επίθετο δεν είχε πάντα φιλική έννοια.

Ο Λιμπσαμπέρ ήταν πειραματικός, προσεκτικός και πειθαρχικός, γνωστός για την ακρίβεια του στο χειρισμό της ύλης. Επίσης, είχε μια αίσθηση για κείνο το αφηρημένο, όχι καλά ορισμένο και άυλο πράγμα που λεγόταν *ροή*. Η ροή ήταν σχήμα και μεταβολή, κίνηση και μορφή. Ένας φυσικός, όταν σκεφτόταν συστήματα διαφορικών εξισώσεων, θα ονόμαζε τη μαθηματική τους κίνηση ροή. Η ροή ήταν μια πλατωνική ιδέα, αν θεωρήσουμε ότι κάθε μεταβολή στα συστήματα αντανακλά κάποια πραγματικότητα ανεξάρτητη από τη συγκεκριμένη στιγμή. Ο Λιμπσαμπέρ ενστερνίστηκε την ιδέα του Πλάτωνα ότι το σύμπαν είναι γεμάτο από κρυμμένες μορφές, «Ξέρετε ότι έτσι είναι! Έχετε δει φύλλα. Όταν κοιτάζετε τα φύλλα, δεν εντυπωσιάζεστε που ο αριθμός των πρωτογενών σχημάτων είναι περιορισμένος; Μπορείτε εύκολα να σχεδιάσετε το κύριο σχήμα. Θα είχε ενδιαφέρον να προσπαθήσετε να το καταλάβετε. Ή, ας πάρουμε άλλα σχήματα. Θα έχετε δει, σε κάποιο πείραμα, υγρό να διεισδύει σε άλλο υγρό». Στο γραφείο του υπήρχαν εικόνες από τέτοια πειράματα, χοντρές φράκταλ γλώσσες υγρού. «Αν ανοίξετε το υγραέριο στην κουζίνα σας, θα δείτε ότι και η φλόγα έχει αυτό το σχήμα. Το σχήμα αυτό είναι πολύ κοινό. Είναι παγκόσμιο. Δεν με νοιάζει αν είναι φλόγα ή υγρό μέσα σε υγρό ή στερεός αναπτυσσόμενος κρύσταλλος — αυτό που με ενδιαφέρει είναι το ίδιο το σχήμα.

»Από τον 18ο αιώνα υπήρχε το όνειρο πως η επιστήμη έχανε την εξέλιξη του σχήματος στο χώρο και την εξέλιξη του σχήματος στο χρόνο. Σκεφτείτε μια ροή· μπορείτε να σκεφτείτε μια ροή με πολλούς τρόπους, ροή στην οικονομία ή ροή στην ιστορία. Αρχικά μπορεί να είναι σαν μια γραμμή, μετά να διακλαδίζεται σε μια πολυπλοκότερη κατάσταση, ίσως με ταλαντώσεις. Μετά μπορεί να γίνει χαοτική».

Η παγκοσμιότητα των σχημάτων, οι ομοιότητες ως προς τις κλίμακες, η αναδρομική δύναμη που έχουν οι ροές μέσα σε ροές — όλα αυτά βρίσκονταν πέρα από τα όρια προσέγγισης του γνωστού διαφορικού λογισμού στις εξισώσεις μεταβολών. Αυτό όμως δεν ήταν εύκολο να διαπιστωθεί. Τα επιστημονικά προβλήματα διατυπώνονται στην επιστημονική γλώσσα που έχει διαμορφωθεί. Ως τώρα στον 20ό αιώνα, η καλύτερη διατύπωση της διαίσθησης του Λιμπσαμπέρ σχετικά με τη ροή χρειαζόταν τη γλώσσα της ποίησης. Ο Ουάλλας Στίβενς (Wallace Stevens), για παράδειγμα, διατύπωσε την αίσθηση του για τον κόσμο, και προπορευόταν των γνώσεων των φυσικών. Είχε μια αλλόκοτη υποψία σχετικά με τη ροή, για τον τρόπο που επαναλαμβανόταν ενώ άλλαζε:

Το κυματιστό ποτάμι
Κυλούσε συνέχεια και ποτέ δνο φορές με τον ίδιο τρόπο, κυλούσε
Μέσα από πολλά μέρη, κι έμοιαζε ακίνητο στο ίδιο μέρος.

Η ποίηση του Στίβενς μεταδίδει συχνά μια εικόνα αταξίας στην ατμόσφαιρα και στο νερό. Μεταφέρει επίσης μια πίστη για τις αόρατες μορφές που παίρνει η τάξη μέσα στη φύση, μια πίστη ότι,

Στην ανίσκιωτη ατμόσφαιρα,
Η γνώση των πραγμάτων βρίσκεται παντού αλλά είναι ασύλληπτη.

Όταν ο Λιμπσαμπέρ και μερικοί άλλοι πειραματιστές άρχισαν στη δεκαετία του 1970 να παρατηρούν την κίνηση των ρευστών, το έκαναν με έναν τρόπο που προσέγγιζε αυτή την ανατρεπτική ποιητική διάθεση. Υποψιάζονταν ότι υπήρχε μια σύνδεση ανάμεσα στην κίνηση και την παγκόσμια μορφή. Μάζεψαν δεδομένα με το μόνο τρόπο που μπορούσαν, δηλαδή γράφοντας αριθμούς ή περνώντας τους σε υπολογιστή. Αλλά μετά αναζήτη-

σαν τρόπους για να οργανώσουν τα δεδομένα τους έτσι, ώστε να αποκαλύπτουν σχήματα. Έλπιζαν να δημιουργήσουν σχήματα με όρους κίνησης. Ήταν πεπεισμένοι ότι δυναμικά σχήματα όπως η φλόγα και οργανικά σχήματα όπως τα φύλλα δανείζονταν τη μορφή τους από κάποια, ακατανόητη ακόμα, ύφανση δυνάμεων. Αυτοί οι πειραματιστές, που προχώρησαν την υπόθεση του χάους με τον πιο επίμονο τρόπο, πέτυχαν αρνούμενοι να δεχτούν οποιαδήποτε πραγματικότητα που φαινόταν παγερά ακίνητη· Ακόμα και ο Λιμπσαμπέρ δε θα είχε φτάσει στο σημείο να την εκφράσει με τέτοιους όρους, αλλά η σύλληψη τους ήταν κοντινή μ' αυτό που ο Στίβενς αισθανόταν ως «μη στερεό κυματισμό του στερεού»:

Το σφρίγος της δόξας, μια λάμψη στις φλέβες,
Καθώς τα πράγματα αναδύονταν και κινούνταν και διαλύονταν,
Στην απόσταση, στην μεταβολή ή στο τίποτα,
Οι ορατοί μετασχηματισμοί της καλοκαιριάτικης νύχτας,
Μια ασημένια αφαίρεση που πλησιάζει τη μορφή
Και ξαφνικά αρνιέται τον εαυτό της.

ΓΙΑ ΤΟΝ ΛΙΜΠΣΑΜΠΕΡ, Ο Γκαίτε κι όχι ο Στίβενς πρόσφερε την απόκρυφη έμπνευση. Ενώ ο Φαϊγκενμπάουμ έψαχνε στη βιβλιοθήκη του Χάρβαρντ για το βιβλίο του Γκαίτε *Theory of Colors* (Θεωρία των Χρωμάτων), ο Λιμπσαμπέρ είχε ήδη καταφέρει να προσθέσει στη συλλογή του μια πρώτη έκδοση της ακόμα πιο δυσνόητης μονογραφίας *On the Transformation of Plants* (Για τον Μετασχηματισμό των Φυτών). Η μονογραφία αυτή ήταν μια επίθεση του Γκαίτε στους φυσικούς, οι οποίοι, όπως πίστευε, ανησυχούσαν αποκλειστικά για τα στατικά φαινόμενα παρά για τις ζωτικές δυνάμεις και ροές που παράγουν τα σχήματα που βλέπουμε κάθε στιγμή. Μέρος της κληρονομιάς του Γκαίτε — αμελητέο όσον αφορά τους ιστορικούς της λογοτεχνίας — ήταν μια ψευτοεπιστημονική συνέχεια στη Γερμανία και την Ελβετία, που διατηρήθηκε ζωντανή από φιλοσόφους όπως ο Ρούντολφ Στάινερ (Rudolf Steiner) και ο Τέοντορ Σβενκ (Theodor Schwenk). Ο Λιμπσαμπέρ θαύμαζε κι αυτούς τους ανθρώπους όσο μπορούσε να τους θαυμάζει ένας φυσικός.

«Ευαίσθητο χάος» — Das sensible Chaos — ήταν η φράση που

χρησιμοποιούσε ο Σβενκ για τη σχέση ανάμεσα στη δύναμη και τη μορφή. Χρησιμοποίησε αυτή τη φράση ως τίτλο σε ένα περίεργο μικρό βιβλίο που εκδόθηκε πρώτη φορά το 1965 και έκτοτε έκανε σποραδικές επανεκδόσεις. Ήταν ένα βιβλίο κατ' αρχήν για το νερό. Η αγγλική έκδοση είχε ένα θαυμάσιο πρόλογο του ωκεανογράφου Ζακ Κουστό (Jacques Cousteau) και θετικές κριτικές από τα περιοδικά *Water Resources Bulletin* και *Journal of the Institute of Water Engineers.* Κάποιες προσπάθειες να φανεί επιστημονική, όχι όμως και μαθηματική, έβλαψαν την εργασία του Σβενκ. Αλλά οι παρατηρήσεις του ήταν άψογες. Παρουσίαζε πολλά σχήματα φυσικής ροής κοιταγμένα με μάτι καλλιτέχνη. Συγκέντρωνε φωτογραφίες και έκανε δεκάδες επακριβή σχέδια, όπως τα σκίτσα ενός βιολόγου που παρατηρεί κύτταρα μέσα από το πρώτο του μικροσκόπιο. Είχε ανοιχτό μυαλό και μια αμεσότητα που θα έκαναν τον Γκαίτε περήφανο.

Οι σελίδες του βιβλίου του είναι γεμάτες ροές. Μεγάλα ποτάμια σαν τον Μισσισσιππή ελίσσονται με μεγάλες καμπύλες προς τη θάλασσα. Και μέσα στην ίδια τη θάλασσα, το Ρεύμα του Κόλπου του Μεξικού ελίσσεται επίσης, δημιουργώντας βρόχους που αιωρούνται δεξιά και αριστερά. Είναι ένα τεράστιο ποτάμι με ζεστό νερό ανάμεσα σε κρύο — ένα ποτάμι που «διαμορφώνει τις όχθες του από το ίδιο κρύο νερό», όπως είπε ο Σβενκ. Όταν η ροή πάψει ή γίνει αόρατη, παραμένουν μαρτυρίες της παρουσίας της. «Ποτάμια» αέρα αφήνουν τα σημάδια τους πάνω στην άμμο της ερήμου, και τη γεμίζουν ρυτίδες. Η ροή της άμπωτης αφήνει ένα δίκτυο από φλέβες στην παραλία. Ο Σβενκ δεν πίστευε στις συμπτώσεις. Πίστευε στις παγκόσμιες αρχές και, περισσότερο από την παγκοσμιότητα, πίστευε σ' ένα ορισμένο πνεύμα στη φύση που έκανε το κείμενο του υπερβολικά ανθρωπομορφικό. Η «αρχετυπική αρχή» του ήταν αυτή: η ροή «θέλει να υλοποιείται, ανεξάρτητα από την ύλη που την περιβάλλει».

Ήξερε ότι μέσα στα ρεύματα υπάρχουν δευτερεύοντα ρεύματα. Το νερό που ρέει σ' ένα φιδωτό ποτάμι ρέει δευτερευόντως και γύρω από τον άξονα του ποταμιού: προς τη μια όχθη, μετά προς στον πυθμένα, μετά κάθετα προς την απέναντι όχθη, και τέλος προς την επιφάνεια. Η τροχιά κάθε σωματιδίου του νερού μοιάζει με ένα νήμα που τυλίγεται γύρω από άλλα νήματα. Ο Σβενκ για τις μορφές αυτές είχε τη φαντασία τοπολόγου. «Αυτή

η εικόνα των πλεξούδων που σχηματίζουν μια σπείρα δεν είναι ακριβής σε σχέση με την πραγματική κίνηση. Συχνά αναφερόμαστε σε "πλεξούδες" νερού. Αυτές ωστόσο δεν είναι πραγματικά μεμονωμένες αλλά ολόκληρες επιφάνειες, που μπερδεύονται στο χώρο καθώς γλιστρούν η μία πάνω στην άλλη».

Είδε στα κύματα συχνότητες να ανταγωνίζονται, κύματα να προσπερνούν το ένα το άλλο, διαχωριστικές επιφάνειες και οριακά στρώματα. Είδε δίνες και στροβίλους και σειρές στροβίλων, και ήταν σαν μια επιφάνεια να «κυλούσε» γύρω από μια άλλη. Στο ζήτημα αυτό έφτασε πολύ κοντά, όσο μπορούσε να πλησιάσει ένας φιλόσοφος την αντίληψη ενός φυσικού για τη δυναμική που υπάρχει όταν πλησιάζει ο στροβιλισμός. Η καλλιτεχνική του πεποίθηση υποστήριζε την παγκοσμιότητα. Για τον Σβενκ, οι δίνες σήμαιναν αστάθεια, και αστάθεια σήμαινε πως η ροή μαχόταν την ανισότητα που υπήρχε μέσα της, και η ανισότητα ήταν «αρχετυπική». Το κύλισμα των δινών, το ξεδίπλωμα της φτέρης, το τσαλάκωμα που εμφανίζουν οι συστοιχίες των βουνών, τα κοιλώματα των οργάνων των ζώων, όλα ακολουθούσαν τον ίδιο δρόμο, όπως το έβλεπε εκείνος. Αυτό δεν είχε σχέση με το υλικό, ή με μια συγκεκριμένη ιδιομορφία. Οι ανισότητες μπορούσαν να είναι αργές και γρήγορες, ζεστές και κρύες, πυκνές και αραιές, συντηρημένες και φρέσκες, παχύρρευστες και ρευστές, όξινες και αλκαλικές. Στη διαχωριστική γραμμή, ανθίζει η ζωή.

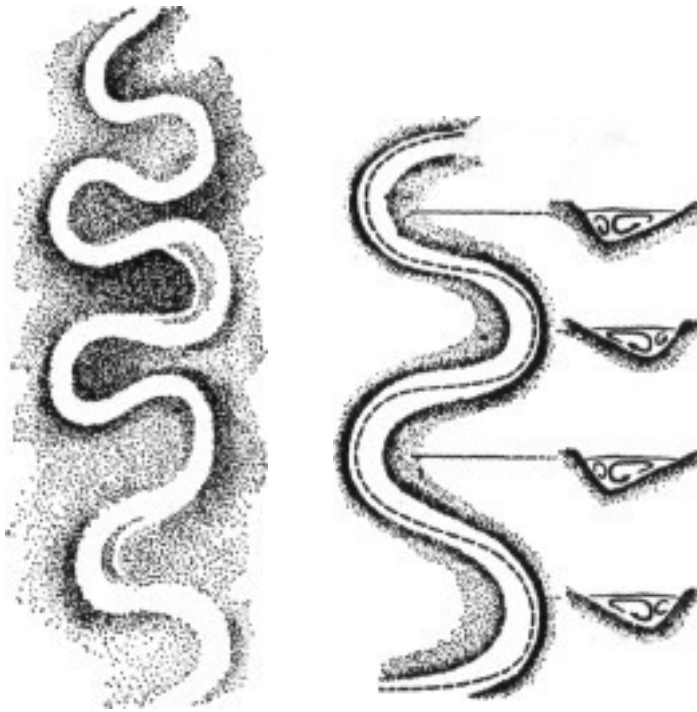
Η ζωή ωστόσο ήταν το αντικείμενο μελέτης του Ντ' Αρσύ Ουέντγουορθ Τόμσον (D' Arcy Wentworth Thompson). Αυτός ο εκπληκτικός φυσιογνώστης έγραφε το 1917: «Μπορεί όλοι οι νόμοι της ενέργειας και όλες οι ιδιότητες της ύλης και όλη η χημεία των κολλοειδών να είναι τόσο αδύναμα να εξηγήσουν το σώμα όσο είναι ανίσχυρα να κατανοήσουν την ψυχή; Εγώ πιστεύω πως όχι». Ο Ντ' Αρσύ Τόμσον έφερε στη μελέτη της ζωής ακριβώς αυτό το καίριο στοιχείο που έλειπε από τον Σβενκ: τα μαθηματικά. Ο Σβενκ σκεφτόταν με βάση αναλογίες. Η περίπτωσή του — πνευματώδης, ευφράδης, εγκυκλοπαιδικός — κατέληξε σε επίδειξη ομοιοτήτων. Το αριστούργημα του Ντ' Αρσύ Τόμσον *On Growth and Form* (Για την Ανάπτυξη και τη Μορφή) είχε κάτι κοινό με τη διάθεση και τη μέθοδο του Σβενκ. Ο σύγχρονος αναγνώστης αναρωτιέται πώς να αξιολογήσει τις λε-

πτομερειακές εικόνες που δείχνουν σταγόνες νερού να κρέμονται από κυματιστές έλικες αναρριχώμενων φυτών, όταν τοποθετούνται δίπλα σε εντυπωσιακά όμοιες εικόνες με ζωντανές μέδουσες. Πρόκειται μήπως για μια περίπτωση σύμπτωσης; Αν δύο μορφές μοιάζουν μεταξύ τους, πρέπει να αναζητούμε και όμοιες αιτίες;

Ο Ντ' Αρσύ Τόμσον είναι σίγουρα ο πιο σημαντικός βιολόγος που έμεινε στο περιθώριο της καθιερωμένης επιστήμης. Η επανάσταση του 20ού αιώνα στη βιολογία, που βρισκόταν σε πλήρη εξέλιξη στη διάρκεια της ζωής του, τον ξεπέρασε εντελώς. Αγνόησε τη χημεία, παρανόησε το κύτταρο και δεν μπορούσε να προβλέψει την εκρηκτική ανάπτυξη της γενετικής. Το γράψιμο του φαινόταν ακόμα και στην εποχή του πολύ κλασικό και λογοτεχνικό, πολύ όμορφο, για να είναι επιστημονικά αξιόπιστο. Κανένας σύγχρονος βιολόγος δε χρειάζεται να διαβάσει τον Ντ' Αρσύ Τόμσον. Παρ' όλα αυτά, το βιβλίο του το αγαπούν οι πιο σημαντικοί βιολόγοι. Ο Σερ Πίτερ Μεντάβαρ (Sir Peter Medawar) το χαρακτήρισε «πέρα από κάθε σύγκριση, το πιο καλό έργο επιστημονικής φιλολογίας που έχει γραφτεί στην αγγλική γλώσσα». Ο Στέφεν Τζέι Γκουλντ (Stephen Jay Gould) δεν βρήκε καλύτερο χώρο να στραφεί για να αναζητήσει την πνευματική καταγωγή της αναπτυσσόμενης αίσθησης του ότι η φύση επιτρέπει έναν περιορισμένο αριθμό μορφών. Εκτός από τον Ντ' Αρσύ Τόμσον, δεν είναι πολλοί οι σύγχρονοι βιολόγοι που έχουν ασχοληθεί με την αναντίρρητη ενότητα των ζώντων οργανισμών. «Λίγοι ήταν αυτοί που είχαν αναρωτηθεί αν όλες οι μορφές μπορούσαν να αναχθούν σε ένα μοναδικό σύστημα γενεσιουργών δυνάμεων», όπως το διατύπωσε ο Γκουλντ. «Και λίγοι έδειχναν να αντιλαμβάνονται τι σημασία θα είχε μια τέτοια απόδειξη ενότητας για την επιστήμη της οργανικής μορφής».

Αυτός ο κλασικιστής, ο πολύγλωσσος, ο μαθηματικός και ο ζωολόγος προσπάθησε να δει το σύνολο της ζωής, τότε ακριβώς που η βιολογία στρεφόταν τόσο παραγωγικά σε μεθόδους που ανήγαν τους οργανισμούς στα λειτουργικά μέρη που τους αποτελούσαν. Η λογική της αναγωγικής μεθόδου θριάμβευσε, πιο εντυπωσιακά στη μοριακή βιολογία αλλά και σε όλα τα άλλα πεδία, με την εξέλιξη της ιατρικής. Πώς αλλιώς να καταλάβουμε τα κύτταρα παρά καταλαβαίνοντας τις μεμβράνες και τους πυρήνες και τελικά τις πρωτεΐνες, τα ένζυμα, τα χρωμοσώματα και τα

ζεύγη βάσεων; Όταν η βιολογία άρχισε τελικά να μελετά τις εσωτερικές λειτουργίες της καρδιάς, του αμφιβληστροειδούς, των νεύρων, του εγκεφαλικού ιστού, έγινε κάπως παράδοξο να ενδιαφέρεται κανείς για το *σχήμα* του κρανίου. Ο Ντ' Αρσύ Τόμσον ήταν ο τελευταίος που το έπραξε. Ήταν επίσης για πολλά χρόνια ο τελευταίος μεγάλος βιολόγος που επιδίωξε μια προσεκτική συζήτηση του *αιτίου,* ιδιαίτερα της διάκρισης ανάμεσα στο τελικό αίτιο και το φυσικό αίτιο. Το τελικό αίτιο είναι



ΦΙΔΩΠΕΣ ΚΑΙ ΣΠΕΙΡΟΕΙΔΕΙΣ ΡΟΕΣ. Ο Τέοντορ Σβενκ απεικόνισε τα ρεύματα των φυσικών ροών ως πλεξούδες με πολύπλοκες δευτερεύουσες κινήσεις. «Αυτές όμως δεν είναι πραγματικά μεμονωμένες πλεξούδες», έγραψε, «αλλά ολόκληρες επιφάνειες, που αλληλοεμπλέκονται στο χώρο..,».

ΣΤΑΓΟΝΕΣ ΠΟΥ ΠΕΦΤΟΥΝ. Ο Ντ' Αρσύ Ουέντγουορθ Τόμσον έδειξε τα κρεμασμένα νήματα και τις στήλες που δημιουργούνται από σταγόνες παχύρρευστης μελάνης καθώς βυθίζονται μέσα σε νερό (αριστερά), και από μια μέδουσα *(δεξιά)*. «Ενα πολύ περίεργο αποτέλεσμα ... είναι να δείξουμε πόσο ευαίσθητες είναι αυτές ... οι σταγόνες στις αρχικές συνθήκες. Γιατί, χρησιμοποιώντας πάντα το ίδιο παχύρρευστο υγρό και μεταβάλλοντας μόνο την πυκνότητα του στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο, παίρνουμε μια ολόκληρη οικογένεια σχηματισμών, από τη γνωστή σταγόνα σε αιώρηση μέχρι μια διακλαδισμένη σταγόνα...».

αυτό που βασίζεται στο σκοπό ή στο σχεδιασμό: ένας τροχός είναι στρογγυλός γιατί αυτό το σχήμα κάνει δυνατή τη μεταφορά. Το φυσικό αίτιο είναι η μηχανική: η Γη είναι στρογγυλή επειδή η βαρύτητα διαμορφώνει ένα περιστρεφόμενο ρευστό σε σχήμα σφαιροειδές. Η διάκριση δεν είναι πάντα τόσο φανερή. Ένα ποτήρι είναι στρογγυλό γιατί αυτό είναι το πιο κατάλληλο

σχήμα για να το κρατά κανείς και να πίνει απ' αυτό. Ένα ποτήρι είναι στρογγυλό γιατί αυτό είναι το σχήμα που φυσικά απέκτησε από την περιστροφική μέθοδο της αγγειοπλαστικής ή τη μέθοδο του φυσητού γυαλιού.

Στην επιστήμη συνολικά κυριαρχεί το φυσικό αίτιο. Πράγματι, καθώς η αστρονομία και η φυσική απελευθερώθηκαν από τη σκιά της θρησκείας, δεν δυσκολευτήκαμε να εγκαταλείψουμε την έννοια του σχεδιασμού, δηλαδή μια τελεολογία στραμμένη προς το μέλλον — η Γη είναι αυτό που είναι, ώστε η ανθρωπότητα να μπορεί να κάνει αυτό που κάνει. Στη βιολογία ωστόσο, ο Δαρβίνος καθιέρωσε την τελεολογία ως τον βασικό τρόπο σκέψης σχετικά με το αίτιο. Ο βιολογικός κόσμος μπορεί να μην εκπληρώνει τα σχέδια του Θεού, αλλά εκπληρώνει ένα σχέδιο που διαμορφώνεται από τη φυσική επιλογή. Η φυσική επιλογή δεν επενεργεί στα γονίδια ή στα έμβρυα αλλά στο τελικό προϊόν. Έτσι η εξήγηση που δίνει ένας υποστηρικτής της προσαρμογής* για το σχήμα ενός οργανισμού ή τη λειτουργία ενός οργάνου αφορά πάντα το *αίτιο* του, όχι το φυσικό αλλά το τελικό. Ξαναβρίσκουμε το τελικό αίτιο στην επιστήμη εκεί όπου η σκέψη του Δαρβίνου έχει γίνει συνήθεια. Ένας σύγχρονος ανθρωπολόγος, όταν εξετάζει τον κανιβαλισμό ή τις τελετουργικές θυσίες, έχει την τάση, σωστά ή λαθεμένα, να διερωτηθεί μόνο για το τελικό αίτιο. Ο Ντ' Αρσύ Τόμσον το είχε συνειδητοποιήσει. Ζήτησε η βιολογία να θυμάται και το φυσικό αίτιο, το μηχανισμό και την τελεολογία μαζί. Αφιερώθηκε στην εξήγηση των μαθηματικών και των φυσικών δυνάμεων που επενεργούν στη ζωή. Καθώς η θεωρία της προσαρμογής συνέχιζε να ισχύει, τέτοιες εξηγήσεις κατέληξαν να φαίνονται άσχετες. Πώς ένα φύλλο, ένα τόσο αποτελεσματικό «φωτοκύτταρο», χρωστάει τη μορφή του στη φυσική επιλογή; Ένα πρόβλημα ενδιαφέρον και γόνιμο. Πολύ αργότερα μερικοί επιστήμονες άρχισαν να προβληματίζονται πάλι σ' αυτή την πλευρά της φύσης που είχε μείνει ανεξήγητη. Τα φύλλα εμφανίζονται σε λίγα μόνο σχήματα από όσα μπορούμε να φανταστούμε· και το σχήμα ενός φύλλου δεν υπαγορεύεται από τη λειτουργία του.

* Της προσαρμογής της συμπεριφοράς και της δομής των έμβιων όντων στην επίδραση του περιβάλλοντος. (Σ.τ.μ.).

Τα μαθηματικά που είχε στη διάθεση του ο Ντ' Αρσύ Τόμσον δεν μπορούσαν να αποδείξουν αυτό που ήθελε εκείνος να αποδείξει. Το καλύτερο που μπορούσε να κάνει ήταν να σχεδιάσει, για παράδειγμα, κρανία συγγενών ειδών σε χαρτί μιλιμετρέ, και να αποδείξει ότι ένας απλός γεωμετρικός μετασχηματισμός μετέβαλλε το ένα κρανίο σε άλλο. Για τους απλούς οργανισμούς — με σχήματα που θύμιζαν έντονα πίδακες υγρών, διασκορπισμό σταγονιδίων και άλλες εκδηλώσεις της ροής — υποψιαζόταν πως υπήρχαν φυσικά αίτια, όπως η βαρύτητα και η επιφανειακή τάση, που δεν μπορούσαν να κάνουν τη διαμορφωτική δουλειά που ζητούσε απ' αυτά. Γιατί τότε ο Αλμπέρ Λιμπσαμπέρ σκεφτόταν το βιβλίο *On Growth and Form,* όταν άρχισε τα πειράματα του πάνω στη ροή;

Η διαίσθηση του Ντ' Αρσύ Τόμσον για τις δυνάμεις που διαμορφώνουν τη ζωή πλησίαζε περισσότερο από οτιδήποτε άλλο, μέσα απ' το κύριο ρεύμα της βιολογίας, την προοπτική των δυναμικών συστημάτων. Ο Ντ' Αρσύ Τόμσον σκεφτόταν τη ζωή ως *ζωή* που βρίσκεται πάντα σε κίνηση, που αποκρίνεται πάντα σε ρυθμούς —«τους ρυθμούς της ανάπτυξης που εδρεύουν βαθιά», οι οποίοι, όπως πίστευε, δημιουργούσαν παγκόσμιες μορφές. Θεώρησε ότι έπρεπε να μελετήσει όχι μόνο τις υλικές μορφές των πραγμάτων αλλά τη δυναμική τους — «την ερμηνεία, με όρους δύναμης, των λειτουργιών της Ενέργειας». Γνώριζε αρκετά μαθηματικά για να ξέρει ότι δημιουργώντας έναν κατάλογο σχημάτων δεν απόδειχνε τίποτα. Ήταν όμως και αρκετά ποιητής για να πιστεύει ότι ούτε το τυχαίο ούτε το τελικό αίτιο μπορούσαν να εξηγήσουν την εκπληκτική παγκοσμιότητα των μορφών που είχε συγκεντρώσει στα πολλά χρόνια που παρατηρούσε προσεκτικά τη φύση. Αυτή θα έπρεπε να την εξηγούν κάποιοι φυσικοί νόμοι που κυβερνούν τη δύναμη και την ανάπτυξη με τρόπους που ήταν πέρα από τα όρια κατανόησης. Πάλι ο Πλάτων. Πίσω από τα ιδιαίτερα, ορατά σχήματα της ύλης, πρέπει να βρίσκονται μορφές, σαν φαντάσματα, που χρησιμεύουν για αόρατα πρότυπα. Μορφές σε κίνηση,

Ο ΛΙΜΠΣΑΜΠΕΡ ΔΙΑΛΕΞΕ για το πείραμά του υγρό ήλιο. Το υγρό ήλιο έχει υπερβολικά χαμηλή εσωτερική τριβή κι έτσι ρέει με ελάχιστη ώθηση. Το ισοδύναμο πείραμα με ένα ρευστό μέσης

εσωτερικής τριβής, όπως το νερό ή ο αέρας, θα χρειαζόταν πολύ μεγαλύτερο δοχείο. Με τη μικρή εσωτερική τριβή, ο Λιμπσαμπέρ έκανε το πείραμα του πολύ πιο ευαίσθητο στη θερμότητα. Για να προκαλέσει τη μεταφορά θερμότητας στο δοχείο του, που είχε πλάτος ένα χιλιοστόμετρο, έπρεπε απλώς να δημιουργήσει μια διαφορά θερμοκρασίας ένα χιλιοστό του βαθμού ανάμεσα στην κάτω και στην πάνω επιφάνεια του. Γι' αυτό το δοχείο έπρεπε να είναι τόσο μικρό. Σε ένα μεγαλύτερο δοχείο, στο οποίο το υγρό ήλιο θα είχε περισσότερο χώρο να περιστρέφεται, η ισοδύναμη κίνηση θα απαιτούσε ακόμα μικρότερη θερμότητα, πολύ μικρότερη. Σε ένα δοχείο με δέκα φορές μεγαλύτερες όλες τις διαστάσεις, σα να λέμε όσο μια ρώγα σταφυλιού (δηλαδή χίλιες φορές μεγαλύτερο σε όγκο), η μεταφορά της θερμότητας θα άρχιζε με διαφορά θερμοκρασίας ένα εκατομμυριοστό του βαθμού. Τέτοιες απειροελάχιστες μεταβολές στη θερμοκρασία δεν μπορούσαν να ελεγχθούν.

Στον προγραμματισμό, στη σχεδίαση και στην κατασκευή, ο Λιμπσαμπέρ και ο μηχανικός του βάλθηκαν να εξαφανίσουν κάθε ίχνος αταξίας. Στην πραγματικότητα έκαναν ό,τι μπορούσαν για να περιορίσουν την κίνηση που προσπαθούσαν να μελετήσουν. Η κίνηση του ρευστού, το πέρασμα από την ομαλή ροή στο στροβιλισμό, θεωρείται κίνηση στο χώρο. Η πολυπλοκότητα της εμφανίζεται ως χωρική πολυπλοκότητα, οι διαταραχές και οι δίνες της ως χωρικό χάος. Αλλά ο Λιμπσαμπέρ αναζητούσε συχνότητες που θα μπορούσαν να θεωρηθούν μεταβολές στο χρόνο. Ο χρόνος ήταν το πεδίο του παιχνιδιού και το μέτρο σύγκρισης. Ο Λιμπσαμπέρ συμπίεσε το χώρο σχεδόν σε ένα μονοδιάστατο σημείο. Έφερνε στα όρια της μια τεχνική που είχαν χρησιμοποιήσει και οι προγενέστεροι του σε πειράματα με ρευστά. Όλοι ήξεραν ότι μια «εγκλεισμένη» ροή — μεταφορά θερμότητας Ρέυλι-Μπενάρ σε δοχείο ή περιστροφή Κουέτ-Τέυλορ σε κύλινδρο — συμπεριφερόταν από την άποψη των μετρήσεων πιο καλά από μια «ανοιχτή» ροή, όπως αυτή των κυμάτων στον ωκεανό ή στον αέρα. Στην «ανοιχτή» ροή, η οριακή επιφάνεια παραμένει ελεύθερη και η πολυπλοκότητα πολλαπλασιάζεται.

Αφού η μεταφορά θερμότητας σε ένα ορθογώνιο δοχείο δημιουργεί κυλίνδρους ρευστού που μοιάζουν με λουκάνικα — ή, στην περίπτωση αυτή, με σπειριά σουσαμιού — ο Λιμπσαμπέρ

διάλεξε τις διαστάσεις του δοχείου του προσεχτικά, ώστε να υπάρχει χώρος ακριβώς για δύο κυλίνδρους. Το υγρό ήλιο μπορούσε να ανεβαίνει από το κέντρο του δοχείου, φτάνοντας στην κορυφή να διαχωρίζεται αριστερά και δεξιά, και στη συνέχεια να κατεβαίνει από τις εξωτερικές έδρες του δοχείου. Ήταν μια εντυπωσιακή γεωμετρία. Το τρεμούλιασμα θα περιοριζόταν. Οι καθαρές γραμμές και οι προσεχτικές αναλογίες μπορούσαν να εξαφανίσουν οποιεσδήποτε περιττές διακυμάνσεις. Ο Λιμπσαμπέρ «πάγωσε» το χώρο ώστε να μπορεί να παίζει με το χρόνο.

Από τη στιγμή που άρχισε το πείραμα και το ήλιο περιστρεφόταν μέσα στο δοχείο, το οποίο βρισκόταν μέσα στο κιβώτιο κενού και αυτό με τη σειρά του ήταν βυθισμένο στη λεκάνη υγρού αζώτου, ο Λιμπσαμπέρ χρειαζόταν έναν τρόπο να παρατηρεί τι συμβαίνει. Έβαλε δύο μικροσκοπικούς μετρητές θερμοκρασίας στο ζαφείρι, στην πάνω επιφάνεια του δοχείου. Οι μετρήσεις καταγράφονταν συνχεια από την πένα ενός σχεδιογράφου. Έτσι, ο Λιμπσαμπέρ μπορούσε να παρατηρεί τις θερμοκρασίες σε δύο σημεία στο πάνω μέρος του ρευστού. «Το σύστημα ήταν τόσο ευαίσθητο και τόσο έξυπνο», είπε ένας άλλος φυσικός, «ώστε ο Λιμπσαμπέρ πέτυχε να ξεγελάσει τη φύση».

Χρειάστηκαν δύο χρόνια για να εξερευνηθεί πλήρως αυτό το μικροσκοπικό αριστούργημα ακριβείας, αλλά ήταν, όπως έλεγε ο ίδιος ο Λιμπσαμπέρ, το σωστό πινέλο στη ζωγραφική του: ούτε πολύ μεγάλο ούτε ιδιαίτερα περίπλοκο. Τελικά κατάφερε να δει τα πάντα. Εκτελώντας το πείραμα του συνέχεια, νύχτα και μέρα, διαπίστωσε ότι κατά την έναρξη του στροβιλισμού υπήρχε μια πιο πολύπλοκη μορφή συμπεριφοράς από ό,τι είχε φανταστεί. Εμφανίστηκε η πλήρης σειρά διπλασιασμών της περιόδου. Η διαδικασία αρχίζει με την πρώτη διακλάδωση, την έναρξη της κίνησης μόλις η κάτω πλάκα του χαλκού θερμανθεί τόσο, ώστε να ξεπεραστεί η τάση του ρευστού να παραμείνει ακίνητο. Στη θερμοκρασία των λίγων βαθμών πάνω από το απόλυτο μηδέν, ένα μόνο χιλιοστό του βαθμού είναι αρκετό, Το υγρό στον πυθμένα θερμαίνεται και διαστέλλεται αρκετά, ώστε να γίνει ελαφρότερο από το κρύο υγρό που βρίσκεται πιο πάνω. Για να ανέβει το θερμό υγρό, το κρύο πρέπει να βυθιστεί. Για να μπορέσουν οι δύο κινήσεις να γίνουν ταυτόχρονα, το υγρό οργανώνεται σε δύο περιστρεφόμενους κυλίνδρους. Οι κύλινδροι αποκτούν μια στα-

θερή ταχύτητα και το σύστημα καταλήγει σε ισορροπία — μια δυναμική ισορροπία, κατά την οποία η θερμική ενέργεια μετατρέπεται με σταθερό ρυθμό σε κίνηση, η κινητική ενέργεια καταναλώνεται από την τριβή και γίνεται πάλι θερμότητα και, τέλος, η θερμότητα απομακρύνεται από την κρύα πάνω πλάκα.

Μέχρι το σημείο αυτό, ο Λιμπσαμπέρ είχε αναπαραγάγει ένα πολύ γνωστό πείραμα της μηχανικής των ρευστών, τόσο πολύ γνωστό, που ήταν παραμελημένο. «Ήταν κλασική φυσική», είπε, «κι αυτό δυστυχώς σήμαινε πως ήταν παλιό, κι αυτό πάλι σήμαινε πως δεν ήταν ενδιαφέρον». Έτυχε επίσης το σύστημα αυτό να είναι ακριβώς η ροή της οποίας το μοντέλο είχε κατασκευάσει ο Λόρεντζ με το σύστημα των τριών εξισώσεων του. Αλλά ένα πραγματικό πείραμα — με πραγματικό υγρό, με ένα κουτί που είχε κοπεί από μηχανουργό, σε ένα εργαστήριο που το δονούσε η κυκλοφορία του Παρισιού — έκανε ήδη τη διαδικασία συγκέντρωσης των δεδομένων πολύ πιο δύσκολη από την απλή παραγωγή αριθμών σε έναν υπολογιστή.

Ο Λιμπσαμπέρ χρησιμοποιούσε μια απλή πένα σχεδιογράφου για να καταγράφει τη θερμοκρασία που μετρούσε ένας μετρητής ενσωματωμένος στην πάνω επιφάνεια. Τη στιγμή της ισορροπίας μετά την πρώτη διακλάδωση, η θερμοκρασία παραμένει λίγο πολύ σταθερή και η πένα γράφει μια ευθεία γραμμή. Καθώς η θερμότητα αυξάνει, αυξάνεται και η αστάθεια. Σε κάθε κύλινδρο εμφανίζεται μια μικρή ατέλεια, ένας κυματισμός που διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα κατά μήκος του άξονα του, ένα τρεμούλιασμα. Αυτός ο κυματισμός παρουσιάζεται ως μεταβολή της θερμοκρασίας, μια ταλάντευση μεταξύ δύο τιμών. Τώρα η πένα σχεδιάζει μια κυματιστή γραμμή πάνω στο χαρτί.

Από μια απλή καμπύλη που περιγράφει τη θερμοκρασία, που μεταβάλλεται συνεχώς και δονείται από το θόρυβο του πειράματος, είναι αδύνατο να παρακολουθήσουμε με ακρίβεια την εμφάνιση των νέων διακλαδώσεων ή να καταλάβουμε τη φύση τους. Η γραμμή περιέχει τυχαίες κορυφές και κοιλάδες που φαίνονται τόσο τυχαίες, όσο και μιας καμπύλης που δείχνει τον πυρετό των τιμών στο χρηματιστήριο. Ο Λιμπσαμπέρ ανέλυσε αυτά τα δεδομένα μετατρέποντας τα σε φασματικό διάγραμμα, με στόχο να αποκαλύψει τις κύριες συχνότητες που βρίσκονταν πίσω από τις μεταβαλλόμενες θερμοκρασίες. Η δημιουργία του φασματικού

διαγράμματος των δεδομένων που έχουν προκύψει από το πείραμα μοιάζει με την κατασκευή του διαγράμματος συχνοτήτων μιας πολύπλοκης συγχορδίας από μια ορχήστρα. Μια ασαφής γραμμή υπάρχει πάντα στο κάτω μέρος του διαγράμματος — ο πειραματικός θόρυβος. Οι θεμελιώδεις τόνοι εμφανίζονται ως κατακόρυφες ακίδες: όσο πιο δυνατός είναι ο τόνος, τόσο πιο ψηλή είναι η ακίδα. Όμοια, αν τα δεδομένα του πειράματος δημιουργούν μια βασική συχνότητα — ένα ρυθμό με περίοδο ένα δευτερόλεπτο, για παράδειγμα —, τότε αυτή η συχνότητα θα εμφανιστεί στο φασματικό διάγραμμα ως ακίδα.

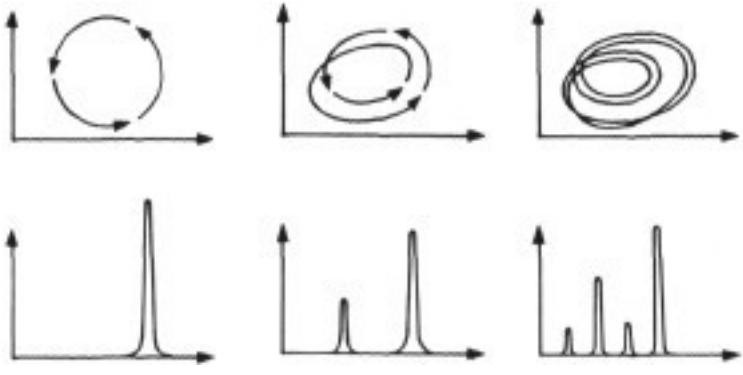
Στο πείραμα του Λιμπσαμπέρ, όπως έγινε, η πρώτη συχνότητα αντιστοιχούσε σε δύο περίπου δευτερόλεπτα. Η επόμενη διακλάδωση έφερε μια ανεπαίσθητη αλλαγή. Στον κύλινδρο συνέχιζε το τρεμούλιασμα και η θερμοκρασία του βολόμετρου συνέχιζε να ανεβαίνει και να κατεβαίνει σύμφωνα με μια δεσπόζουσα συχνότητα. Αλλά στους περιττούς κύκλους η θερμοκρασία άρχισε να πηγαίνει λίγο πιο ψηλά από πριν, και στους άρτιους κύκλους λίγο πιο χαμηλά. Στην πραγματικότητα, η μέγιστη θερμοκρασία έσπαγε σε δύο, οπότε υπήρχαν δύο διαφορετικές μέγιστες και, αντίστοιχα, δύο ελάχιστες τιμές. Η γραμμή της πένας, αν και ήταν δύσκολο να διαβαστεί, δημιουργούσε ένα τρεμούλιασμα στην κορυφή του τρεμουλιάσματος— έναν «μετακυματισμό». Στο φασματικό διάγραμμα, αυτά φαίνονταν πιο καθαρά. Η πρώτη συχνότητα έκανε πάντα έντονη την παρουσία της, αφού η θερμοκρασία αύξανε κάθε δύο δευτερόλεπτα. Τώρα όμως εμφανιζόταν μία νέα συχνότητα, ακριβώς η μισή της παλιάς, γιατί το σύστημα είχε αναπτύξει μια συνιστώσα που επαναλαμβανόταν κάθε τέσσερα δευτερόλεπτα. Καθώς οι διακλαδώσεις συνεχίζονταν, μπορούσε κανείς να διακρίνει μια περίεργα συνεπή μορφή: εμφανίζονταν νέες συχνότητες διπλάσιες της προηγουμένης, οπότε το διάγραμμα γέμιζε με ακίδες που βρίσκονταν στα τέταρτα, στα όγδοα και στα δέκατα έκτα της πρώτης συχνότητας" άρχιζε να μοιάζει με φράχτη από πασσάλους, εναλλάξ κοντούς και ψηλούς.

Ακόμα και για κάποιον που αναζητά κρυμμένες μορφές σε ακατάστατα δεδομένα, ήταν απαραίτητο το πείραμα να εκτελεστεί δεκάδες και μετά εκατοντάδες φορές, για να αρχίσουν να γίνονται κατανοητές οι συνήθειες αυτού του μικροσκοπικού δοχείου.

Ήταν πάντα πιθανό να συμβούν περίεργα πράγματα, καθώς ο Λιμπσαμπέρ και ο μηχανικός του ανέβαζαν σιγά σιγά τη θερμοκρασία και το σύστημα καταστάλαζε από τη μια ισορροπία στην άλλη. Μερικές φορές εμφανίζονταν μεταβατικές συχνότητες που γλιστρούσαν αργά στο φασματικό διάγραμμα και εξαφανίζονταν. Άλλες φορές, παρά την καθαρή γεωμετρία, εμφανίζονταν τρεις κύλινδροι αντί για δύο — και πώς μπορούσαν αυτοί να ξέρουν πραγματικά τι συνέβαινε μέσα σε κείνο το μικροσκοπικό δοχείο;

ΑΝ Ο ΛΙΜΠΣΑΜΠΕΡ γνώριζε τότε την ανακάλυψη της παγκοσμιότητας του Φαϊγκενμπάουμ, θα ήξερε πού ακριβώς να αναζητήσει τις διακλαδώσεις του και πώς να τις ονομάσει. Το 1979 μια ομάδα από μαθηματικούς και φυσικούς με μαθηματική κλίση παρακολουθούσε τη νέα θεωρία του Φαϊγκενμπάουμ, και η ομάδα αυτή όλο και μεγάλωνε. Αλλά οι περισσότεροι επιστήμονες που ήταν εξοικειωμένοι με τα προβλήματα των πραγματικών φυσικών συστημάτων πίστευαν ότι είχαν σοβαρούς λόγους να μην εκφράζουν τη γνώμη τους. Υπήρχε πολυπλοκότητα στα μονοδιάστατα συστήματα, τις απεικονίσεις του Μέυ και του Φαϊγκενμπάουμ. Τι συνέβαινε όμως στα συστήματα μηχανικών διατάξεων δύο ή τριών ή τεσσάρων διαστάσεων που μπορούσε να κατασκευάσει ένας μηχανικός; Εκείνα απαιτούσαν περίπλοκες διαφορικές εξισώσεις και όχι απλές εξισώσεις διαφορών. Και φαινόταν ότι άλλο ένα χάσμα χώριζε τα συστήματα λίγων διαστάσεων από τα συστήματα ροής ρευστών, τα οποία οι φυσικοί θεωρούσαν συστήματα πιθανώς με άπειρες διαστάσεις. Ακόμα και ένα δοχείο σαν του Λιμπσαμπέρ, τόσο προσεκτικά δομημένο, περιείχε ουσιαστικά άπειρα σωματίδια ρευστού. Κάθε σωματίδιο παρίστανε, τουλάχιστον, τη δυνατότητα ανεξάρτητης κίνησης. Σε μερικές περιπτώσεις, κάθε σωματίδιο θα μπορούσε να είναι ο γεωμετρικός τόπος κάποιας νέας περιστροφής ή δίνης,

«Δεν καταλάβαινε κανένας ότι η πραγματική σχετική κίνηση σε ένα τέτοιο σύστημα συνοψίζεται σε απεικονίσεις», είπε ο Πιερ Χόενμπεργκ (Pierre Hohenberg) από τα Εργαστήρια Μπελ της ΑΤ & Τ στο Νιου Τζέρσεϋ, Ο Χόενμπεργκ έγινε ένας από τους πολύ λίγους φυσικούς που θα ακολουθούσαν ταυτόχρονα τη νέα θεωρία και τα νέα πειράματα. «Ο Φαϊγκενμπάουμ μπορεί να είχε σκεφτεί κάτι τέτοιο, αλλά σίγουρα δεν το είχε πει. Η δου-

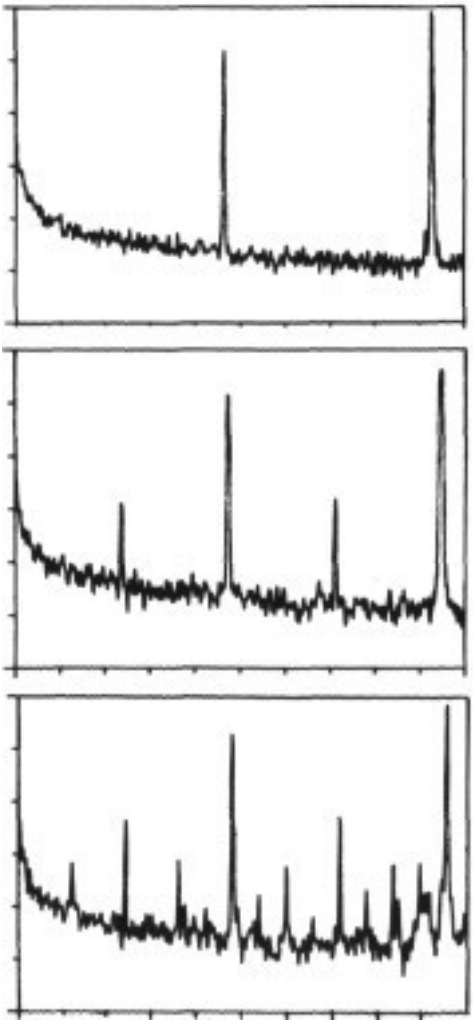


ΔΥΟ ΤΡΟΠΟΙ ΝΑ ΔΟΥΜΕ ΜΙΑ ΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗ, Όταν ένα πείραμα σαν του δοχείου μεταφοράς θερμότητας του Λιμπσαμπέρ δημιουργεί μια σταθερή ταλάντωση, η εικόνα του στο χώρο των φάσεων είναι ένας βρόχος που επαναλαμβάνεται σε κανονικά διαστήματα *(πάνω αριστερά)*. Ο πειραματικός που μετρά τις συχνότητες θα δει σε ένα φασματικό διάγραμμα μια ψηλή ακίδα γι' αυτή τη μοναδική συχνότητα. Μετά από μια διακλάδωση διπλασιασμού της περιόδου, το σύστημα διαγράφει δύο βρόχους πριν επαναλάβει ακριβώς τον εαυτό του *(κέντρο)* και τώρα ο πειραματικός βλέπει μία ακόμη συχνότητα με τιμή τη μισή της αρχικής — διπλή περίοδο. Οι νέοι διπλασιασμοί των περιόδων γεμίζουν το φασματικό διάγραμμα με περισσότερες ακίδες.

λειά του Φαϊγκενμπάουμ αναφερόταν σε απεικονίσεις. Γιατί θα 'πρεπε οι φυσικοί να ενδιαφέρονται για απεικονίσεις; — αυτές είναι παιχνίδι. Πράγματι, όσον καιρό έπαιζαν με απεικονίσεις, το ζήτημα φαινόταν να απέχει πολύ απ' αυτά που θέλαμε να καταλάβουμε.

»'Οταν το είδαν όμως σε πειράματα, τότε μεταβλήθηκε πραγματικά σε κάτι αξιοθαύμαστο. Το θαύμα είναι ότι, σε συστήματα *ενδιαφέροντα,* μπορούμε να καταλάβουμε λεπτομερώς τη συμπεριφορά τους χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο που έχει λίγους βαθμούς ελευθερίας».

Τελικά, ο Χόενμπεργκ ήταν αυτός που έφερε κοντά θεωρητικούς και πειραματικούς. Το καλοκαίρι του 1979 οργάνωσε στο



ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΟΥ ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΝΟΥΝ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ. Τα φασματικά διαγράμματα του Λιμπσαμπέρ έδειχναν παραστατικά την ακριβή μορφή του διπλασιασμού της περιόδου που προέβλεπε η θεωρία. Οι ακίδες των νέων συχνοτήτων ξεχωρίζουν καθαρά πάνω από τον πειραματικό θόρυβο. Η θεωρία της σταθερότητας κλίμακας του Φαιγκενμπάουμ προέβλεπε όχι μόνο πότε και πού θα εμφανίζονταν οι νέες συχνότητες, αλλά και πόση ένταση θα είχαν - τα πλάτη τους.

Άσπεν ένα συνέδριο εργασίας που το παρακολούθησε και ο Λιμπσαμπέρ. (Τέσσερα χρόνια πριν, στο ίδιο καλοκαιρινό συνέδριο, ο Φαϊγκενμπαουμ είχε ακούσει τον Στιβ Σμέιλ να μιλά για έναν αριθμό — απλώς έναν αριθμό — που φαινόταν να ξεπετάγεται όταν ένας μαθηματικός παρατηρούσε τη μετάβαση στο χάος σε μια συγκεκριμένη εξίσωση.) Όταν ο Λιμπσαμπέρ περιέγραψε τα πειράματα του με το υγρό ήλιο, ο Χόενμπεργκ κράτησε σημειώσεις. Γυρίζοντας στο Νιου Τζέρσεϋ σταμάτησε στο Νιου Μέξικο και είδε τον Φαϊγκενμπαουμ. Λίγο αργότερα, ο Φαϊγκενμπαουμ επισκέφθηκε τον Λιμπσαμπέρ στο Παρίσι. Στέκονταν και οι δυο ανάμεσα στα σκόρπια όργανα και εξαρτήματα στο εργαστήριο του Λιμπσαμπέρ, ο οποίος έδειχνε περήφανα το μικροσκοπικό του κουτάκι και άφηνε τον Φαϊγκενμπαουμ να εξηγεί την τελευταία του θεωρία. Μετά βγήκαν βόλτα στους δρόμους του Παρισιού για έναν καλό καφέ. Ο Λιμπσαμπέρ θυμόταν αργότερα πόση εντύπωση του έκανε που έβλεπε ένα «θεωρητικό τόσο νέο και τόσο *ζωντανά),* όπως έλεγε.

ΤΟ ΑΛΜΑ ΑΠΟ ΤΙΣ απεικονίσεις ως τη ροή των ρευστών φαινόταν τόσο μεγάλο, που ακόμα κι αυτοί που το έκαναν πρώτοι μερικές φορές αισθάνονταν πως ήταν όνειρο. Δεν ήταν καθόλου φανερό πώς η φύση έδενε μαζί τόση πολυπλοκότητα με τόση απλότητα. «Αυτό πρέπει να το θεωρήσετε κάτι σαν θαύμα, όχι σαν τη συνηθισμένη σύνδεση ανάμεσα στη θεωρία και το πείραμα», είπε ο Τζέρρυ Γκόλλουμπ. Μέσα σε λίγα χρόνια, το θαύμα επαναλαμβανόταν συνέχεια σε μια τεράστια ποικιλία εργαστηριακών συστημάτων: με μεγαλύτερα δοχεία ρευστών που περιείχαν νερό και υδράργυρο, με ηλεκτρονικούς ταλαντωτές, με λέιζερ, ακόμα και με χημικές αντιδράσεις. Οι θεωρητικοί προσάρμοσαν τις τεχνικές του Φαϊγκενμπαουμ βρίσκοντας άλλους δρόμους προς το χάος, συγγενείς του διπλασιασμού των περιόδων: διαδικασίες σαν τις διαλείψεις ή τις ημιπεριοδικότητες. Και αυτές αποδείχτηκαν παγκόσμιες στη θεωρία και στο πείραμα.

Οι ανακαλύψεις των πειραματικών βοήθησαν να ξεκινήσει η εποχή του πειραματισμού με υπολογιστή. Οι φυσικοί ανακάλυψαν ότι οι υπολογιστές έδιναν ποιοτικά τις ίδιες εικόνες με τα πραγματικά πειράματα, και τις έδιναν εκατομμύρια φορές πιο γρήγορα και αξιόπιστα. Για πολλούς, ακόμα πιο πειστικό από τα

αποτελέσματα του Λιμπσαμπέρ ήταν ένα μοντέλο ρευστού που είχε δημιουργήσει ο Βάλτερ Φραντσεσκίνι (Valter Franceschini) από το Πανεπιστήμιο της Μοντένα, στην Ιταλία — ένα σύστημα πέντε διαφορικών εξισώσεων που έδινε ελκυστές και διαπλασιασμούς περιόδων. Ο Φραντσεσκίνι δεν ήξερε τίποτα για τον Φαϊγκενμπάουμ, αλλά το πολύπλοκο και πολυδιάστατο μοντέλο του έδινε τις ίδιες σταθερές που είχε βρει ο Φαϊγκενμπάουμ στις μονοδιάστατες απεικονίσεις. Το 1980, μια ευρωπαϊκή ομάδα έδωσε μια πειστική μαθηματική ερμηνεία: η απώλεια ενέργειας αφαιρεί από ένα πολύπλοκο σύστημα πολλές συγκρουόμενες κινήσεις και τελικά μειώνει τη συμπεριφορά των πολλών διαστάσεων σε μία.

Πέρα από τους υπολογιστές, το να βρεθεί ένας παράξενος ελκυστής σε ένα πείραμα ρευστών παρέμενε σοβαρή πρόκληση. Αυτό απασχολούσε έντονα πειραματικούς σαν τον Χάρρυ Σουίννεϋ τη δεκαετία του 1980. Και όταν οι πειραματικοί τελικά πέτυχαν, οι νέοι ειδικοί των υπολογιστών συχνά υποτιμούσαν τα αποτελέσματα τους, θεωρώντας τα έναν γενικό και προβλέψιμο απόηχο των εξαιρετικά λεπτομερών εικόνων που έπαιρναν αυτοί στα τερματικά τους. Σε ένα πείραμα με υπολογιστή, όταν κάποιος παρήγε τα χιλιάδες ή εκατομμύρια σημεία των δεδομένων, οι μορφές κατέληγαν να είναι λίγο πολύ φανερές. Σε ένα εργαστήριο, όπως και στον πραγματικό κόσμο, οι χρήσιμες πληροφορίες έπρεπε να διακριθούν από το θόρυβο. Σε ένα πείραμα με υπολογιστή τα δεδομένα έρρεαν σαν κρασί από μια μαγική κούπα. Σε ένα εργαστηριακό πείραμα έπρεπε κανείς να πολεμάει για την κάθε σταγόνα.

Ας πούμε ακόμα ότι οι νέες θεωρίες του Φαϊγκενμπάουμ και άλλων δε θα είχαν εξαπλωθεί τόσο πολύ στην επιστημονική κοινότητα αν στηρίζονταν μόνο στη δύναμη των πειραμάτων με υπολογιστή. Οι τροποποιήσεις, οι συμβιβασμοί, οι προσεγγίσεις που χρειάζονταν για να ψηφιοποιηθούν τα συστήματα των μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων ήταν πολύ ύποπτα. Οι προσομοιώσεις σπάζουν την πραγματικότητα σε κομμάτια, όσο το δυνατόν πιο πολλά αλλά πάντα πολύ λίγα. Ένα μοντέλο υπολογιστή είναι απλώς ένα σύνολο αυθαίρετων κανόνων που έχουν επιλέξει οι προγραμματιστές. Ένα πραγματικό ρευστό, ακόμα και σ' ένα μικροσκοπικό κουτάκι, έχει την αναμφισβήτητη δυ~

νατότητα της ελεύθερης και ανεμπόδιστης κίνησης της φυσικής αταξίας. Έχει τη δυνατότητα να εκπλήσσει.

Την εποχή της προσομοίωσης με υπολογιστή, όταν οι ροές παντού, από τις αεριοπροωθητικές τουρμπίνες μέχρι τις βαλβίδες της καρδιάς, γίνονται μοντέλα σε υπερυπολογιστές, είναι δύσκολο να θυμάται κανείς πόσο εύκολα η φύση μπορεί να μπερδέψει έναν πειραματικό. Στην πραγματικότητα, κανένας υπολογιστής σήμερα δεν μπορεί να προσομοιώσει απόλυτα ακόμα και ένα απλό σύστημα σαν το μικρό δοχείο του Λιμπσαμπέρ με το υγρό ήλιο. Όταν ένας καλός φυσικός εξετάζει μια προσομοίωση, πρέπει να αναρωτιέται τι μέρος της πραγματικότητας έχει αφήσει απέξω, τι πιθανή έκπληξη έχει παραμερίσει. Ο Λιμπσαμπέρ έλεγε συχνά ότι δεν θα ήθελε να πετά με προσομοιωμένο αεροπλάνο — θα αναρωτιόταν συνεχώς τι έλειπε. Επιπλέον έλεγε ότι οι προσομοιώσεις με υπολογιστή βοηθούν να αναπτυχθεί η διαίσθηση ή να βελτιωθούν οι υπολογισμοί, αλλά δεν γεννούν γνήσιες ανακαλύψεις. Αυτό είναι το πιστεύω του πειραματικού.

Το πείραμα του Λιμπσαμπέρ ήταν τόσο άψογο, οι στόχοι του στη φυσική τόσο αφηρημένοι, ώστε υπήρχαν ακόμα συνάδελφοι του που θεωρούσαν τη δουλειά του μάλλον φιλοσοφία ή μαθηματικά παρά φυσική. Ο ίδιος πίστευε, με τη σειρά του, ότι οι βασικές αρχές στον κλάδο του ήταν αναγωγικές, αφού έδιναν προτεραιότητα στις ιδιότητες των ατόμων. «Ενας φυσικός θα με ρωτούσε: "Πώς αυτό το άτομο έρχεται εδώ ή κολλάει εκεί; Και ποια είναι η ευαισθησία αυτής της επιφάνειας; Και μπορείς να γράψεις τη χαμιλτονιανή συνάρτηση του συστήματος;"

»Αν του απαντούσα: "Δε με ενδιαφέρει, αυτό που με ενδιαφέρει είναι το *σχήμα,* τα μαθηματικά του σχήματος και η εξέλιξη, η διακλάδωση απ' αυτό το σχήμα σ' εκείνο το σχήμα και μετά στο άλλο σχήμα", τότε θα μου έλεγε: "αυτό δεν είναι φυσική, εσύ ασχολείσαι με μαθηματικά". Ακόμα και σήμερα αυτό θα μου πει. Τι θα του απαντήσω; "Ναι, ασφαλώς, κάνω μαθηματικά, αλλά σχετίζονται με ό,τι μας περιβάλλει. Και αυτά είναι φύση"».

Οι μορφές που βρήκε ήταν πράγματι αφηρημένες. Ήταν μαθηματικές. Δεν έλεγαν τίποτα για τις ιδιότητες του υγρού ηλίου ή του χαλκού ή για τη συμπεριφορά των ατόμων κοντά στο απόλυτο μηδέν. Αλλά ήταν οι μορφές που είχαν ονειρευτεί οι αποκρυφιστές πρόγονοι του Λιμπσαμπέρ. Αυτές έκαναν θεμιτό έναν

κόσμο πειραματισμών, στον οποίο πολλοί επιστήμονες— από χημικούς μέχρι ηλεκτρολόγους μηχανολόγους— γρήγορα έγιναν εξερευνητές, αναζητώντας τα νέα στοιχεία της κίνησης. Οι μορφές εμφανίστηκαν την πρώτη φορά που πέτυχε να ανεβάσει τη θερμοκρασία αρκετά, ώστε να απομονώσει τον πρώτο διπλασιασμό περιόδου, και μετά τον επόμενο, και τον επόμενο. Σύμφωνα με τη νέα θεωρία, οι διακλαδώσεις θα έπρεπε να δώσουν μια γεωμετρία με έναν καθορισμένο νόμο κλίμακας· αυτό ακριβώς είδε ο Λιμπσαμπέρ: τις παγκόσμιες σταθερές του Φαϊγκενμπάουμ που μετατρέπονταν από ένα μαθηματικό ιδεώδες σε φυσική πραγματικότητα μετρήσιμη και ικανή να αναπαραχθεί. Θυμόταν αυτό το αίσθημα πολύ αργότερα, την τρομακτική επιβεβαίωση της μιας διακλάδωσης μετά την άλλη, και μετά τη συνειδητοποίηση ότι έβλεπε μια άπειρη αλληλουχία με πλούσια δομή. Ήταν υπέροχο, έλεγε.

ΕΙΚΟΝΕΣ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ

Τι άλλο, όταν το χάος έλκει όλες τις δυνάμεις
Για να δώσει μορφή σ' ένα μόνο φύλλο,

ΚΟΝΡΑΝΤ ΑΪΚΕΝ

Ο ΜΑΪΚΕΛ ΜΠΑΡΝΣΛΕΫ (Michael Barnsley) γνώρισε τον Μίτσελ Φαϊγκεμπάουμ σε ένα συνέδριο στην Κορσική το 1979. Ο Μπαρνσλεϋ, ένας μαθηματικός που είχε σπουδάσει στην Οξφόρδη, έμαθε τότε για την παγκοσμιότητα, το διπλασιασμό των περιόδων και την άπειρη αλληλουχία των διακλαδώσεων. Να μια καλή ιδέα, σκέφτηκε, ακριβώς η ιδέα που σίγουρα θα έκανε τους επιστήμονες να σπεύσουν να πάρουν ένα τμήμα της για τον εαυτό τους. Ο ίδιος ο Μπάρνσλεϋ νόμιζε πως είδε το τμήμα που δεν είχε παρατηρήσει κανένας άλλος.

Από πού προέρχονταν αυτοί οι κύκλοι των 2, 4, 8, 16, αυτές οι ακολουθίες Φαϊγκενμπάουμ; Μήπως εμφανίζονταν με μαγικό τρόπο από κάποιο μαθηματικό κενό, ή μήπως υποδήλωναν τη σκιά κάποιου πράγματος που ήταν ακόμα πιο βαθιά; Η διαίσθηση του Μπάρνσλεϋ ήταν πως αυτοί οι κύκλοι αποτελούσαν μάλλον μέρος κάποιου μυθικού φράκταλ αντικειμένου, αόρατου μέχρι τότε.

Γι' αυτή την ιδέα διέθετε μια βάση, την αριθμητική περιοχή που είναι γνωστή ως μιγαδικό επίπεδο. Στο μιγαδικό επίπεδο, οι αριθμοί από το πλην άπειρο μέχρι το συν άπειρο, δηλαδή όλοι οι πραγματικοί αριθμοί, βρίσκονται πάνω σε μια γραμμή που έχει τη διεύθυνση δύσης-ανατολής, με το μηδέν στο κέντρο της. Αλλά αυτή η γραμμή είναι απλώς ο ισημερινός ενός σύμπαντος αριθμών που επίσης εκτείνεται μέχρι το άπειρο στη διεύθυνση βορρά-νότου. Κάθε αριθμός αποτελείται από δύο μέρη, ένα *πραγματικό,* που αντιστοιχεί στο ανατολικό-δυτικό γεωγραφικό μήκος και ένα *φανταστικό,* που αντιστοιχεί στο βόρειο-νότιο γεωγραφικό πλάτος. Έχει συμφωνηθεί αυτοί οι μιγαδικοί αριθ-

μοί να γράφονται, για παράδειγμα, ως: 2 + 3i, όπου το i δηλώνει το φανταστικό τους μέρος. Τα δύο μέρη ορίζουν για κάθε αριθμό ένα μοναδικό σημείο πάνω σ' αυτό το επίπεδο των δύο διαστάσεων. Έτσι, η αρχική γραμμή των πραγματικών αριθμών αποτελεί απλώς μια ειδική περίπτωση, δηλαδή το σύνολο των αριθμών που το φανταστικό τους μέρος είναι ίσο με μηδέν. Το να βλέπει κανείς στο μιγαδικό επίπεδο μόνο τους πραγματικούς αριθμούς — μόνο τα σημεία του ισημερινού — θα ισοδυναμούσε με το να περιορίζει τη δυνατότητα του στο να βλέπει περιστασιακές τομές σχημάτων, που ίσως θα του αποκάλυπταν άλλα μυστικά αν τις κοίταζε στις δύο διαστάσεις. Αυτό υποπτεύτηκε ο Μπάρνσλεϋ.

Τα ονόματα *πραγματικός* και *φανταστικός* δόθηκαν όταν οι συνηθισμένοι αριθμοί φαίνονταν πιο πραγματικοί απ' αυτό το νέο υβρίδιο, αλλά από τότε τα ονόματα θεωρούνται τελείως αυθαίρετα, αφού και τα δύο είδη αριθμών είναι πραγματικά και φανταστικά όσο και κάθε άλλο είδος. Ιστορικά, οι φανταστικοί αριθμοί επινοήθηκαν για να καλύψουν το εννοιολογικό κενό που δημιουργούσε το ερώτημα: ποια είναι η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού; Έχει συμφωνηθεί η τετραγωνική ρίζα του -1 να είναι το i, η τετραγωνική ρίζα του -4 να είναι το 2i κ.ο.κ. Έμενε μόνο ένα μικρό βήμα για να συνειδητοποιηθεί ότι οι συνδυασμοί των πραγματικών και των φανταστικών αριθμών επέτρεπαν νέα είδη υπολογισμών με πολυωνυμικές εξισώσεις. Οι μιγαδικοί αριθμοί μπορούν να προστίθενται, να πολλαπλασιάζονται, να προσδιορίζεται η μέση τιμή τους, να παραγοντοποιούνται, να ολοκληρώνονται. Σχεδόν κάθε υπολογισμός που εκτελείται με πραγματικούς αριθμούς μπορεί να γίνει και με μιγαδικούς αριθμούς. Ο Μπάρνσλεϋ, όταν άρχισε να μεταφράζει τις συναρτήσεις του Φαϊγκενμπάουμ στο μιγαδικό επίπεδο, είδε να εμφανίζονται τα περιγράμματα μιας φανταστικής οικογένειας σχημάτων, τα οποία φαινομενικά σχετίζονταν με τις δυναμικές ιδέες που γοήτευαν τους επιστήμονες της πειραματικής φυσικής, αλλά και κατέπλησσαν ως μαθηματικές κατασκευές.

Συνειδητοποίησε ότι, στο κάτω κάτω, αυτοί οι κύκλοι δεν εμφανίζονται από το τίποτα. Καταλήγουν στη γραμμή των πραγματικών αριθμών του μιγαδικού επιπέδου, όπου, αν κοιτάξετε, υπάρχει ένας αστερισμός κύκλων, όλων των τάξεων. *Υπήρχε* πά-

ντα ένας κύκλος 2, ένας κύκλος 3, ένας κύκλος 4, που βρισκόταν ακριβώς εκτός θέας ώσπου έφτανε στη γραμμή τωγ πραγματικών αριθμών. Ο Μπάρνσλεϋ γύρισε γρήγορα από την Κορσική στο γραφείο του, στο Ινστιτούτο Τεχνολογίας της Γεωργίας, και έγραψε ένα άρθρο. Το έστειλε για δημοσίευση στο περιοδικό *Communications in Mathematical Physics.* Διευθυντής έτυχε να είναι ο Νταβίντ Ρουέλ και τα νέα δεν ήταν ευχάριστα. Ο Μπάρνσλεϋ, χωρίς να το θέλει, είχε ανακαλύψει εκ νέου μια θαμμένη εργασία που είχε γίνει πριν πενήντα χρόνια από ένα γάλλο μαθηματικό. «Ο Ρουέλ μου το πέταξε στα μούτρα, λέγοντας: "Μάικελ, μιλάς για τα σύνολα Ζυλιά (Julia sets)"», θυμόταν αργότερα ο Μπάρνσλεϋ. Ο Ρουέλ πρόσθεσε και την προτροπή : «Έλα σε επαφή με τον Μάντελμπροτ»,

Ο ΤΖΟΝ ΧΑΜΠΑΡΝΤ (John Hubbard). ένας αμερικανός μαθηματικός που έδειχνε αδυναμία! στα μοντέρνα τολμηρά μπλουζάκια, τρία χρόνια πριν δ|δασκε στοιχειώδη διαφορικό και ολοκληρωτικρ λογισμό σε πρωτοετείς φοιτητές στο Ορσέ της Γαλλίας. Ανάμεσα στα άλλα συνηθισμένα θέματα που δίδασκε ήταν και η μέθοδος του Νεύτωνα, η κλασική μέθοδος επίλυσης εξισώσεων με συνεχώς καλύτερες προσεγγίσεις. Ο Χάμπαρντ όμως είχε βαρεθεί κάπως τα συνηθισμένα θέματα και αποφάσισε για μια φορά να διδάξει τη μέθοδο του Νεύτωνα με τρόπο που θα ανάγκαζε τους σπουδαστές του να σκεφτούν.

Η μέθοδος τρυ Νεύτωνα είναι παλιά και ήταν ήδη παλιά όταν την επινόησε ο Νεύτωνα,ς. Οι αρχαίοι Έλληνες χρησιμοποιούσαν μια παραλλαγή της για να υπολογίζουν τετραγωνικές ρίζες. Η μέθοδος ξεκινά με μια εικασία. Η εικασία οδηγεί σε μια καλύτερη εκτίμηση της λύσης και η διαδικασία της επανάληψης οδηγεί σε μια απάντηση, όπως ένα δυναμικό σύστημα αναζητά την ευσταθή κατάσταση του. Η διαδικασία είναι γρήγορη, το πλήθος των ακριβών δεκαδικών ψηφίων, σε γενικές γραμμές, διπλασιάζεται σε κάθε βήμα. Σήμερα βέβαια οι τετραγωνικές ρίζες προσδιορίζονται με περισσότερο αναλυτικές μεθόδους, όπως και όλες οι ρίζες των δευτεροβάθμιων πολυονυμικών εξισώσεων — εκείνων στις οποίες οι μεταβλητές βρίσκονται μόνο στη δεύτερη δύναμη. Αλλά η μέθοδος του Νεύτωνα χρησιμεύει και για πολύ-

ωνυμικές εξισώσεις μεγαλύτερου βαθμού που δεν μπορούν να λυθούν άμεσα. Η μέθοδος είναι επίσης πολύ αποτελεσματική σε μια ποικιλία αλγορίθμων για υπολογιστές, δεδομένου ότι η επανάληψη είναι, όπως πάντα, η δύναμη των υπολογιστών. Μια μικρή δυσκολία στην εφαρμογή της μεθόδου του Νεύτωνα προέρχεται από το ότι οι εξισώσεις συνήθως έχουν περισσότερες λύσεις από μία, ιδιαίτερα αν έχουν και μιγαδικές λύσεις. *Ποια* λύση βρίσκει η μέθοδος εξαρτάται από την αρχική εικασία. Πρακτικά, θεωρούμε ότι αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα. Έχουμε γενικά μια ιδέα από πού ν' αρχίσουμε και, αν η εικασία δείχνει να συγκλίνει σε διαφορετική λύση, απλώς αρχίζουμε ξανά από κάπου αλλού.

Μπορεί να ρωτήσει κανείς ποια πορεία ακολουθεί η μέθοδος του Νεύτωνα, καθώς συγκλίνει προς τη ρίζα ενός δευτεροβάθμιου πολυωνύμου στο μιγαδικό επίπεδο. Με γεωμετρικό τρόπο σκέψης, μια απάντηση είναι ότι η μέθοδος απλώς ζητά να βρεί τη ρίζα που είναι πλησιέστερα στην αρχική εικασία. Αυτό είπε ο Χάμπαρντ στους σπουδαστές του στο Ορσέ, μια μέρα που του έθεσαν το ερώτημα.

«Τώρα βέβαια, για εξισώσεις, ας πούμε, τρίτου βαθμού, η κατάσταση φαίνεται πιο πολύπλοκη», είπε με σιγουριά ο Χάμπαρντ. «Θα το σκεφτώ και θα σας απαντήσω την άλλη εβδομάδα».

Θεωρούσε ακόμα ότι το δύσκολο θα ήταν να διδάξει στους σπουδαστές του πώς να υπολογίζουν τις επαναλήψεις, και ότι η διατύπωση της αρχικής εικασίας θα ήταν εύκολη. Όσο πιο πολύ το σκεφτόταν όμως, τόσο πιο λίγο ήξερε τι συνιστούσε την έξυπνη εικασία ή, για το συγκεκριμένο θέμα, τι έκανε πράγματι η μέθοδος του Νεύτωνα. Η προφανής γεωμετρική εικασία θα ήταν να διαιρεθεί το επίπεδο σε τρία ίσα κυκλικά κομμάτια, με μια ρίζα σε κάθε κομμάτι, αλλά ο Χάμπαρντ διαπίστωσε ότι αυτό δε θα είχε αποτέλεσμα. Κοντά στις διαχωριστικές γραμμές συνέβαιναν παράξενα πράγματα. Επιπλέον, διαπίστωσε ότι δεν ήταν ο πρώτος μαθηματικός που σκόνταφτε σ' αυτό το υπερβολικά δύσκολο, ερώτημα. Ο λόρδος Άρθουρ Κέυλυ (Arthur Cayley) είχε προσπαθήσει το 1879 να προχωρήσει από τις αντιμετωπίσιμες δευτεροβάθμιες περιπτώσεις στις τρομακτικά δύσκολες περιπτώσεις τρίτου βαθμού. Αλλά ο Χάμπαρντ, έναν αιώνα αργότερα, είχε ένα εργαλείο που δεν το είχε ο Κέυλυ.

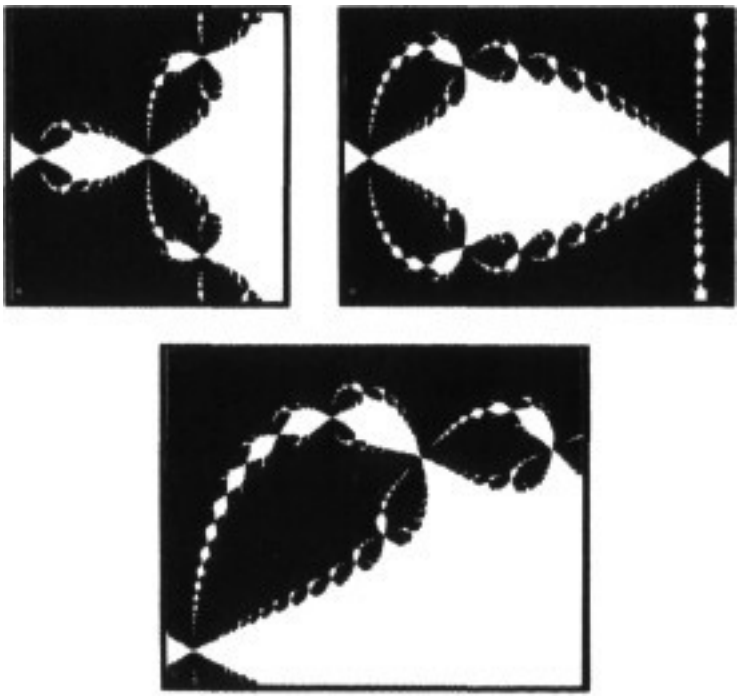
Ο Χάμπαρντ ήταν από κείνους τους αυστηρούς μαθηματικούς που απεχθάνονται τις εικασίες, τις προσεγγίσεις, τις μισές αλήθειες που στηρίζονται περισσότερο στη διαίσθηση παρά στην απόδειξη. Ήταν το είδος του μαθηματικού που θα συνέχιζε να επιμένει, είκοσι χρόνια μετά την εισαγωγή του ελκυστή του Έντουαρντ Λόρεντζ στη βιβλιογραφία, ότι κανένας στ' αλήθεια δεν *ήξερε* αν εκείνες οι εξισώσεις δημιουργούσαν πραγματικά τον παράξενο ελκυστή. Ήταν ένα αναπόδειχτο συμπέρασμα. Η γνωστή διπλή σπείρα, έλεγε, δεν ήταν απόδειξη αλλά απλή ένδειξη, κάτι που το σχεδίαζαν υπολογιστές.

Τώρα, ενάντια στην αντίληψη του αυτή, άρχισε να χρησιμοποιεί υπολογιστές για να κάνει αυτό που δεν είχαν κάνει οι ορθόδοξες τεχνικές. Ο υπολογιστής δε θα *αποδείκνυε* τίποτα. Αλλά τουλάχιστον θα μπορούσε να φανερώσει την αλήθεια, ώστε ένας μαθηματικός να ξέρει τι θα έπρεπε να προσπαθήσει ν' αποδείξει. Έτσι, ο Χάμπαρντ άρχισε να πειραματίζεται. Χειρίστηκε τη μέθοδο του Νεύτωνα όχι ως μέθοδο επίλυσης προβλημάτων αλλά ως αυτοτελές πρόβλημα. Πήρε το πιο απλό παράδειγμα τριτοβάθμιου πολυωνύμου, την εξίσωση $\chi^3-1=0$ — να βρει δηλαδή την κυβική ρίζα του 1. Στους πραγματικούς αριθμούς υπάρχει ασφαλώς μόνο η τετριμμένη λύση: 1. Αλλά το πολυώνυμο έχει επίσης δύο μιγαδικές λύσεις: $\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{3}{2}}\,i$, και $\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{3}{2}}\,i$. Αν σχεδιαστούν στο μιγαδικό επίπεδο, αυτές οι τρεις ρίζες αποτελούν τις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου, με τη μια κορυφή στις «τρεις η ώρα», μια στις «εφτά» και μια στις «έντεκα». Με δεδομένο ότι όλοι οι μιγαδικοί αριθμοί είναι σημεία εκκίνησης, το ερώτημα ήταν να δει σε *ποια* από τις τρεις λύσεις οδηγούσε η μέθοδος του Νεύτωνα. Ήταν σαν η μέθοδος του Νεύτωνα να αποτελούσε ένα δυναμικό σύστημα και οι τρεις λύσεις τρεις ελκυστές, ή σαν το μιγαδικό επίπεδο να ήταν μια λεία επιφάνεια που περιλάμβανε τρεις βαθιές κοιλάδες. Μια μπίλια ξεκινώντας από οπουδήποτε πάνω στο επίπεδο θα κυλούσε προς μια από τις τρεις κοιλάδες — αλλά σε ποια;

Ο Χάμπαρντ βάλθηκε να δοκιμάσει όσα μπορούσε περισσότερα από τα άπειρα σημεία που αποτελούν το επίπεδο. Έβαλε τον υπολογιστή του να πηγαίνει από σημείο σε σημείο, να υπολογί-

ζει για καθένα απ' αυτά τη ροή της μεθόδου του Νεύτωνα και να κωδικοποιεί τα αποτελέσματα με χρώματα. Τα σημεία εκκίνησης που οδηγούσαν στη μία λύση τα χρωμάτιζε μπλε. Τα σημεία που οδηγούσαν στη δεύτερη λύση τα έκανε κόκκινα και τα σημεία που οδηγούσαν στην τρίτη λύση πράσινα. Στην πιο πρόχειρη προσέγγιση, διαπίστωσε ότι η δυναμική της μεθόδου του Νεύτωνα διαιρούσε πράγματι το επίπεδο σε τρία μέρη. Γενικά, -τα σημεία που βρίσκονταν *κοντά* στη μία από τις λύσεις οδηγούσαν γρήγορα σ' αυτή. Αλλά η συστηματική επεξεργασία με τον υπολογιστή έδειξε μια πολύπλοκη χαρακτηριστική οργάνωση που δε θα μπορούσε να είχε διαπιστωθεί από προγενέστερους μαθηματικούς, που είχαν τη δυνατότητα να υπολογίζουν μόνο ένα σημείο εδώ και ένα σημείο εκεί. Ενώ κάποιες αρχικές εικασίες συνέκλιναν γρήγορα σε μια ρίζα, άλλες ζυγίζονταν γύρω γύρω, φαινομενικά τυχαία, πριν να καταλήξουν σε μια λύση. Μερικές φορές φαινόταν ότι ένα σημείο μπορούσε να μπει σε έναν κύκλο που θα επαναλαμβανόταν για πάντα — έναν περιοδικό κύκλο — χωρίς ποτέ να καταλήγει σε μια από τις τρεις λύσεις.

Καθώς ο υπολογιστής συνέχιζε να εξερευνά το χώρο σε όλο και μεγαλύτερες λεπτομέρειες, ο Χάμπαρντ και οι σπουδαστές του έμειναν έκπληκτοι από την εικόνα που άρχισε να εμφανίζεται. Αντί για μια σαφή διαχωριστική γραμμή ανάμεσα στην μπλε και την κόκκινη περιοχή, για παράδειγμα, υπήρχαν κηλίδες πράσινου χρώματος συνδεδεμένες μεταξύ τους σαν κόσμημα. Ήταν σαν το μαντίλι της διελκυστίνδας, αφού, ενώ βρισκόταν ανάμεσα στις δύο ανταγωνιζόμενες γειτονικές κοιλάδες, κατέληγε τελικά στην τρίτη, που βρισκόταν πιο μακριά. Ποτέ δε σχηματιζόταν σαφές σύνορο ανάμεσα σε δύο χρώματα. Από πιο κοντά, η γραμμή ανάμεσα στην πράσινη κηλίδα και στην μπλε κοιλάδα φαινόταν να έχει μπαλώματα κόκκινου. Αυτή η κατάσταση επικρατούσε παντού, Τελικά, τα σύνορα αποκάλυψαν στον Χάμπαρντ μια ιδιαίτερη ιδιότητα που θα φαινόταν εκπληκτική ακόμα και σε κάποιον που θα ήταν εξοικειωμένος με τα τερατώδη φράκταλ του Μάντελμπροτ: *Κανένα* σημείο δεν μπορεί να οριστεί ως σύνορο ανάμεσα σε δύο χρώματα. Οπουδήποτε κι αν προσπαθούν να πλησιάσουν δύο χρώματα, παρεμβάλλεται πάντα το τρίτο, με μια σειρά αυτο-όμοια σχήματα. Συμβαίνει αυτό που μπορεί να χαρακτηριστεί αδύνατο, δηλαδή κάθε σημείο της



ΔΙΑΧΩΡΙΣΤΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕ ΑΠΕΙΡΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ. Όταν κόβουμε μια πίτα σε τρία κομμάτια, τα μεταξύ τους σύνορα είναι απλές ευθείες γραμμές. Πολλές διαδικασίες των αφηρημένων μαθηματικών και της φυσικής του πραγματικού κόσμου όμως, τείνουν να δημιουργούν σύνορα αφάνταστα πολύπλοκα.

Στην παραπάνω εικόνα, έχουμε εφαρμόσει τη μέθοδο του Νεύτωναγια να βρούμε την κυβική ρίζα του -1. Το επίπεδο διαιρείται σε τρεις πανομοιότυπες περιοχές, μία από τις οποίες αποδίδεται με λευκό χρώμα. Όλα τα λευκά σημεία «έλκονται» από τη ρίζα που βρίσκεται στην πιο μεγάλη λευκή περιοχή. Όλα τα μαύρα σημεία έλκονται προς μία από τις άλλες δύο ρίζες. Η διαχωριστική γραμμή έχει την ιδιαίτερη ιδιότητα ότι κάθε σημείο της συνορεύει και με τις τρεις περιοχές, Και, όπως βλέπετε, τα μεγεθυσμένα τμήματα αποκαλύπτουν μια μορφή φράκταλ που επαναλαμβάνει τη βασική μορφή σε όλο και πιο μικρές κλίμακες.

διαχωριστικής γραμμής συνορεύει με μια περιοχή από καθένα από τα τρία χρώματα.

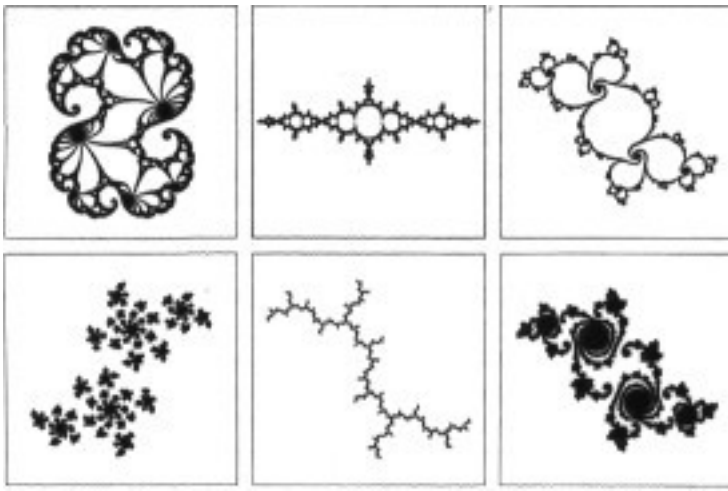
Ο Χάμπαρντ άρχισε να μελετάει αυτά τα πολύπλοκα σχήματα και τη σημασία τους για τα μαθηματικά. Η εργασία του και η εργασία των συναδέλφων του αποτέλεσε γρήγορα μια νέα γραμμή επίθεσης κατά του προβλήματος των δυναμικών συστημάτων. Συνειδητοποίησε ότι η απεικόνιση της μεθόδου του Νεύτωνα έδινε μια εικόνα από ολόκληρη ανεξερεύνητη οικογένεια εικόνων που αντανακλούσαν τη συμπεριφορά δυνάμεων στον πραγματικό κόσμο, Ο Μάικελ Μπάρνσλεϋ μελετούσε άλλα μέλη αυτής της οικογένειας. Ο Μπενουά Μάντελμπροτ, όπως έμαθαν σύντομα οι δύο άντρες, ανακάλυπτε τον παππού όλων αυτών των σχημάτων.

ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΜΑΝΤΕΛΜΠΡΟΤ είναι το πιο πολύπλοκο πράγμα στα μαθηματικά, όπως λένε οι θαυμαστές του. Η αιωνιότητα δε θα 'φτανε για να το δει κανείς όλο, τους δίσκους του που είναι διάστικτοι από αγκαθωτούς θάμνους, τις σπείρες και τα νήματα του που τυλίγονται γύρω γύρω και προς τα έξω, έτσι γεμάτο από βολβώδη μόρια που κρέμονται σε άπειρες ποικιλίες, όπως τα σταφύλια στο προσωπικό αμπέλι του Θεού. Αν εξετάσουμε το σύνολο Μάντελμπροτ έγχρωμο, μέσα από την εικόνα που προσφέρει η οθόνη του υπολογιστή, τότε φαίνεται πιο φράκταλ κι από τα φράκταλ, πολύ πλούσιο στην πολυπλοκότητα του μέσα από διαφορετικές κλίμακες. Η καταγραφή των διαφορετικών σχημάτων που υπάρχουν σ' αυτό ή η αριθμητική περιγραφή της περιμετρικής του γραμμής φαίνεται πως θα απαιτούσε μια απειρία πληροφοριών. Αλλά εδώ βρίσκεται το παράδοξο: για να σταλεί μια πλήρης περιγραφή του -συνόλου μέσα από μια γραμμή επικοινωνίας χρειάζονται λίγες μόνο δεκάδες χαρακτήρων κώδικα. Ένα μικρό πρόγραμμα υπολογιστή περιέχει αρκετές πληροφορίες για να αναπαραγάγει ολόκληρο το σύνολο. Οι πρώτοι που προσπάθησαν να κατανοήσουν πώς συνδυάζει το σύνολο την πολυπλοκότητα με την απλότητα βρέθηκαν απροετοίμαστοι — ακόμα και ο Μάντελμπροτ. Το σύνολο Μάντελμπροτ έγινε κάτι σαν δημόσιο έμβλημα για το χάος, καθώς εμφανίστηκε στα γυαλιστερά εξώφυλλα πρακτικών συνεδρίων και περιοδικών μηχανικής, και αποτέλεσε το βασικό έργο σε μια έκθεση ζωγραφικής με υπολογιστή, που ταξίδεψε σε πολλές χώρες το

1985 και το 1986. Την ομορφιά του την αισθανόταν κανείς εύκολα βλέποντας τις εικόνες· πιο δύσκολο όμως ήταν να κατανοήσει το νόημα που είχε για τους μαθηματικούς.

Στο μιγαδικό επίπεδο μπορούν να δημιουργηθούν πολλά σχήματα φράκταλ με επαναληπτικές διαδικασίες, αλλά υπάρχει ένα μόνο σύνολο Μάντελμπροτ. Το σύνολο αυτό άρχισε να εμφανίζεται, ασαφές και θολό, όταν ο Μάντελμπροτ προσπάθησε να βρει έναν τρόπο για να γενικεύσει μια κλάση σχημάτων που ήταν γνωστή ως σύνολα Ζυλιά. Αυτά τα σύνολα επινοήθηκαν και μελετήθηκαν στη διάρκεια του Πρώτου Παγκόσμιου Πολέμου από τους γάλλους μαθηματικούς Γκαστόν Ζυλιά (Gaston Julia) και Πιερ Φατού (Pierre Fatou), που εργάζονταν χωρίς τις εικόνες που μπορούσε να δώσει ένας υπολογιστής. Ο Μάντελμπροτ, στα είκοσι του χρόνια, είχε δει τα λιτά τους σχέδια και είχε διαβάσει την εργασία τους, που ήταν ήδη από τότε αφανής. Τα σύνολα Ζυλιά, σε μεγάλη ποικιλία μορφών, ήταν ακριβώς τα αντικείμενα που προκάλεσαν το ενδιαφέρον του Μπάρνσλεϋ. Μερικά σύνολα Ζυλιά μοιάζουν με κύκλους που έχουν πιεστεί και παραμορφωθεί σε πολλά τους σημεία για να αποκτήσουν μια δομή φράκταλ. Άλλα είναι σπασμένα κατά περιοχές και άλλα μοιάζουν με κόκκους σκόνης. Δεν υπάρχουν λέξεις ούτε έννοιες της ευκλείδειας γεωμετρίας που να μπορούν να τα περιγράψουν. Ο γάλλος μαθηματικός Αντριέν Ντουαντύ (Adrien Douady) έλεγε: «Μπορείς να πάρεις μια απίστευτη ποικιλία συνόλων Ζυλιά: μερικά είναι σαν χοντρά σύννεφα, άλλα είναι σαν μικρή φούντα βάτου, μερικά μοιάζουν με σπίθες που πετούν στον αέρα μετά την πυρκαγιά. Ένα έχει το σχήμα κουνελιού, πολλά έχουν το σχήμα ουράς ιππόκαμπου».

Το 1979 ο Μάντελμπροτ ανακάλυψε ότι μπορούσε να δημιουργήσει στο μιγαδικό επίπεδο μια εικόνα που να χρησιμεύει ως κατάλογος των συνόλων Ζυλιά, ένας οδηγός για καθένα απ' αυτά. Διερευνούσε την επανάληψη πολύπλοκων διαδικασιών, εξισώσεων με τετραγωνικές ρίζες, ημίτονα και συνημίτονα. Ακόμα κι αφού είχε στηρίξει όλη του τη σκέψη στην πρόταση ότι η απλότητα γεννά την πολυπλοκότητα, δεν μπορούσε να καταλάβει αμέσως πόσο εκπληκτικό ήταν αυτό που υπήρχε πέρα απ' αυτό που έβλεπε στις οθόνες των υπολογιστών, στην IBM και στο Χάρβαρντ. Πίεσε πολύ τους προγραμματιστές του να εμφα-



ΜΙΑ ΟΜΑΔΑ ΣΥΝΟΛΩΝ ΖΥΛΙΑ.

νίσουν περισσότερες λεπτομέρειες κι εκείνοι αναγκάστηκαν να δουλέψουν σκληρά για να χρησιμοποιήσουν όλη την ήδη καταπονημένη μνήμη, να παρεμβάλουν και άλλα σημεία σε ένα μεγάλο υπολογιστή IBM που είχε μια κακοσχεδιασμένη ασπρόμαυρη οθόνη. Κάτι που έκανε τα πράγματα ακόμα χειρότερα ήταν ότι οι προγραμματιστές έπρεπε να καραδοκούν συνέχεια για μια κοινή παγίδα που παρουσιάζεται κατά την εξερεύνηση με υπολογιστή, τη δημιουργία παραπλανητικών φαινομένων τα οποία ξεπηδούν από κάποια ιδιομορφία της μηχανής και μπορούν να εξαφανιστούν αν ένα πρόγραμμα γραφτεί με διαφορετικό τρόπο.

Εκτός απ' αυτό ο Μάντελμπροτ έστρεψε την προσοχή του σε μια απλή απεικόνιση που ήταν ιδιαίτερα εύκολο να προγραμματιστεί. Πάνω σε ένα πρόχειρο πλέγμα σημείων, με το πρόγραμμα να επαναλαμβάνει μερικές φορές το βρόχο ανάδρασης, εμφανίστηκαν τα πρώτα περιγράμματα των δίσκων. Με λίγους και απλούς υπολογισμούς που ήταν εύκολο να γίνουν με το χέρι, μπορούσε κανείς να δει ότι οι δίσκοι, από μαθηματική άποψη, ήταν πραγματικοί και όχι προϊόντα κάποιας υπολογιστικής ι-

διομορφίας. Δεξιά και αριστερά από τους κύριους δίσκους, εμφανίστηκαν ίχνη περισσότερων σχημάτων. Αργότερα είπε ότι διαισθάνθηκε περισσότερα πράγματα: μια ιεραρχία σχημάτων, στοιχειώδεις μορφές απ' τις οποίες βλάσταιναν άλλες μικρότερες μορφές μέχρι το άπειρο. Και εκεί που το σύνολο έτεμνε τη γραμμή των πραγματικών αριθμών, οι διαδοχικά μικρότεροι δίσκοι του κλιμακώνονταν με μια γεωμετρική κανονικότητα που οι επιστήμονες της δυναμικής την αναγνώριζαν: ήταν η ακολουθία διακλαδώσεων του Φαϊγκενμπάουμ.

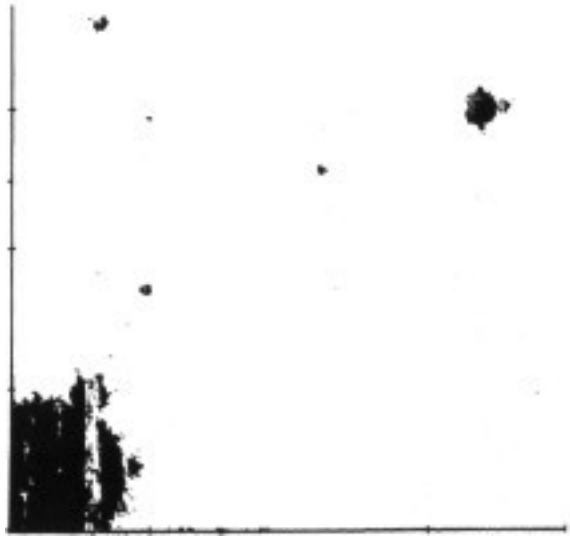
Το γεγονός αυτό τον ενθάρρυνε να προχωρήσει ακόμα περισσότερο τους υπολογισμούς, ραφινάροντας τις αρχικές ακατέργαστες εικόνες του, και γρήγορα ανακάλυψε ότι υπήρχε κάτι σαν πουρί πάνω στις ακμές των δίσκων αλλά και στο γύρω χώρο κοντά στους δίσκους. Καθώς προσπαθούσε να κάνει υπολογισμούς με όλο και μεγαλύτερη ακρίβεια, ξαφνικά αισθάνθηκε πως η τύχη δεν τον βοηθούσε πια. Αντί οι εικόνες του να γίνονται πιο καθαρές γίνονταν πιο συγκεχυμένες. Γύρισε πίσω στο ερευνητικό κέντρο της IBM για να χρησιμοποιήσει τους υπολογιστές, μια και του Χάρβαρντ δεν επαρκούσαν. Με μεγάλη έκπληξη διαπίστωσε ότι η αυξανόμενη ασάφεια ήταν σημάδι της πραγματικότητας. Βλαστάρια και έλικες αναρριχώμενων φυτών φύτρωναν αδιάφορα από την κύρια νησίδα. Ο Μάντελμπροτ είδε μια φαινομενικά ομαλή διαχωριστική γραμμή να αναλύεται σε μια αλυσίδα σπειρών σαν τις ουρές των ιππόκαμπων. Το παράλογο γεννούσε το λογικό.

Το σύνολο Μάντελμπροτ είναι ένα σύνολο σημείων. Κάθε σημείο του μιγαδικού επιπέδου, δηλαδή κάθε μιγαδικός αριθμός, είτε ανήκει είτε δεν ανήκει στο σύνολο. Ένας τρόπος να ορίσουμε το σύνολο είναι να ελέγχουμε κάθε σημείο, με μια διαδικασία που περιέχει κάποια απλή επαναληπτική αριθμητική. Για να ελέγξουμε ένα σημείο," παίρνουμε τον μιγαδικό αριθμό, τον υψώνουμε στο τετράγωνο, προσθέτουμε τον αρχικό αριθμό, υψώνουμε το αποτέλεσμα στο τετράγωνο, προσθέτουμε τον αρχικό αριθμό, υψώνουμε το αποτέλεσμα στο τετράγωνο — και επαναλαμβάνουμε συνέχεια την ίδια διαδικασία. Αν το άθροισμα διαφεύγει προς το άπειρο, τότε το σημείο δεν ανήκει στο σύνολο Μάντελμπροτ. Αν το άθροισμα παραμένει πεπερασμένο (μπορεί να παγιδεύεται σε κάποιον επαναλαμβανόμενο βρόχο ή να περι-

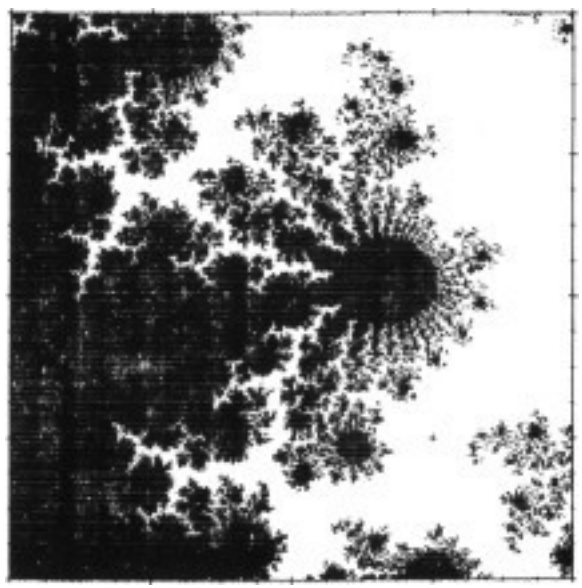
φέρεται χαοτικά), τότε το σημείο ανήκει στο σύνολο Μάντελμπροτ.

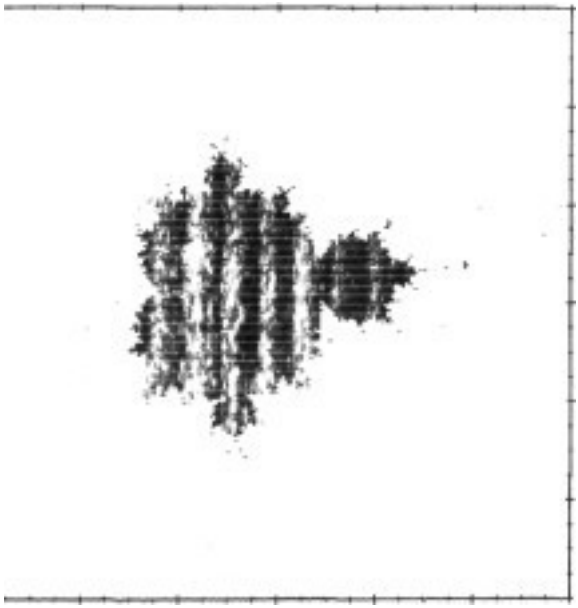
Αυτή η δουλειά, να επαναλαμβάνουμε μια διαδικασία απεριόριστες φορές και να κοιτάζουμε αν το αποτέλεσμα είναι άπειρο, μοιάζει με τις διαδικασίες ανάδρασης που συναντούμε στην καθημερινή ζωή. Ας φανταστούμε ότι σε μια αίθουσα συναυλιών εγκαθιστούμε ένα μικρόφωνο, έναν ενισχυτή και μεγάφωνα. Προβληματιζόμαστε για το τρομερό στρίγγλισμα που ξεκουφαίνει και που δημιουργείται απ' την ηχητική ανάδραση. Αν το μικρόφωνο δεχτεί έναν αρκετά δυνατό θόρυβο, τότε, ενισχυμένος από τα μεγάφωνα, θα επανέρχεται στο μικρόφωνο σε επαναλαμβανόμενους βρόχους, χωρίς τέλος, και η ένταση του θα γίνεται κάθε φορά μεγαλύτερη. Από την άλλη, αν ο θόρυβος είναι αρκετά ασθενικός, τότε απλώς θα μειώνεται ώσπου θα εξαφανιστεί. Για να κάνουμε ένα μοντέλο αυτής της διαδικασίας ανάδρασης με αριθμούς, μπορούμε να πάρουμε έναν αριθμό, να τον πολλαπλασιάσουμε επί τον εαυτό του, να πολλαπλασιάσουμε το αποτέλεσμα επί τον εαυτό του, κ.ο.κ. Τότε θα διαπιστώσουμε ότι οι μεγάλοι αριθμοί οδηγούν γρήγορα στο άπειρο: 10, 100,10.000,... ενώ οι μικροί αριθμοί οδηγούν στο μηδέν: 1/2, 1/4, 1/16,... Για να δώσουμε τη γεωμετρική εικόνα αυτής της διαδικασίας, ας ορίσουμε το σύνολο όλων των σημείων που, όταν μπουν σ' αυτή την εξίσωση, δε θα χάνονται προς το άπειρο. Ας πάρουμε τα σημεία της γραμμής των πραγματικών αριθμών από το μηδέν και πάνω. Αν ένα σημείο (με τη διαδικασία της ανάδρασης) οδηγεί προς το άπειρο, το χρωματίζουμε άσπρο, αλλιώς το χρωματίζουμε μαύρο. Αρκετά γρήγορα, θα έχουμε ένα σχήμα που θα αποτελείται από μια μαύρη γραμμή ανάμεσα στο 0 και το 1.

Όταν έχουμε να κάνουμε με μονοδιάστατες διαδικασίες, δεν χρειάζεται να καταφεύγουμε σε πειραματικές δοκιμές. Είναι αρκετά εύκολο να δείξουμε ότι οι πραγματικοί θετικοί αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι από τη μονάδα οδηγούν στο άπειρο και ότι οι υπόλοιποι δεν οδηγούν στο άπειρο. Στις δύο όμως διαστάσεις του μιγαδικού επιπέδου, δεν είναι γενικά αρκετή η γνώση της εξίσωσης για να προσδιοριστεί το σχήμα που ορίζεται από μια επαναληπτική διαδικασία. Αντίθετα από τα παραδοσιακά σχήματα της γεωμετρίας, τους κύκλους, τις ελλείψεις και τις παραβολές, το σύνολο Μάντελμπροτ δεν επιτρέπει συντομότερους



Ο ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΌΣ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΟΥ ΜΑΝΤΕΛΜΠΡΟΤ. Στις πρώτες πρόχειρες εκτυπώσεις που πήρε από τον υπολογιστή ο Μπενουά Μάντελμπεροτ, εμφανίστηκε μια γενική δομή, η οποία γινόταν πιο λεπτομερειακή όσο βελτιωνόταν η ποιότητα των υπολογισμών. «Τα αιωρούμενα "μόρια", που μοιάζουν με μικρόβια, είναι μεμονωμένες νησίδες ή νησίδες προσαρτημένες στο κύριο σώμα με ίνες τόσο λεπτές, που δε φαίνονται;» Κανένας δεν μπορούσε να απαντήσει.





δρόμους. Ο μοναδικός τρόπος για να δούμε τι είδους σχήμα προκύπτει για μια συγκεκριμένη εξίσωση είναι η μέθοδος «δοκιμής και λάθους», κι αυτή η μέθοδος έφερε τους ερευνητές αυτής της περιοχής πιο κοντά στο πνεύμα του Μαγγελάνου παρά του Ευκλείδη,

Η σύνδεση μ' αυτό τον τρόπο του κόσμου των σχημάτων με τον κόσμο των αριθμών αντιπροσώπευε μια ρήξη με το παρελθόν. Οι νέες γεωμετρίες προκύπτουν πάντα όταν αλλάζουμε ένα θεμελιώδη κανόνα. *Ας υποθέσουμε ότι ο χώρος μπορεί να είναι καμπυλωμένος και όχι επίπεδος,* λέει ένας γεωμέτρης και το αποτέλεσμα είναι μια αλλόκοτη καμπυλωμένη παρέκκλιση από τον Ευκλείδη, που δίνει ακριβώς το σωστό πλαίσιο για τη γενική θεωρία της σχετικότητας. Ας υποθέσουμε ότι ο χώρος μπορεί να έχει τέσσερις διαστάσεις ή πέντε ή έξι. Ας υποθέσουμε ότι ο αριθμός που εκφράζει τη *διάσταση* μπορεί να είναι κλασματικός. Ας υποθέσουμε ότι τα σχήματα μπορούν να συστραφούν, να τεντωθούν, να δεθούν κόμπο. Ή, τώρα, ας υποθέσουμε ότι τα σχήματα ορίζονται, όχι με την επίλυση μιας εξίσωσης μία φορά, αλλά με την επανάληψη της εξίσωσης σε έναν βρόχο ανάδρασης.

Ο Ζυλιά, ο Φατού, ο Χάμπαρντ, ο Μπάρνσλευ, ο Μάντελμπροτ — αυτοί οι μαθηματικοί άλλαξαν τους κανόνες σχετικά με το πώς κάνουμε γεωμετρικά σχήματα. Οι ευκλείδειες και οι καρτεσιανές μέθοδοι με τις οποίες μετατρέπουμε τις εξισώσεις σε καμπύλες είναι γνωστές σε καθέναν που έχει μελετήσει τη γεωμετρία του λυκείου ή έχει βρει ένα σημείο σε χάρτη χρησιμοποιώντας δύο συντεταγμένες. Η γνωστή γεωμετρία παίρνει μία εξίσωση και αναζητά το σύνολο των αριθμών που την *ικανο~ποιούν.* Οι λύσεις μιας εξίσωσης σαν την $x^2 + y^2 = 1$ σχηματίζουν τότε ένα σχήμα, στην περίπτωση αυτή έναν κύκλο. Άλλες απλές εξισώσεις δημιουργούν άλλες εικόνες, τις ελλείψεις, τις παραβολές και τις υπερβολές των κωνικών τομών ή ακόμα τα πιο πολύπλοκα σχήματα που παράγονται από διαφορικές εξισώσεις στο χώρο των φάσεων. Αλλά όταν ένας γεωμέτρης, αντί να λύσει μια εξίσωση, την επαναλαμβάνει, τότε η εξίσωση γίνεται διαδικασία και όχι περιγραφή, δυναμική και όχι στατική. Όταν ένας αριθμός μπαίνει σε μια εξίσωση, προκύπτει ένας νέος αριθμός. Ο νέος αριθμός μπαίνει πάλι στην εξίσωση κ.ο.κ., με αποτέλεσμα

τα σημεία να αναπηδούν από περιοχή σε περιοχή. Ένα σημείο σημειώνεται όχι όταν ικανοποιεί την εξίσωση αλλά όταν δημιουργεί ορισμένο είδος συμπεριφοράς. Μια συμπεριφορά μπορεί να είναι μια ευσταθής κατάσταση. Μια άλλη συμπεριφορά μπορεί να είναι μια σύγκλιση σε περιοδική επανάληψη καταστάσεων. Μια άλλη μπορεί να είναι μια εκτός ελέγχου πορεία προς το άπειρο.

Πριν από τους υπολογιστές, ακόμα και ο Ζυλιά και ο Φατού, που καταλάβαιναν τις δυνατότητες αυτής της νέου είδους δημιουργίας σχημάτων, δεν είχαν τα μέσα να τη μετατρέψουν σε επιστήμη. Με τους υπολογιστές έγινε δυνατή η γεωμετρία «της δοκιμής και του λάθους». Μ' αυτό τον τρόπο ο Χάμπαρντ εξερεύνησε τη μέθοδο του Νεύτωνα υπολογίζοντας τη συμπεριφορά κάθε σημείου. Ο Μάντελμπροτ είδε αρχικά το σύνολό του με τον ίδιο τρόπο, χρησιμοποιώντας έναν υπολογιστή για να σαρώνει τα σημεία του επιπέδου, το ένα μετά το άλλο. Όχι όλα τα σημεία βέβαια. Καθώς ο χρόνος και ο υπολογιστής είναι πεπερασμένα μεγέθη, τέτοιου είδους υπολογισμοί χρησιμοποιούν ένα πλέγμα σημείων/Οσο πιο πυκνό είναι το πλέγμα τόσο πιο καθαρή είναι η εικόνα, με κόστος βέβαια τους περισσότερους υπολογισμούς που είναι απαραίτητοι. Για το σύνολο Μάντελμπροτ, οι υπολογισμοί ήταν απλοί, γιατί η ίδια η διαδικασία ήταν απλή: επανάληψη στο μιγαδικό επίπεδο της απεικόνισης $z \rightarrow Z^2 + c$ Πάρε έναν αριθμό πολλαπλασίασε τον επί τον εαυτό του και πρόσθεσε τον αρχικό αριθμό.

Καθώς ο Χάμπαρντ αποκτούσε όλο και μεγαλύτερη άνεση μ' αυτό το νέο στυλ εξερεύνησης σχημάτων με υπολογιστή, έφτασε και στο σημείο να επινοήσει ένα καινούριο μαθηματικό στυλ, εφαρμόζοντας τις μεθόδους της μιγαδικής ανάλυσης— μια περιοχή των μαθηματικών που δεν είχε εφαρμοστεί πριν σε δυναμικά συστήματα. Αισθανόταν ότι όλα συμφωνούσαν μεταξύ τους. Διαφορετικοί κλάδοι των μαθηματικών συνέκλιναν σε σταυροδρόμια. Ήξερε ότι δεν αρκούσε να *δει* το σύνολο Μάντελμπροτ. Πριν απ' αυτό ήθελε να το καταλάβει και πράγματι, τελικά δήλωσε ότι το κατάλαβε.

Αν τα σύνορα ήταν απλώς φράκταλ, με την έννοια των τερατουργημάτων που έφτιαξε ο Μάντελμπροτ, τότε κάθε εικόνα θα έμοιαζε λίγο πολύ με την τελευταία. Η αρχή της ομοιότητας σε

διαφορετικές κλίμακες θα έκανε δυνατό να προβλεφτεί τι θα έβλεπε το μικροσκόπιο στο επόμενο επίπεδο μεγέθυνσης. Αντίθετα όμως, η διεξοδικότερη μελέτη του συνόλου Μάντελμπροτ έφερνε νέες εκπλήξεις. Ο Μάντελμπροτ άρχισε να ανησυχεί μήπως είχε δώσει πολύ περιοριστικό ορισμό του *φράκταλ*. Ήθελε ασφαλώς η λέξη να ισχύει γι' αυτό το νέο αντικείμενο. Αποδειχνόταν ότι το σύνολο, όταν μεγεθυνόταν αρκετά, πράγματι περιείχε χοντρικά περίπου αντίγραφα του εαυτού του, μικρά αντικείμενα σαν ζωύφια που επέπλεαν απομακρυνόμενα από το κύριο σώμα, αλλά με μεγαλύτερη μεγέθυνση φαινόταν ότι κανένα απ' αυτά τα μόρια δεν έμοιαζε ακριβώς με οποιοδήποτε άλλο. Υπήρχαν πάντα νέα είδη ιππόκαμπων, νέα σχήματα σαν ελικοειδή φυτά θερμοκηπίου. Στην πραγματικότητα, κανένα τμήμα του συνόλου δεν έμοιαζε ακριβώς με κανένα άλλο τμήμα, σε *οποιαδήποτε* μεγέθυνση.

Η ανακάλυψη των επιπλεόντων «μορίων» δημιούργησε όμως ένα άμεσο πρόβλημα. Το σύνολο Μάντελμπροτ ήταν συνεκτικό, δηλαδή σαν ήπειρος με χερσονήσους που εκτείνονταν μακριά από το κύριο σώμα, ή μήπως ήταν σκόνη, δηλαδή ένα κύριο σώμα που περιβαλλόταν από μικρές νησίδες; Η απάντηση δεν ήταν καθόλου φανερή. Η πείρα από τα σύνολα Ζυλιά δεν έδινε κανένα προσανατολισμό, γιατί τα σύνολα αυτά είχαν και τα δύο χαρακτηριστικά: μερικά πλήρη σχήματα, μερικά διάστικτα. Η φράκταλ σκόνη έχει την ιδιαίτερη ιδιότητα ότι δεν υπάρχουν σ' αυτή δύο κομμάτια «κολλημένα μαζί» — γιατί κάθε κομμάτι χωρίζεται από κάθε άλλο με ένα τμήμα κενού χώρου — κι ακόμα κανένα κομμάτι δεν είναι «μόνο», αφού όπου βρίσκουμε ένα κομμάτι μπορούμε πάντα να βρούμε μια ομάδα κομματιών οσοδήποτε κοντά σ' αυτό. Καθώς ο Μάντελμπροτ παρατηρούσε τις εικόνες του, συνειδητοποίησε ότι ο πειραματισμός με υπολογιστή δεν μπορούσε να δώσει απάντηση σ' αυτό το ερώτημα, Συγκέντρωσε την προσοχή του στα στίγματα που αιωρούνταν γύρω από το κύριο σώμα. Μερικά εξαφανίζονταν, ενώ άλλα εξελίσσονταν σε σχεδόν καθαρά αντίγραφα. Αυτά φαίνονταν ανεξάρτητα. Πιθανόν όμως αυτά ήταν συνδεδεμένα με γραμμές τόσο λεπτές που συνέχιζαν να διαφεύγουν από το πλέγμα των υπολογισμένων σημείων.

Ο Ντουαντύ και ο Χάμπαρντ χρησιμοποίησαν μια θαυμάσια

σειρά από νέες μαθηματικές μεθόδους για να αποδείξουν ότι κάθε μόριο απ' αυτά που επιπλέουν πράγματι κρέμεται σε μια λεπτεπίλεπτη κατασκευή που το δένει με όλα τα άλλα, ένα λεπτό πλέγμα μικροσκοπικών συνδέσεων που ξεπηδάει από το κύριο σώμα, ένα «πολυμερές του διαβόλου», όπως το χαρακτήρισε ο Μάντελμπροτ. Οι μαθηματικοί απέδειξαν ότι οποιοδήποτε τμήμα — όπου κι αν βρίσκεται και όσο μικρό κι αν είναι — μπορούσε, όταν μεγεθυνόταν με το μικροσκόπιο του υπολογιστή, να αποκαλύπτει νέα μόρια που καθένα έμοιαζε με το κύριο σύνολο, αλλά χωρίς ποτέ να είναι ακριβώς το ίδιο. Κάθε νέο μόριο περιβαλλόταν από τις δικές του σπείρες και τις δικές του προεξοχές που έμοιαζαν με φλόγες, και αυτές με τη σειρά τους αποκάλυπταν ακόμα μικρότερα μόρια πάντα όμοια, ποτέ ταυτόσημα, που ικανοποιούσαν κάποια εντολή άπειρης ποικιλίας, ένα θαύμα μικρογραφίας στο οποίο κάθε νέα λεπτομέρεια ήταν σίγουρα ένα σύμπαν από μόνο του, ποικίλο και πλήρες.

«ΤΑ ΠΑΝΤΑ ΗΤΑΝ καθαρά γεωμετρικές προσεγγίσεις ευθείας γραμμής», είπε ο Χάιντζ-Όττο Πάιτγκεν (Heinz-Otto Peitgen). Μιλούσε για τη μοντέρνα τέχνη. «Το έργο του Τζόζεφ Άλμπερς, για παράδειγμα, που προσπαθούσε να ανακαλύψει τη σχέση των χρωμάτων, ουσιαστικά ήταν τετράγωνα διαφορετικών χρωμάτων τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο. Ήταν τέχνη λαϊκή. Αν δει κανείς σήμερα αυτό το έργο, φαίνεται παρωχημένο. Δεν αρέσει πια στους ανθρώπους. Στη Γερμανία έχτισαν τεράστια συγκροτήματα κατοικιών στο στυλ του Μπαουχάους, αλλά οι άνθρωποι τα εγκατέλειψαν, δεν τους άρεσε να ζουν εκεί. Σήμερα υπάρχουν, νομίζω, πολύ σοβαροί λόγοι ώστε η κοινωνία να απεχθάνεται μερικές πλευρές της αντίληψης που έχουμε για τη φύση». Ο Πάιτγκεν βοηθούσε τους επισκέπτες να διαλέγουν μεγεθύνσεις τμημάτων του συνόλου Μάντελμπροτ, των συνόλων Ζυλιά και άλλων πολύπλοκων επαναληπτικών διαδικασιών, που όλα ήταν θαυμάσια χρωματισμένα. Στο μικρό του γραφείο στην Καλιφόρνια πρόσφερε σλάιντς, μεγάλες διαφάνειες, ακόμα και ένα ημερολόγιο με το σύνολο Μάντελμπροτ. «Ο μεγάλος ενθουσιασμός μας έχει να κάνει μ' αυτή τη διαφορετική προοπτική παρατήρησης της φύσης. Ποια είναι η αληθινή θεώρηση του φυσικού αντικειμένου; Στο δέντρο, ας πούμε, τι είναι σημαντικό; Είναι η

ευθεία γραμμή ή το φράκταλ αντικείμενο;» Στο μεταξύ, στο Πανεπιστήμιο Κορνελ ο Τζον Χαμπαρντ είχε να αντιμετωπίσει την εμπορική ζήτηση. Εκατοντάδες επιστολές έφταναν στο τμήμα των μαθηματικών ζητώντας εικόνες του συνόλου Μάντελμπροτ, και ο Χαμπαρντ συνειδητοποίησε ότι έπρεπε να φτιάξει δείγματα και τιμοκαταλόγους. Είχε ήδη δημιουργήσει δεκάδες εικόνες και τις είχε αποθηκεύσει στους υπολογιστές του, έτοιμες να εμφανιστούν αμέσως με τη βοήθεια των φοιτητών που θυμόνταν τις τεχνικές λεπτομέρειες. Αλλά οι πιο θεαματικές εικόνες, με την πιο καλή ανάλυση και τον πιο ζωντανό χρωματισμό, προέρχονταν από δύο Γερμανούς, τον Πάιτγκεν και τον Πέτερ Ρίχτερ (Peter Richter) και την επιστημονική τους ομάδα στο Πανεπιστήμιο της Βρέμης, που στήριζε οικονομικά με ενθουσιασμό μια τοπική τράπεζα.

Ο Πάιτγκεν και ο Ρίχτερ, ο ένας μαθηματικός και ο άλλος φυσικός, συνέδεσαν τη σταδιοδρομία τους με το σύνολο Μάντελμπροτ. Αυτό περιείχε, κατά τη γνώμη τους, έναν κόσμο γεμάτο ιδέες: μια μοντέρνα φιλοσοφία της τέχνης, μια δικαιολόγηση του νέου ρόλου του πειραματισμού στα μαθηματικά, έναν τρόπο να παρουσιαστούν τα πολύπλοκα συστήματα στο πλατύ κοινό. Εξέδωσαν γυαλιστερούς καταλόγους και βιβλία και ταξίδεψαν σε ολόκληρο τον κόσμο με μια έκθεση των εικόνων που είχαν δημιουργήσει στον υπολογιστή. Ο Ρίχτερ είχε περάσει στη μελέτη των πολύπλοκων συστημάτων από τη φυσική μέσω της χημείας και στη συνέχεια της βιοχημείας, μελετώντας ταλαντώσεις των βιολογικών μεταβολικών οδών. Σε μια σειρά δημοσιεύσεις πάνω σε φαινόμενα σαν το ανοσοποιητικό σύστημα και τη μετατροπή της ζάχαρης σε ενέργεια με τη βοήθεια ζυμομυκήτων, διαπίστωσε ότι συχνά οι ταλαντώσεις καθόριζαν τη δυναμική διαδικασιών που συνήθως θεωρούνταν στατικές, για τον απλό λόγο ότι τα ζωντανά συστήματα δεν μπορούν εύκολα να ανοιχτούν για να εξεταστούν σε πραγματικό χρόνο. Ο Ρίχτερ είχε στερεώσει στο περβάζι του παραθύρου του ένα καλολαδωμένο διπλό εκκρεμές, το «χαϊδεμένο κατοικίδιο δυναμικό του σύστημα», που είχε κατασκευαστεί μετά από παραγγελία του στο μηχανουργείο του Πανεπιστημίου. Από καιρό σε καιρό το έβαζε να ταλαντώνεται με μια χαοτική αρρυθμία, που προσομοίωνε με τον υπολογιστή του. Η εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες ήταν

τόσο ευαίσθητη, ώστε η βαρυτική έλξη μιας μόνο σταγόνας βροχής ένα χιλιόμετρο μακριά μπέρδευε την κίνηση σε πενήντα ή εξήντα περιστροφές, περίπου για δυο λεπτά. Οι πολύχρωμες εικόνες γραφικών που έκανε ο Ρίχτερ για το χώρο των φάσεων αυτού του διπλού εκκρεμούς έδειχναν τις ανακατεμένες περιοχές περιοδικότητας και χάους, χρησιμοποιούσε τις ίδιες τεχνικές για να εμφανίζει, για παράδειγμα, εξιδανικευμένες περιοχές μαγνήτισης σ' ένα μέταλλο και επίσης για να εξερευνά το σύνολο Μάντελμπροτ.

Του συναδέλφου του, του Πάιτγκεν, η μελέτη της πολυπλοκότητας του έδινε την ευκαιρία να δημιουργήσει νέα παράδοση στην επιστήμη, αντί απλώς να λύνει προβλήματα. «Σε μια καινούρια περιοχή σαν αυτή, μπορεί κανείς ν' αρχίσει να σκέφτεται σήμερα και, αν είναι καλός επιστήμονας, μπορεί να καταφέρει να βρει ενδιαφέρουσες λύσεις σε λίγες μέρες ή σε μια εβδομάδα ή σ' ένα μήνα», έλεγε ο Πάιτγκεν. Το πεδίο αυτό είναι ακόμα αδιαμόρφωτο.

«Σε ένα διαμορφωμένο πεδίο, γνωρίζουμε τι είναι γνωστό και τι είναι άγνωστο, τι έχουν δοκιμάσει ήδη κάποιοι άνθρωποι και δεν οδηγεί πουθενά. Σ' ένα τέτοιο πεδίο πρέπει να δουλέψεις πάνω σε κάποιο πρόβλημα που είναι γνωστό πως αποτελεί πρόβλημα, αλλιώς έχεις χαθεί. Αλλά ένα τέτοιο πρόβλημα θα είναι και δύσκολο, αλλιώς θα είχε κιόλας λυθεί».

Ο Πάιτγκεν δεν συμμεριζόταν την απροθυμία των μαθηματικών να χρησιμοποιούν υπολογιστές στα πειράματα τους. Σίγουρα, κάθε αποτέλεσμα πρέπει να διατυπώνεται αυστηρά σύμφωνα με τις καθιερωμένες μεθόδους απόδειξης, αλλιώς δεν είναι μαθηματικά. Το να δούμε μια εικόνα σε μια οθόνη γραφικών δεν σημαίνει πως υπάρχει κιόλας στη «γλώσσα του θεωρήματος και της απόδειξης». Αλλά η ύπαρξη και μόνο αυτής της εικόνας ίσως είναι αρκετή για να αλλάξει την εξέλιξη των μαθηματικών. Ο Πάιτγκεν πίστευε ότι η εξερεύνηση με υπολογιστή έδινε στους μαθηματικούς την ελευθερία να ακολουθούν έναν περισσότερο φυσιολογικό δρόμο. Ο μαθηματικός μπορούσε προσωρινά, κάποια στιγμή, να παραμερίζει την απαίτηση για αυστηρή απόδειξη. Μπορούσε να πάει οπουδήποτε τον οδηγούσαν τα πειράματα, όπως ο φυσικός. Η αριθμητική δύναμη των υπολογισμών και τα οπτικά ερεθίσματα στη διαίσθηση ίσως να ανοίγουν ελπιδοφό-

ρες λεωφόρους που θα απάλλασσαν τους μαθηματικούς από τα συχνά αδιέξοδα της δουλειάς τους. Τότε, αφού θα έχουν βρεθεί νέοι δρόμοι και θα έχουν απομονωθεί νέα αντικείμενα, οι μαθηματικοί μπορούν να γυρίσουν στις γνωστές αποδείξεις. «Η αυστηρότητα είναι η δύναμη των μαθηματικών», έλεγε ο Πάιτγκεν. «Μπορούμε να συνεχίζουμε σε μια γραμμή σκέψης που είναι απόλυτα εγγυημένη — οι μαθηματικοί δε θέλουν ποτέ να την εγκαταλείψουν. Αλλά, από την άλλη, μπορούμε να παρατηρούμε καταστάσεις που ίσως σήμερα εμείς είμαστε ικανοί να τις κατανοήσουμε μόνο *μερικά,* ίσως όμως τις κατανοήσουν στο μέλλον με αυστηρότητα οι ερχόμενες γενιές. Αυστηρότητα ναι, αλλά όχι ως το σημείο να απορρίπτουμε κάτι μόνο και μόνο επειδή δεν μπορούμε να το κάνουμε *τώρα*».

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1980, ένας προσωπικός υπολογιστής μπορούσε να χειρίζεται την αριθμητική με αρκετή ακρίβεια ώστε να δημιουργεί χρωματιστές εικόνες του συνόλου Μάντελμπροτ, και οι ενδιαφερόμενοι γρήγορα διαπίστωναν ότι η διερεύνηση αυτών των εικόνων σε όλο και μεγαλύτερη μεγέθυνση έδινε μια ζωντανή αίσθηση της σταθερότητας κλίμακας. Αν φανταστούμε το σύνολο σαν ένα αντικείμενο στο μέγεθος ενός πλανήτη, ο προσωπικός υπολογιστής μπορούσε να δείξει ολόκληρο το αντικείμενο ή να διαγράψει το μέγεθος των πόλεων ή το μέγεθος των κτιρίων ή το μέγεθος των δωματίων ή το μέγεθος των βιβλίων ή το μέγεθος των γραμμάτων ή το μέγεθος των βακτηριδίων ή το μέγεθος των ατόμων. Όσοι κοίταζαν αυτές τις εικόνες διαπίστωναν ότι όλες οι κλίμακες είχαν όμοιες μορφές, κι όμως κάθε κλίμακα ήταν διαφορετική. Και όλα αυτά τα μικροσκοπικά τοπία δημιουργούνταν με τις ίδιες λίγες γραμμές του κώδικα του υπολογιστή*.

* Το πρόγραμμα που επιτρέπει την κατασκευή του συνόλου Μάντελμπροτ περιέχει λίγες μόνο εντολές. Ο βασικός μηχανισμός είναι ένας βρόχος εντολών που παίρνει τον αρχικό μιγαδικό αριθμό και εφαρμόζει σ' αυτόν ένα συγκεκριμένο αριθμητικό κανόνα. Για το σύνολο Μάντελμπροτ, ο κανόνας είναι: $z - z^2 + c$, όπου το z αρχίζει από το 0, και το c είναι ο μιγαδικός αριθμός που αντιστοιχεί στο σημείο που εξετάζεται. Έτσι έχουμε την εξής διαδικασία: *πάρτε το 0, πολλαπλασιάστε το επί τον εαυτό του και προσθέστε τον αρχικό αριθμό. Πάρτε το αποτέλεσμα — τον αρχικό αριθμό — πολλαπλασιάστε τον επί τον εαυτό του και προσθέστε τον αρχικό αριθμό.*

ΤΑ ΣΎΝΟΡΑ ΒΡΊΣΚΟΝΤΑΙ εκεί που το πρόγραμμα το οποίο δημιουργεί το σύνολο Μάντελμπροτ σπαταλά τον περισσότερο χρόνο και κάνει όλους τους συμβιβασμούς του. Εκεί που, μετά από 100 ή 1.000 ή 10.000 επαναλήψεις και εφόσον η τιμή δεν ξεφεύγει προς το άπειρο, το πρόγραμμα δεν μπορεί να ξέρει σίγουρα αν το σημείο ανήκει στο σύνολο ή όχι. Ποιος ξέρει τί θα γίνει στην εκατομμυριοστή επανάληψη; Έτσι, τα προγράμματα που έκαναν τις πιο εντυπωσιακές, τις πιο μεγεθυσμένες εικόνες του συνόλου Μάντελμπροτ εκτελούνταν σε μεγάλους υπολογιστές ή

Πάρτε το νέο αποτέλεσμα, πολλαπλασιάστε το επί τον εαυτό του και πρόσθεσε τον αρχικό αριθμό. Η αριθμητική με μιγαδικούς αριθμούς είναι απλή. Ένας μιγαδικός αριθμός έχει δύο μέρη: για παράδειγμα, 2 + 3i (το σημείο που βρίσκεται ανατολικά κατά 2 θέσεις και βόρεια κατά 3 θέσεις στο μιγάδικό επίπεδο).

Για να προσθέσουμε δύο μιγαδικούς αριθμούς, απλώς προσθέτουμε ξεχωριστά τα πραγματικά και τα φανταστικά τους μέρη· π.χ.:

$$\begin{array}{r} 2+4i \\ +\ 9-2i \\ \hline 11+2i \end{array}$$

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο μιγαδικούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε κάθε μέρος του ενός αριθμού με κάθε ένα από τα μέρη του άλλου, και αθροίζουμε τα αποτελέσματα. Σας θυμίζω ότι το γινόμενο του i επί τον εαυτό του μας δίνει -1. Παρακολουθήστε το παρακάτω παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} 2+3i \\ \times\ 2+3i \\ \hline 6i+9i^2 \\ 4+6i \\ \hline 4+12i+9i^2 = \end{array}$$
$$= 4+12i-9 = -5+12i$$

Για να φύγει απ' αυτόν το βρόχο, το πρόγραμμα πρέπει να παρακολουθεί το άθροισμα καθώς εξελίσσεται. Αν εκτρέπεται προς το άπειρο, κινούμενο όλο και πιο μακριά από το κέντρο του επιπέδου, τότε το αρχικό σημείο δεν ανήκει στο σύνολο. (Αν το πραγματικό ή το φανταστικό μέρος του αθροίσματος γίνει μεγαλύτερο του 2 ή μικρότερο του -2, τότε σίγουρα εκτρέπεται προς το άπειρο, οπότε το πρόγραμμα μπορεί να προχωρήσει.) Αλλά, αν το πρόγραμμα επαναλαμβάνει τον υπολογισμό πολλές φορές *χωρίς* το άθροισμα να γίνεται μεγαλύτερο του 2, τότε το σημείο ανήκει στο σύνολο, Το πλήθος των επαναλήψεων εξαρτάται από τη μεγέθυνση. Για τις κλίμακες

σε υπολογιστές που είχαν δυνατότητες παράλληλων επεξεργασιών, με χιλιάδες μεμονωμένους επεξεργαστές να εκτελούν τις ίδιες πράξεις στο κρίσιμο βήμα. Η διαχωριστική γραμμή βρίσκεται εκεί που τα σημεία χρειάζονται περισσότερο χρόνο για να ξεφύγουν από την έλξη του συνόλου. Είναι σαν να ζυγιάζονται ανάμεσα σε ανταγωνιστικούς ελκυστές, όπου ο ένας βρίσκεται στο μηδέν και ο άλλος ουσιαστικά περιβάλλει το σύνολο σε άπειρη απόσταση.

Όταν οι επιστήμονες μετακινήθηκαν από το ίδιο το σύνολο Μάντελμπροτ σε νέα προβλήματα αναπαράστασης πραγματικών φυσικών φαινομένων, τότε ήρθαν στο προσκήνιο οι ιδιότητες των συνόρων του συνόλου. Η διαχωριστική γραμμή ανάμεσα σε δύο ή περισσότερους ελκυστές ενός δυναμικού συστήματος υποδείκνυε ένα σημείο μετάβασης, απ' αυτά που φαίνεται να καθορίζουν πολλές διαδικασίες, από το σπάσιμο υλικών μέχρι τη λήψη αποφάσεων. Κάθε ελκυστής σε ένα τέτοιο σύστημα έχει την κοιτίδα του, όπως ένα ποτάμι έχει τη λεκάνη απορροής του. Κάθε κοιτίδα έχει τη συνοριακή της γραμμή. Στις αρχές της δεκαετίας του 1980, για μια ομάδα επιφανών επιστημόνων, το πιο ελπιδοφόρο νέο πεδίο των μαθηματικών και της φυσικής ήταν η μελέτη των φράκταλ συνόρων μεταξύ κοιτίδων έλξης.

Αυτός ο κλάδος της δυναμικής δεν ενδιαφερόταν να περιγράψει την τελική, ευσταθή συμπεριφορά ενός συστήματος, αλλά

που μπορεί να πετύχει ένας προσωπικός υπολογιστής, το 100 ή το 200 πολλές φορές είναι αρκετό· το 1.000 όμως σίγουρα.

Το πρόγραμμα πρέπει να επαναλαμβάνει αυτή τη διαδικασία για καθένα από τα χιλιάδες σημεία του πλέγματος, με κλίμακα που μπορεί να προσαρμόζεται ώστε να επιτυγχάνεται όλο και μεγαλύτερη μεγέθυνση. Και το πρόγραμμα πρέπει να εμφανίζει το αποτέλεσμα του στην οθόνη. Τα σημεία που ανήκουν στο σύνολο μπορούν να χρωματίζονται μαύρα και τα υπόλοιπα άσπρα. Ή, για να έχουμε μια πιο ζωντανή και όμορφη εικόνα, τα άσπρα σημεία μπορούν να αντικατασταθούν με διάφορες διαβαθμίσεις χρωμάτων. Αν, για παράδειγμα, ο βρόχος σταματήσει μετά από δέκα επαναλήψεις, το πρόγραμμα μπορεί να γράψει μια κόκκινη τελεία, στις είκοσι επαναλήψεις μια πορτοκαλιά τελεία, στις σαράντα επαναλήψεις μια κίτρινη τελεία, κ.ο.κ. Η επιλογή των χρωμάτων και των σημείων αποκοπής μπορούν να καθοριστούν ανάλογα με την προτίμηση του προγραμματιστή. Τα χρώματα αποκαλύπτουν το περίγραμμα της περιοχής που βρίσκεται ακριβώς έξω από το σύνολο.

τον τρόπο που το σύστημα επιλέγει ανάμεσα σε ανταγωνιστικές δυνατότητες. Ένα σύστημα σαν το κλασικό σήμερα μοντέλο του Λόρεντζ έχει ένα μόνο ελκυστή, μία συμπεριφορά που υπερισχύει όταν το σύστημα κατασταλάζει, και αυτός είναι ένας χαοτικός ελκυστής. Άλλα συστήματα μπορεί να καταλήγουν σε κάποια ευσταθή κατάσταση που χαρακτηρίζεται από μη χαοτική συμπεριφορά — αλλά να διαθέτουν περισσότερες από μία δυνατές ευσταθείς καταστάσεις. Η μελέτη των φράκταλ συνόρων μεταξύ κοιτίδων έλξης ήταν η μελέτη συστημάτων που μπορούσαν να καταλήξουν σε μία από αρκετές μη χαοτικές τελικές καταστάσεις — και γεννούσε το ερώτημα πώς να προβλεφτεί σε *ποια* θα κατέληγαν κάθε φορά. Ο Τζέιμς Γιορκ, ο οποίος άνοιξε το δρόμο στη διερεύνηση των φράκταλ συνόρων μεταξύ κοιτίδων έλξης μια δεκαετία αφότου έδωσε στο χάος το όνομα του, πρότεινε ένα φανταστικό παιχνίδι «φλίπερ». Όπως τα περισσότερα τέτοια παιχνίδια, έτσι κι αυτό έχει ένα έμβολο με ένα ελατήριο. Τραβάμε το έμβολο προς τα πίσω και το ελευθερώνουμε για να εκτοξεύσει την μπίλια προς την πίστα. Το παιχνίδι περιλαμβάνει τη γνωστή κεκλιμένη πίστα με ελαστικά άκρα και ηλεκτρικούς αναπηδητές που δίνουν στην μπίλια λακτίσματα με πρόσθετη ενέργεια. Τα λακτίσματα είναι σημαντικά: σημαίνει ότι η ενέργεια δεν εξασθενεί ομαλά. Για λόγους απλότητας, η μηχανή αυτή δεν έχει πτερύγια στο κάτω μέρος, αλλά απλώς δύο κεκλιμένες εξόδους, Η μπίλια μπορεί να φεύγει είτε από τη μία είτε από την άλλη έξοδο.

Το «φλίπερ» αυτό είναι ντετερμινιστικό — δεν επιτρέπεται να το τραντάζουμε. Μόνο μια παράμετρος ελέγχει τον προορισμό της μπίλιας κι αυτή είναι η αρχική θέση του εμβόλου. Φανταστείτε ότι είναι έτσι σχεδιασμένο ώστε, αν τραβήξουμε λίγο το έμβολο, η μπίλια να καταλήγει πάντα στη δεξιά έξοδο, ενώ αν το τραβήξουμε πολύ, η μπίλια να καταλήγει πάντα στην αριστερή έξοδο. Σε κάθε ενδιάμεσο τράβηγμα, η συμπεριφορά γίνεται πολύπλοκη και η μπίλια μετατοπίζεται από εμπόδιο σε εμπόδιο με το γνωστό ζωηρό, θορυβώδη και διαφορετικής διάρκειας τρόπο, πριν τελικά διαφύγει από τη μία ή την άλλη έξοδο.

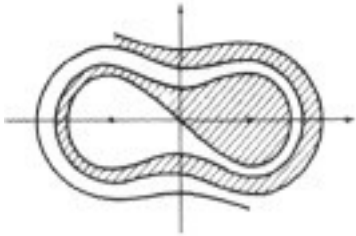
Ας φανταστούμε τώρα ότι κάνουμε ένα γράφημα με το αποτέλεσμα κάθε δυνατής αρχικής θέσης του εμβόλου. Το γράφημα είναι μια απλή γραμμή. Αν η θέση του εμβόλου οδηγεί στη δεξιά

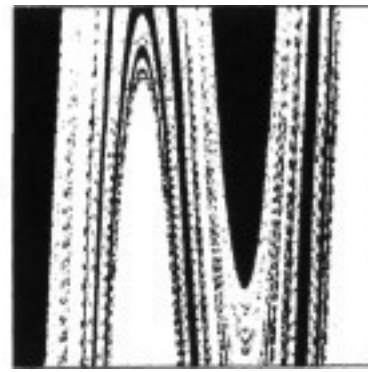
έξοδο, το σημείο που αντιστοιχεί σ' αυτή τη θέση το σχεδιάζουμε κόκκινο, ενώ αν η μπίλια διαφεύγει από την αριστερή έξοδο, σχεδιάζουμε το σημείο πράσινο. Τι περιμένουμε να διαπιστώσουμε σχετικά μ' αυτούς τους ελκυστές ως συνάρτηση της αρχικής θέσης;

Η διαχωριστική γραμμή τους αποδείχνεται ένα φράκταλ σύνολο, όχι απαραίτητα αυτο-όμοιο, αλλά με απεριόριστες λεπτομέρειες. Μερικές περιοχές της γραμμής θα είναι καθαρά κόκκινες ή πράσινες, ενώ άλλες όταν μεγεθυνθούν θα εμφανίζουν νέες περιοχές κόκκινου μέσα στο πράσινο ή πράσινου μέσα στο κόκκινο. Δηλαδή, για μερικές θέσεις του εμβόλου, μια πολύ μικρή αλλαγή δεν προκαλεί καμία διαφορά. Αλλά για άλλες θέσεις, ακόμα και μια οσοδήποτε μικρή αλλαγή δημιουργεί διαφορά στο τελικό αποτέλεσμα.

Να προσθέσουμε μια δεύτερη διάσταση θα σήμαινε να εισαγάγουμε μια δεύτερη παράμετρο, ένα δεύτερο βαθμό ελευθερίας. Σε ένα παιχνίδι «φλίπερ», για παράδειγμα, μπορούμε να μελετήσουμε τι αποτέλεσμα έχει η αλλαγή στην κλίση της πίστας του. Μπορεί κανείς να ανακαλύψει έναν τύπο πολυπλοκότητας εξαιρετικά ποικίλο, που θα προκαλούσε εφιάλτες στους μηχανικούς τους υπεύθυνους για τον έλεγχο της σταθερότητας ευαίσθητων ενεργών πραγματικών συστημάτων με περισσότερες από μία παραμέτρους — για παράδειγμα, δικτύων διανομής της ηλεκτρικής ισχύος και πυρηνικών εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, που και τα δύο, στη δεκαετία του 1980, έγιναν αντικείμενα ερευνών εμπνευσμένων από το χάος. Για μια τιμή της παραμέτρου Α, η παράμετρος Β μπορούσε να παρουσιάζει μια ήσυχη και τακτική συμπεριφορά, με συνεπείς περιοχές σταθερότητας. Οι μηχανικοί μπορούσαν να κάνουν μελέτες και γραφήματα τέτοια, όμως, που προέκυπταν κατευθείαν από τη «γραμμική» παιδεία τους. Αλλά κάπου δίπλα μπορεί να υπάρχει μια άλλη τιμή της παραμέτρου Α που να μεταβάλλει τη σπουδαιότητα της παραμέτρου Β.

Ο Γιορκ έπαιρνε το λόγο σε συνέδρια και έδειχνε εικόνες με φράκταλ σύνορα μεταξύ κοιτίδων. Μερικές εικόνες παρίσταναν τη συμπεριφορά εκκρεμών που εκτελούσαν εξαναγκασμένη ταλάντωση και τα οποία μπορούσαν να καταλήξουν σε μία από δύο τελικές καταστάσεις — και η εξαναγκασμένη ταλάντωση ήταν,





ΦΡΑΚΤΑΛ ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΚΟΙΤΙΔΕΣ ΕΛΞΗΣ. Ακόμα και όταν η μακροπρόθεσμη συμπεριφορά ενός δυναμικού συστήματος δεν είναι χαοτική, το χάος μπορεί να εμφανιστεί στα σύνορα μεταξύ δύο ειδών ευσταθούς συμπεριφοράς. Συχνά ένα δυναμικό σύστημα έχει περισσότερες από μία καταστάσεις ισορροπίας, όπως είναι ένα εκκρεμές που μπορεί να σταματήσει σε έναν από δύο μαγνήτες που έχουν τοποθετηθεί στη βάση του. Κάθε κατάσταση ισορροπίας είναι ένας ελκυστής, και η διαχωριστική γραμμή ανάμεσα σε δύο ελκυστές μπορεί να είναι πολύπλοκη αλλά ομαλή *(αριστερά),* Ή, μπορεί να είναι πολύπλοκη και ανώμαλη. Η έντονα φράκταλ διασπορά λευκού και μαύρου *(δεξιά)* είναι το διάγραμμα ενός εκκρεμούς στο χώρο των φάσεων. Είναι σίγουρο ότι το σύστημα καταλήγει σε μία από δύο δυνατές ευσταθείς καταστάσεις. Για μερικές αρχικές συνθήκες, το αποτέλεσμα μπορεί σε μεγάλο βαθμό να προβλεφτεί — το μαύρο είναι μαύρο και το λευκό λευκό. Αλλά κοντά στη συνοριακή γραμμή, η πρόβλεψη γίνεται αδύνατη.

όπως ήξερε πολύ καλά το ακροατήριο του, μια θεμελιώδης ταλάντωση με πολλά πρόσωπα στην καθημερινή ζωή. «Κανένας δεν μπορεί να πει ότι έχω νοθεύσει το σύστημα διαλέγοντας το εκκρεμές», έλεγε ο Γιορκ εύθυμα. «Είναι κάτι που το βλέπουμε σε ολόκληρη τη φύση. Αλλά η συμπεριφορά του είναι διαφορετική από αυτή που βλέπουμε στη βιβλιογραφία. Πρόκειται για μια άγρια φράκταλ συμπεριφορά». Οι εικόνες παρουσίαζαν απίθανες δίνες λευκού και μαύρου, σαν να είχε αποτύχει η ομοιόμορφη ανάμειξη κρέμας βανίλιας και σοκολάτας. Για να κάνει τέτοιες

εικόνες, ο υπολογιστής του Γιορκ είχε περάσει από όλα τα σημεία ενός πλέγματος με διαστάσεις 1.000 επί 1.000 σημεία — όπου κάθε σημείο παρίστανε μια διαφορετική αρχική θέση του εκκρεμούς — και είχε σχεδιάσει το αποτέλεσμα: άσπρο ή μαύρο. Ήταν κοιτίδες έλξης, ανακατεμένες και διπλωμένες με τις γνωστές εξισώσεις της νευτώνειας κίνησης· το αποτέλεσμα ήταν περισσότερο η συνοριακή γραμμή παρά οτιδήποτε άλλο. Χαρακτηριστικά, περισσότερα από τα τρία τέταρτα των σχεδιασμένων σημείων βρίσκονται πάνω στη διαχωριστική γραμμή.

Για τους ερευνητές και τους μηχανικούς, στις εικόνες αυτές υπήρχε ένα μάθημα — ένα μάθημα και μια προειδοποίηση. Πολύ συχνά, οι πιθανές συμπεριφορές των πολύπλοκων συστημάτων έπρεπε να προβλεφτούν από ένα μικρό σύνολο δεδομένων. Όταν ένα σύστημα λειτουργούσε κανονικά, παραμένοντας σε μια μικρή περιοχή τιμών των παραμέτρων, οι μηχανικοί έκαναν τις παρατηρήσεις τους και έλπιζαν να συμπεράνουν με λίγο πολύ γραμμικό τρόπο τις λιγότερο συνηθισμένες συμπεριφορές. Αλλά κάποιοι επιστήμονες που μελετούσαν τα φράκταλ σύνορα μεταξύ κοιτίδων έλξης έδειξαν ότι η γραμμή ανάμεσα στην ηρεμία και την καταστροφή μπορούσε να είναι πολύ πιο σύνθετη απ' ό,τι είχε ποτέ κανείς φανταστεί. «Ολόκληρο το δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος της Ανατολικής Ακτής είναι ένα σύστημα ταλαντώσεων, τον περισσότερο χρόνο ευσταθές, και όλοι θα θέλαμε να γνωρίζουμε τι θα συμβαίνει όποτε το αναταράζουμε», είπε ο Γιορκ. «Χρειάζεται να ξέρουμε ποια είναι η διαχωριστική γραμμή. Το θέμα είναι πως δεν έχουμε ιδέα ούτε με τι μοιάζει».

Τα φράκταλ σύνορα μεταξύ κοιτίδων έλξης άγγιζαν σοβαρά ζητήματα της θεωρητικής φυσικής. Οι αλλαγές φάσεων σχετίζονταν με σημεία μετάβασης, και ο Πάιτγκεν και ο Ρίχτερ παρατηρούσαν ένα από τα πιο καλομελετημένα είδη των αλλαγών φάσεων, τη μαγνήτιση και απομαγνήτιση των υλικών. Οι εικόνες τέτοιων διαχωριστικών γραμμών εμφάνιζαν μια ιδιαίτερα όμορφη πολυπλοκότητα που έμοιαζε με κάτι καθημερινό, σχήματα σαν το κουνουπίδι με όλο και πιο μπερδεμένους κόμπους και αυλακώσεις. Καθώς μετέβαλλαν τις παραμέτρους και αύξαναν τη μεγέθυνση των λεπτομερειών τους, οι εικόνες φαίνονταν όλο και πιο τυχαίες, ώσπου ξαφνικά, απρόσμενα, βαθιά μέσα στην καρδιά μιας μπερδεμένης περιοχής, εμφανιζόταν μια γνωστή πεπιε-

σμένη μορφή, διάστικτη από μπουμπούκια: το σύνολο Μάντελμπροτ, με όλες τις περικοκλάδες και τις στοιχειώδεις μορφές στη θέση τους. Ήταν ένα άλλο σημάδι παγκοσμιότητας. «Ίσως πρέπει να πιστέψουμε στη μαγεία», έγραψαν.

Ο ΜΑΪΚΕΛ ΜΠΑΡΝΣΛΕΫ ακολούθησε ένα διαφορετικό δρόμο. Σκέφτηκε τις εικόνες της ίδιας της φύσης και ιδιαίτερα τις μορφές που δημιουργούνταν στους ζωντανούς οργανισμούς. Πειραματίστηκε με τα σύνολα Ζυλιά και δοκίμασε άλλες διαδικασίες, αναζητώντας πάντα τρόπους να δημιουργεί ακόμα μεγαλύτερη μεταβλητότητα. Τελικά, στράφηκε στο τυχαίο ως τη βάση μιας νέας τεχνικής να δημιουργεί μοντέλα φυσικών σχημάτων. Όταν έγραφε για την τεχνική του, την ονόμαζε «η γενική κατασκευή φράκταλ με τη βοήθεια επαναληπτικών συναρτησιακών συστημάτων». Όταν μιλούσε γι' αυτή όμως, την ονόμαζε «το παιχνίδι του χάους».

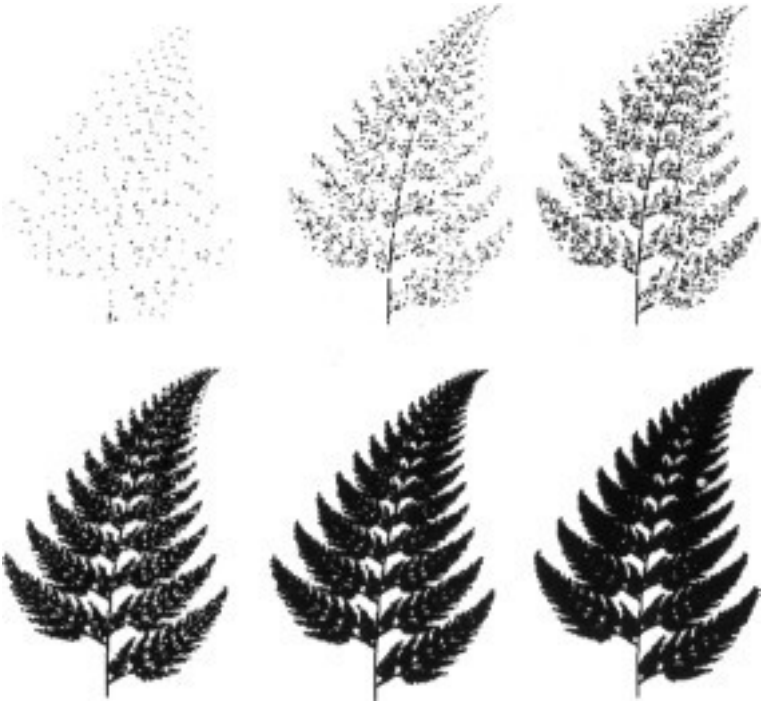
Για να παίξουμε γρήγορα το παιχνίδι του χάους, χρειαζόμαστε έναν υπολογιστή με οθόνη γραφικών και μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών, αλλά ουσιαστικά ένα φύλλο χαρτί και ένα νόμισμα είναι αρκετά. Διαλέγουμε ένα σημείο εκκίνησης κάπου πάνω στο χαρτί — δεν ενδιαφέρει πού. Ορίζουμε δύο κανόνες, έναν για την κορόνα και έναν για τα γράμματα, Ο κανόνας μάς λέει πώς να πάμε από ένα σημείο σε ένα άλλο: «Προχωρήστε δύο εκατοστά βορειοανατολικά» ή: «Πλησιάστε κατά 25% στο κέντρο». Στη συνέχεια αρχίζουμε να ρίχνουμε το νόμισμα Kat να σημειώνουμε τα σημεία, χρησιμοποιώντας τον κανόνα για την κορόνα όταν έρχεται κορόνα και τον κανόνα για τα γράμματα όταν έρχονται γράμματα. Αν αγνοήσουμε τα πρώτα πενήντα σημεία, όπως η «μάνα» στο «31» κσύβει σε κάθε παρτίδα τα πρώτα λίγα χαρτιά, θα διαπιστώσουμε ότι το παιχνίδι του χάους παράγει όχι μια τυχαία εικόνα από τελείες αλλά ένα σχήμα που αποκαλύπτεται όλο και πιο καθαρά καθώς το παιχνίδι εξελίσσεται.

Αυτό που κυρίως διέκρινε στο βάθος ο Μπάρνσλεϋ ήταν το εξής: Τα σύνολα Ζυλιά και άλλα φράκταλ σχήματα, αν και σωστά θεωρούνταν το αποτέλεσμα μιας ντετερμινιστικής διαδικασίας, είχαν μια δεύτερη, εξίσου έγκυρη ερμηνεία ως το *όριο* μιας τυχαίας διαδικασίας. Κατ* αναλογίαν, πρότεινε ο Μπάρνσλεϋ, κάποιος μπορεί να φανταστεί το χάρτη της Μεγάλης Βρετανίας

σχεδιασμένο με κιμωλία στο πάτωμα μιας αίθουσας. Θα ήταν δύσκολο για έναν τοπογράφο με τα γνωστά εργαλεία να υπολογίσει το εμβαδόν αυτού του κράτους με το πολύπλοκο σχήμα και τις φράκταλ ακτές. Ας υποθέσουμε όμως ότι πετάμε στον αέρα σπυριά ρύζι, ένα ένα, τα αφήνουμε να πέσουν στο πάτωμα τυχαία και «μετράμε» τα σπυριά που πέφτουν μέσα στο χάρτη. Καθώς περνά η ώρα, το αποτέλεσμα αρχίζει να προσεγγίζει το εμβαδόν του σχήματος — ως όριο μιας τυχαίας διαδικασίας. Με όρους δυναμικής, αποδείχτηκε πως τα σχήματα του Μπάρνσλεϊ ήταν ελκυστές.

Το παιχνίδι του χάους έκανε χρήση μιας φράκταλ ιδιότητας ορισμένων εικόνων, ότι δηλαδή αποτελούνται από μικρά αντίγραφα της κύριας εικόνας. Ο προσδιορισμός ενός συνόλου κανόνων τυχαίας επανάληψης έδινε ορισμένες γενικές πληροφορίες σχετικά με ένα σχήμα, και η επανάληψη των κανόνων αναπαρήγε τις πληροφορίες ανεξάρτητα από την κλίμακα. Μ' αυτή την έννοια, όσο πιο φράκταλ ήταν ένα σχήμα, τόσο πιο απλοί ήταν οι κατάλληλοι κανόνες. Ο Μπάρνσλεϊ γρήγορα διαπίστωσε ότι μπορούσε να δημιουργήσει όλα τα κλασικά σήμερα φράκταλ του βιβλίου του Μάντελμπροτ, Η τεχνική του Μάντελμπροτ ήταν μια άπειρη ακολουθία ενεργειών κατασκευής και βελτίωσης. Για τη νιφάδα του Κοχ ή το κόσκινο του Σιερπίνσκι, μπορούσε κανείς να αφαιρεί ευθύγραμμα τμήματα και να τα αντικαθιστά με καθορισμένα σχήματα. Χρησιμοποιώντας αντί γι' αυτό το παιχνίδι του χάους, ο Μπάρνσλεϊ έφτιαξε εικόνες που όταν ξεκινούσαν ήταν ασαφείς και γίνονταν προοδευτικά καλύτερες. Δεν ήταν απαραίτητη η διαδικασία βελτίωσης του Μάντελμπροτ: χρειαζόταν απλώς ένα σύνολο κανόνων που κατά κάποιον τρόπο περιείχε το τελικό σχήμα.

Ο Μπάρνσλεϊ και οι συνεργάτες του έβαλαν τώρα μπροστά ένα πρόγραμμα δημιουργίας εικόνων; λάχανα, μούχλα και λάσπη. Το κρίσιμο ερώτημα ήταν πώς θα αντιστρεφόταν η διαδικασία: με δεδομένο ένα συγκεκριμένο σχήμα, πώς μπορεί να επιλεγεί ένα σύνολο κανόνων. Η απάντηση, που ο Μπάρνσλεϊ την ονόμαζε «θεώρημα κολάζ», ήταν τόσο απλό να περιγραφεί, ώστε το ακροατήριο του μερικές φορές νόμιζε ότι έκρυβε κάποιο τρυκ. θα μπορούσαμε να αρχίσουμε με τη σχεδίαση του σχήματος που θα θέλαμε να αναπαραγάγουμε. Ο Μπάρνσλεϊ διάλεξε



ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ. Κάθε νέο σημείο πέφτει τυχαία, αλλά σιγά σιγά εμφανίζεται η εικόνα μιας φτέρης. Όλες οι αναγκαίες πληροφορίες είναι κωδικοποιημένες σε λίγους απλούς κανόνες.

για ένα από τα πρώτα του πειράματα το ασπλήνιο, που είναι ένα είδος φτέρης, Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας το τερματικό ενός υπολογιστή και ένα «ποντίκι», θα τοποθετούσαμε μικρά αντίγραφα του σχήματος πάνω στο αρχικό, προσπαθώντας να το καλύψουμε. Σε ένα έντονα φράκταλ σχήμα μπορούμε εύκολα να επιθέσουμε αντίγραφα του εαυτού του και να το καλύψουμε, σε ένα λιγότερο φράκταλ σχήμα όχι και τόσο εύκολα και, σε κάποιο επίπεδο προσέγγισης, κάθε σχήμα μπορούσε να καλυφθεί.

«Αν η εικόνα είναι πολύπλοκη και οι κανόνες θα είναι πολύπλοκοι», είπε ο Μπάρνσλεϋ. «Από την άλλη, αν το αντικείμενο έχει μια κρυμμένη φράκταλ τάξη — και είναι βασική παρατήρηση του Μπενουά ότι ένα μεγάλο μέρος της φύσης έχει πράγ-

μάτι αυτή την κρυμμένη τάξη —, θα είναι δυνατόν με λίγους κανόνες να αποκωδικοποιηθεί. Τότε, το μοντέλο είναι πιο ενδιαφέρον από ένα μοντέλο που έχει γίνει με την ευκλείδεια γεωμετρία, γιατί ξέρουμε ότι όταν κοιτάζουμε το περίγραμμα ενός φύλλου δεν βλέπουμε ευθείες γραμμές». Η πρώτη του φτέρη, που έφτιαξε με έναν μικρό προσωπικό υπολογιστή, έμοιαζε εντελώς με την εικόνα της φτέρης που είχε πρωτοδεί στα παιδικά του βιβλία. «Ήταν μια εκπληκτική εικόνα, σωστή από κάθε άποψη. Κανένας βιολόγος δε θα δυσκολευόταν να την αναγνωρίσει».

Με μια έννοια, υποστήριξε ο Μπάρνσλεϋ, η φύση πρέπει να παίζει τη δική της εκδοχή του παιχνιδιού του χάους. «Στο σπόριο της μια φτέρη έχει τόσες ακριβώς πληροφορίες όσες χρειάζεται για να αναπτυχθεί», έλεγε. «Έτσι, υπάρχει ένα όριο στη λεπτομέρεια με την οποία θα μπορούσε να αναπτυχθεί μια φτέρη. Δε μας ξαφνιάζει ότι μπορούμε να βρούμε σαφείς πληροφορίες για να περιγράψουμε φτέρες. Το αντίθετο θα μας ξάφνιαζε».

Ήταν όμως απαραίτητη η τύχη; Και ο Χάμπαρντ σκέφτονταν επίσης τους παραλληλισμούς ανάμεσα στο σύνολο Μάντελμπροτ και στη βιολογική κωδικοποίηση των πληροφοριών, αλλά ανατρίχιαζε στη σκέψη πως τέτοιες διαδικασίες μπορεί να εξαρτώνταν από πιθανότητες. «Δεν υπάρχει τίποτα τυχαίο στο σύνολο Μάντελμπροτ», έλεγε. «Δεν υπάρχει τυχαίο σε οτιδήποτε κάνω. Ούτε νομίζω ότι η δυνατότητα του τυχαίου έχει καμία άμεση σχέση με τη βιολογία. Στη βιολογία το τυχαίο είναι θάνατος, το χάος είναι θάνατος. Το καθετί είναι έντονα δομημένο. Όταν αναπαράγεις φυτά με κλωνοποίηση, η τάξη με την οποία εμφανίζονται οι κλάδοι είναι πάντα η ίδια. Το σύνολο Μάντελμπροτ υπακούει σε ένα εκπληκτικά συγκεκριμένο σχέδιο που δεν αφήνει τίποτα στην τύχη. Υποπτεύομαι σοβαρά ότι την ημέρα που κάποιος θα κατανοήσει πραγματικά πώς είναι οργανωμένος ο εγκέφαλος, θα ανακαλύψει με μεγάλη έκπληξη πως υπάρχει ένας κώδικας για την κατασκευή του εκπληκτικά ακριβής. Η ιδέα του τυχαίου στη βιολογία είναι απλώς αυτόματη».

Στην τεχνική του Μπάρνσλεϋ, η τύχη χρησιμεύει μόνο ως εργαλείο. Τα αποτελέσματα είναι ντετερμινιστικά και προβλέψιμα. Καθώς τα σημεία εμφανίζονται στην οθόνη του υπολογιστή, κανένας δεν μπορεί να μαντέψει πού θα εμφανιστεί το επόμενο. Αυτό εξαρτάται από το αποτέλεσμα που θα δώσει το «κορόνα ή

γράμματα» μέσα στη μηχανή. Παρ' όλα αυτά όμως, οι φωτεινές κηλίδες παραμένουν πάντα μέσα στα όρια που καθορίζουν το σχήμα πάνω στην οθόνη. Μ' αυτή την έννοια, ο ρόλος της τύχης είναι παραπλανητικός. «Το τυχαίο είναι μια εκτροπή», έλεγε ο Μπάρνσλεϋ. Είναι βασικός ο ρόλος της τύχης στη δημιουργία εικόνων με σταθερότητα κλίμακας που εξαρτώνται από το φράκταλ αντικείμενο. Αλλά το ίδιο το αντικείμενο δεν εξαρτάται από την τύχη. Σχεδιάζεις πάντα την ίδια εικόνα με πιθανότητα ένα.

«Η διερεύνηση φράκταλ αντικειμένων με έναν τυχαίο αλγόριθμο δίνει ουσιαστικές πληροφορίες' όπως όταν μπαίνουμε σε ένα νέο δωμάτιο τα μάτια μας γυρίζουν γύρω γύρω με κάποια σειρά που θα μπορούσαμε να τη θεωρήσουμε τυχαία, και σχηματίζουμε μια καλή ιδέα του δωματίου. Το δωμάτιο είναι ακριβώς αυτό που είναι. Το αντικείμενο υπάρχει ό,τι κι αν τυχαίνει να κάνω εγώ».

Με τον ίδιο τρόπο, το σύνολο Μάντελμπροτ υπάρχει. Υπήρχε πριν ο Πάιτγκεν και ο Ρίχτερ αρχίσουν να του δίνουν καλλιτεχνική διάσταση, πριν ο Χάμπαρντ και ο Ντουαντύ καταλάβουν τη μαθηματική του ουσία, ακόμα και πριν το ανακαλύψει ο Μάντελμπροτ. Υπήρξε από τη στιγμή που η επιστήμη δημιούργησε ένα πλαίσιο — ένα πλαίσιο μιγαδικών αριθμών και την έννοια των επαναλαμβανόμενων συναρτήσεων. Και έμενε να ανακαλυφθεί, Ή, μπορεί να υπήρχε κι από ακόμα νωρίτερα, από όταν η φύση άρχιζε να οργανώνεται με απλούς φυσικούς νόμους, που αυτο-επαναλαμβάνονταν με άπειρη υπομονή.

Η ΚΟΛΕΚΤΙΒΑ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Η επικοινωνία ανάμεσα στα Παραδείγματα που χωρίζονται από μια επανάσταση είναι αναπόφευκτα μερική.

ΤΟΜΑΣ ΚΟΥΝ

Η ΣΑΝΤΑ ΚΡΟΥΖ ήταν η πιο νέα πανεπιστημιούπολη στο συγκρότημα του Πανεπιστημίου της Καλιφόρνιας, μέσα σ' ένα μυθικό τοπίο, μία ώρα νότια από το Σαν Φρανσίσκο, κι όπως έλεγαν μερικές φορές, έμοιαζε περισσότερο με εθνικό δρυμό παρά με σχολή πανεπιστημίου. Τα κτίρια φώλιαζαν ανάμεσα στις σεκόιες και, σύμφωνα με το πνεύμα της εποχής, οι αρχιτέκτονες πάσχιζαν να αφήσουν όλα τα δέντρα στη θέση τους. Μικρά μονοπάτια οδηγούσαν από κτίριο σε κτίριο. Ολόκληρη η πανεπιστημιούπολη βρισκόταν στην κορυφή ενός λόφου, κι έτσι κάθε τόσο, στρέφοντας το βλέμμα τυχαία προς το νότο, μπορούσες να δεις τα αφρισμένα κύματα του Κόλπου Μοντερέυ. Η Σάντα Κρουζ άνοιξε το 1966 και μέσα σε λίγα χρόνια έγινε η πιο εκλεκτική από τις πανεπιστημιουπόλεις της Καλιφόρνιας. Οι σπουδαστές τη συνέδεαν με πολλούς πρωτοπόρους διανοητές σαν τον Νόρμαν Ο. Μπράουν (Norman O. Brown), τον Γκρέγκορυ Μπάτισον (Gregory Bateson) και τον Χέρμπερτ Μαρκούζε (Herbert Marcuse). Τα τμήματα μεταπτυχιακών σπουδών της σχολής, που δημιουργήθηκαν από το τίποτα, ακολουθούσαν αμφίβολα ερευνητικά προγράμματα. Ο τομέας της φυσικής δεν αποτελούσε εξαίρεση. Οι δεκαπέντε περίπου φυσικοί που υπήρχαν σ' αυτόν ήταν δραστήριοι και κυρίως νέοι στην ηλικία. Οι επιστήμονες αυτοί αν και ήταν επηρεασμένοι από τις ελεύθερες ιδέες της εποχής, κοίταζαν προς το νότο, προς το Caltech*, και συνειδητο-

* Caltech: Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Καλιφόρνιας· εφάμιλλο του MIT της Βοστόνης, (Σ.τ.ε.).

ποιούσαν ότι έπρεπε να θέσουν στόχους και να αποδείξουν τη σοβαρότητα τους.

Ένας μεταπτυχιακός σπουδαστής, για τη σοβαρότητα του οποίου δεν αμφέβαλλε κανένας, ήταν ο Ρόμπερτ Στέτσον Σόου (Robert Stetson Shaw), ένας γενειοφόρος από τη Βοστόνη, απόφοιτος του Χάρβαρντ, το μεγαλύτερο από τα έξι παιδιά ενός γιατρού και μιας νοσοκόμας, που το 1977 ήταν τριάντα ενός χρονών. Ήταν δηλαδή λίγο μεγαλύτερος από τους περισσότερους μεταπτυχιακούς σπουδαστές, καθώς η καριέρα του στο Χάρβαρντ είχε διακοπεί αρκετές φορές για να κάνει τη στρατιωτική του θητεία, να ζήσει σε κοινόβια και να δοκιμάσει άλλες εμπειρίες. Δεν ήξερε γιατί ήρθε στη Σάντα Κρουζ. Δεν είχε δει ποτέ την πανεπιστημιούπολη, αν και είχε δει ένα έντυπο με φωτογραφίες της που μιλούσε για εφαρμογή νέων εκπαιδευτικών φιλοσοφιών. Ο Σόου ήταν ήπιος χαρακτήρας— πολύ συνεσταλμένος. Ήταν καλός σπουδαστής και είχε φτάσει σε ένα σημείο όπου δεν απόμεναν παρά μόνο λίγοι μήνες για να ολοκληρώσει το διδακτορικό του πάνω στην υπεραγωγιμότητα. Κανένας δεν πρόσεχε ιδιαίτερα ότι πέρναγε τις ώρες του στο υπόγειο του κτιρίου της φυσικής παίζοντας με έναν αναλογικό υπολογιστή.

Η εκπαίδευση ενός φυσικού βασίζεται στη στενή σχέση διδάσκοντος-διδασκομένου. Καθηγητές παίρνουν βοηθούς ερευνητές για να τους βοηθούν στη δουλειά του εργαστηρίου ή στους επίπονους υπολογισμούς τους. Ως ανταπόδοση, οι μεταπτυχιακοί σπουδαστές και οι νέοι ερευνητές παίρνουν ένα μέρος από τα κονδύλια που παραχωρούνται στους καθηγητές και από τη δόξα των δημοσιεύσεων τους. Ένας καλός καθηγητής βοηθά τους σπουδαστές του να διαλέγουν προβλήματα που να είναι ταυτόχρονα επιλύσιμα και γόνιμα. Αν η σχέση ευδοκιμήσει, η επιρροή του καθηγητή βοηθά τον προστατευόμενο του να βρει δουλειά. Συχνά, τα ονόματα τους συνδέονται για πάντα. Όταν όμως μια επιστήμη δεν υπάρχει ακόμα, λίγοι άνθρωποι μπορούν να τη διδάξουν. Το 1977, στο χάος δεν υπήρχαν καθηγητές μέντορες. Δεν υπήρχαν μαθήματα για το χάος, ούτε εγχειρίδια, ούτε περιοδικά, ούτε κέντρα για μη γραμμικές σπουδές και έρευνες σε πολύπλοκα συστήματα.

Ο ΟΥΙΛΛΙΑΜ ΜΠΕΡΚ (William Burke), ένας επιστήμονας της κοσμολογίας και της σχετικότητας στη Σάντα Κρουζ, συνάντησε τυχαία το φίλο του Έντουαρντ Α. Σπίγκελ (Edward A. Spiegel), έναν αστροφυσικό, στη μία η ώρα το πρωί στην αίθουσα ενός ξενοδοχείου της Βοστόνης, όπου παρακολουθούσαν ένα συνέδριο πάνω στη γενική σχετικότητα. «Απολαμβάνω τον ελκυστή του Λόρεντζ», είπε ο Σπίγκελ. Χρησιμοποιώντας κάποια αυτοσχέδια κυκλώματα που είχε συνδέσει σε ένα στερεοφωνικό συγκρότημα, είχε μετατρέψει αυτό το έμβλημα του χάους σε μια επαναλαμβανόμενη αντιμελωδία σαν σφύριγμα. Κάλεσε τον Μπερκ στο μπαρ για ένα ποτό και του εξήγησε.

Ο Σπίγκελ γνώριζε τον Λόρεντζ προσωπικά και ήξερε για το χάος από τη δεκαετία του 1960. Είχε αναλάβει να διερευνήσει τις ενδείξεις που υπήρχαν για την ύπαρξη τυχαίας συμπεριφοράς σε μοντέλα της κίνησης των άστρων και βρισκόταν σε επαφή με τους γάλλους μαθηματικούς. Τελικά, ως καθηγητής του Πανεπιστημίου Κολούμπια, επικέντρωσε τις αστρονομικές του μελέτες στο στροβιλισμό στο Διάστημα — στις «κοσμικές αρρυθμίες». Είχε το ταλέντο να γοητεύει τους συναδέλφους του με νέες ιδέες και καθώς η νύχτα προχωρούσε το ίδιο συνέβη και με τον Μπερκ, Ήταν κι εκείνος ανοιχτός σε τέτοια ζητήματα. Είχε αποκτήσει καλό όνομα δουλεύοντας σε ένα από τα πιο παράδοξα δώρα που έκανε ο Αϊνστάιν στη φυσική, την έννοια των κυμάτων βαρύτητας που διαδίδονται σε μορφή αναδιπλώσεων στο υφαντό του χωροχρόνου. Ήταν ένα έντονα μη γραμμικό πρόβλημα, με παρεκτροπές στη συμπεριφορά του που σχετίζονταν με απείθαρχες μη γραμμικότητες της δυναμικής των ρευστών. Ήταν ένα πρόβλημα αφηρημένο και θεωρητικό, αλλά στον Μπερκ άρεσε και η εφαρμοσμένη φυσική· είχε δημοσιεύσει ένα άρθρο πάνω στην οπτική των ποτηριών της μπίρας: πόσο χοντρό μπορεί να γίνει το ποτήρι ώστε να είναι δυνατό να φαίνεται η μπίρα. Του άρεσε να λέει πως ήταν λίγο παραδοσιακός επειδή θεωρούσε ότι η φυσική ήταν συνώνυμη με την πραγματικότητα. Επιπλέον, είχε διαβάσει το άρθρο του Ρόμπερτ Μέυ στο περιοδικό *Nature,* όπου γινόταν έκκληση για περισσότερη εκπαίδευση πάνω στα απλά μη γραμμικά συστήματα, και επίσης είχε ασχοληθεί μερικές ώρες παίζοντας με τις εξισώσεις του Μέυ σε αριθμομηχανή, Ετσι, άκουγε για τον ελκυστή του Λόρεντζ με ενδιαφέρον. Η

πρόθεση του όμως ήταν όχι μόνο ν' ακούσει γι' αυτόν, αλλά και να τον δει. Όταν γύρισε στη Σάντα Κρουζ, έδωσε στον Ρόμπερτ Σόου ένα χαρτί πάνω στο οποίο είχε γράψει βιαστικά τρεις διαφορικές εξισώσεις. Μπορούσε ο Σόου να τις βάλει στον αναλογικό υπολογιστή;

Στην εξέλιξη των υπολογιστών, οι αναλογικές μηχανές δε σήμαιναν πια τίποτα. Δεν τις έβρισκες στα τμήματα φυσικής και η ύπαρξη τους στη Σάντα Κρουζ ήταν εντελώς τυχαία: τα αρχικά σχέδια για τη Σάντα Κρουζ προέβλεπαν μια σχολή μηχανικών. Παρ' ότι αυτό το σχέδιο ματαιώθηκε, κάποιος βιαστικός υπάλληλος του Πανεπιστημίου είχε ήδη αγοράσει ένα σχετικό εξοπλισμό. Οι ψηφιακοί υπολογιστές όμως, οι οποίοι βασίζονταν σε κυκλώματα θυρών, στο μηδέν ή το ένα, το ναι ή το όχι, έδιναν ακριβείς απαντήσεις στα ερωτήματα των προγραμματιστών και αποδείχνονταν πολύ πιο πρόσφοροι στην ανάπτυξη της τεχνολογίας που είχε ως αποτέλεσμα την επανάσταση των υπολογιστών. Καθετί που γινόταν μια φορά στον ψηφιακό υπολογιστή μπορούσε να επαναληφθεί με το ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα, και εξ ορισμού το ίδιο μπορούσε να γίνει και σε οποιονδήποτε άλλο. Οι αναλογικοί υπολογιστές όμως ήταν από την κατασκευή τους ανακριβείς, Τα δομικά τους τμήματα δεν ήταν διακόπτες που παρίσταναν τις καταστάσεις ναι-όχι αλλά ηλεκτρονικά κυκλώματα από αντιστάσεις και πυκνωτές — στοιχεία που ήταν οικεία στον Σόου από την εποχή που έπαιζε με τα ραδιόφωνα πριν από τα τρανζίστορ. Η μηχανή στη Σάντα Κρουζ ήταν ένας Systron-Donner, ένα βαρύ, γκρίζο πράγμα που είχε στο εμπρός μέρος του έναν πίνακα σαν εκείνον που είχαν τα παλιομοδίτικα τηλεφωνικά κέντρα με βύσματα. Ο προγραμματισμός των αναλογικών υπολογιστών γινόταν με την επιλογή ηλεκτρονικών στοιχείων και την τοποθέτηση καλωδίων στον πίνακα.

Δημιουργώντας διάφορους συνδυασμούς κυκλωμάτων, ένας προγραμματιστής προσομοιώνει συστήματα διαφορικών εξισώσεων με μεθόδους που να ταιριάζουν σε προβλήματα μηχανικής. Ας πούμε ότι θέλετε να προσομοιώσετε την ανάρτηση ενός αυτοκινήτου με τα ελατήρια της, τα αμορτισέρ της και τη μάζα της, με στόχο να κατασκευάσετε το μοντέλο ενός καλοτάξιδου αυτοκινήτου. Οι ταλαντώσεις των κυκλωμάτων μπορούν να γίνουν έτσι, ώστε να αντιστοιχούν στις ταλαντώσεις του φυσικού συστή-

ματος. Ένας πυκνωτής παίρνει τη θέση του ελατηρίου, πηνία παριστάνουν τη μάζα, κ.ο.κ. Οι υπολογισμοί βέβαια δεν γίνονται με ακρίβεια. Αλλά οι αριθμητικοί υπολογισμοί παρακάμπτονται. Αντί γι' αυτούς έχετε ένα μοντέλο κατασκευασμένο από μέταλλο και ηλεκτρόνια, αρκετά γρήγορο και, το σημαντικότερο, πολύ ευπροσάρμοστο. Γυρίζοντας απλώς τα κουμπιά, μπορείτε να προσαρμόζετε μεταβλητές και να κάνετε το ελατήριο πιο σκληρό ή την τριβή πιο μικρή. Και μπορείτε να βλέπετε τα αποτελέσματα να αλλάζουν σε πραγματικό χρόνο, μορφές που θα εμφανίζονται στην οθόνη ενός παλμογράφου.

Στον πάνω όροφο, στο εργαστήριο της υπεραγωγιμότητας, ο Σόου έκανε τα τελευταία βήματα για την ολοκλήρωση της διδακτορικής του διατριβής, παρόλο που δεν εργαζόταν με συνέπεια σ' αυτή, μια και πέρναγε τον περισσότερο χρόνο του με τον Systron-Donner. Είχε προχωρήσει αρκετά για να δει πορτρέτα του χώρου των φάσεων μερικών απλών συστημάτων — παραστάσεις περιοδικών τροχιών ή οριακούς κύκλους. Ίσως είχε δει το χάος, με τη μορφή παράξενων ελκυστών, αλλά σίγουρα δεν το είχε αναγνωρίσει. Οι εξισώσεις του Λόρεντζ που είχε πάρει σε ένα κομμάτι χαρτί δεν ήταν πιο πολύπλοκες από τα συστήματα που χωρίς επιτυχία είχε προσπαθήσει να αλλάξει. Χρειάστηκε λίγες μόνο ώρες για να τοποθετήσει τα κατάλληλα καλώδια και να ρυθμίσει τα κουμπιά, Λίγα λεπτά αργότερα, ο Σόου συνειδητοποίησε πως δεν θα ολοκλήρωνε ποτέ τη διδακτορική διατριβή του.

Πέρασε αρκετές νύχτες σ' αυτό τον όροφο, παρατηρώντας την πράσινη κηλίδα του παλμογράφου να κινείται πάνω στην οθόνη, ακολουθώντας τη μορφή της κουκουβάγιας που είχε ο ελκυστής του Λόρεντζ. Αυτή η πλούσια μορφή καταγραφόταν στον αμφιβληστροειδή του, ένα παλλόμενο, τρεμάμενο πράγμα, που δεν έμοιαζε με κανένα από τα αντικείμενα που είχε συναντήσει κατά τη διάρκεια των ερευνών του. Έμοιαζε να έχει ζωή από μόνη της. Τον υπνώτιζε όπως η φλόγα, σχηματίζοντας εικόνες που ποτέ δεν επαναλαμβάνονταν. Η ανακρίβεια και η ατελής επαναληπτικότητα του αναλογικού υπολογιστή τελικά λειτουργούσαν υπέρ του Σόου. Γρήγορα είδε την ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες που είχε πείσει τον Έντουαρντ Λόρεντζ πως η μακροπρόθεσμη πρόγνωση του καιρού ήταν ανώφελη. Όριζε τις

αρχικές συνθήκες, πατούσε το κουμπί εκκίνησης και αμέσως εμφανιζόταν ο ελκυστής. Μετά όριζε πάλι τις ίδιες αρχικές συνθήκες — όσο ήταν δυνατόν από φυσική άποψη — και η τροχιά απομακρυνόταν χαριτωμένα από την προηγούμενη πορεία της και παρ' όλα αυτά κατέληγε πάλι στον ίδιο ελκυστή.

Σαν παιδί, ο Σόου είχε διάφορες αυταπάτες για το τι ήταν η επιστήμη —τη φανταζόταν ως ένα ρομαντικό εξερευνητή του αγνώστου. Αυτό ήταν τελικά ένα είδος εξερεύνησης που ανταποκρινόταν στις αυταπάτες του. Η φυσική χαμηλών θερμοκρασιών ήταν διασκεδαστική αν την έβλεπες σαν μάστορας, με όλες εκείνες τις σωληνώσεις και τους μεγάλους μαγνήτες, το υγρό ήλιο και τους πίνακες ενδείξεων. Αλλά για τον Σόου δεν οδηγούσε πουθενά. Γρήγορα μετέφερε τον αναλογικό υπολογιστή στον πάνω όροφο και το δωμάτιο εκείνο δεν ξαναχρησιμοποιήθηκε ποτέ για την υπεραγωγιμότητα.

«ΤΟ ΜΟΝΟ ΠΟΥ έχετε να κάνετε είναι να πατήσετε τα κουμπιά και ξαφνικά να αρχίσετε την εξερεύνηση αυτού του άλλου κόσμου, όπου θα είστε ένας από τους πρώτους ταξιδιώτες και δε θα θέλετε να φύγετε», είπε ο Ραλφ Άμπραχαμ, ο καθηγητής των μαθηματικών που πέρασε τις πρώτες μέρες να δει τον ελκυστή του Λόρεντζ να λειτουργεί, Ήταν μαζί με τον Στιβ Σμέιλ την παλιά ένδοξη εποχή του Μπέρκλεϋ και, συνεπώς, ένα από τα πολύ λίγα μέλη της Σχολής της Σάντα Κρουζ με υπόβαθρο που του επέτρεπε να συλλάβει τι σημασία είχε το παιχνίδι του Σόου, Η πρώτη του αντίδραση ήταν έκπληξη από την ταχύτητα που εμφανιζόταν η εικόνα — και ο Σόου του επισήμανε ότι χρησιμοποιούσε πρόσθετους πυκνωτές για να την καθυστερεί. Ο ελκυστής ήταν επίσης ανθεκτικός. Αυτό το απόδειχνε η ανακρίβεια των αναλογικών κυκλωμάτων — η ρύθμιση και η στροφή των κουμπιών δεν εξαφάνιζαν τον ελκυστή, δεν τον μετέβαλλαν σε κάτι τυχαίο, αλλά τον μετέτρεπαν ή τον παρεξέτρεπαν σε μια μορφή που σιγά σιγά εμφάνιζε συνέπεια. «Ο Ρομπ δοκιμάζει την εμπειρία κατά την οποία μια μικρή εξερεύνηση αποκαλύπτει όλα τα μυστικά», είπε ο Άμπραχαμ. «Όλες οι σημαντικές έννοιες, ο εκθέτης Λιαπούνοφ (Lyapunov), η φράκταλ διάσταση, θα μπορούσαν πολύ φυσικά να εμφανιστούν και σε σας. Θα τις δείτε και θ' αρχίσετε να τις εξερευνάτε».

Ήταν αυτό το πράγμα επιστήμη; Σίγουρα αυτές οι επεξεργασίες με υπολογιστή χωρίς φορμαλισμούς ή αποδείξεις δεν ήταν μαθηματικά, και καμιά ενθάρρυνση από ανθρώπους σαν τον Άμπραχαμ δεν μπορούσε να αλλάξει αυτή την κατάσταση. Ούτε και το τμήμα φυσικής είχε κανένα λόγο να θεωρεί πως ήταν φυσική. Ό,τι κι αν ήταν πάντως, προσέλκυε θεατές. Ο Σόου άφηνε συνήθως την πόρτα του ανοιχτή και η είσοδος στο τμήμα της φυσικής ήταν στην άλλη άκρη του χολ. Εκεί κυκλοφορούσε πολύς κόσμος. Πριν περάσει πολύς καιρός, βρέθηκε με παρέα.

Η ομάδα που αργότερα αυτοαποκλήθηκε Κολεκτίβα Δυναμικών Συστημάτων — μερικές φορές άλλοι την ονόμαζαν Συμμορία του Χάους — είχε επίκεντρο της τον Σόου. Αυτός πάλι υπέφερε από μια διστακτικότητα που τον εμπόδιζε να εκθέτει τις ιδέες του ανοιχτά στην ακαδημαϊκή κοινότητα. Ευτυχώς γι' αυτόν οι νέοι συνεταίροι του δεν είχαν τέτοια προβλήματα.

Ο Ντόυν Φάρμερ (Doyne Farmer), ένας ψηλός αδύνατος Τεξανός με ξέθωρα μαλλιά, έγινε ο πιο καλός ομιλητής της ομάδας. Το 1977 ήταν είκοσι τεσσάρων χρονών, πολύ ενεργητικός και ενθουσιώδης, μια μηχανή ιδεών. Όσοι τον πρωτογνώριζαν υποψιάζονταν πως αερολογούσε. Εκείνο το φθινόπωρο, μόλις ο Φάρμερ άρχιζε να αφιερώνει όλη του την ενεργητικότητα στην εφαρμογή των νόμων της κίνησης στη ρουλέτα, έφτασε στη Σάντα Κρουζ ο Νόρμαν Πάκαρντ (Norman Packard) , τρία χρόνια νεότερος και παιδικός του φίλος, που είχε μεγαλώσει κι αυτός στην ίδια πόλη του Νιου Μέξικο, το Σίλβερ Σίτυ, Αυτό το εγχείρημα ήταν σοβαρό και θα μπορούσε να είναι και κερδοφόρο. Για μια δεκαετία, ο Φάρμερ κυνηγούσε το όνειρο της ρουλέτας μαζί με μια διαρκώς εναλλασσόμενη ομάδα από φυσικούς, επαγγελματίες παίχτες και άλλους αργόσχολους που ονειρεύονταν να τινάξουν το καζίνο στον αέρα. Δεν τα παράτησε ούτε όταν πήγε στο Θεωρητικό Τμήμα του Εθνικού Εργαστηρίου του Λος Άλαμος.Όλοι αυτοί υπολόγιζαν κλίσεις και τροχιές, έγραφαν και ξανάγραφαν προγράμματα, έκρυβαν τα κομπιουτεράκια στις κάλτσες τους και εισέβαλλαν σε καζίνα. Αλλά τίποτα δεν λειτουργούσε ακριβώς όπως το προγραμμάτιζαν. Κάποιες φορές, όλα τα μέλη της κολεκτίβας, εκτός από τον Σόου, αφιέρωσαν όλη τους την ενεργητικότητα στη ρουλέτα και πρέπει να πούμε ότι αυτό το σχέδιο τους πρόσφερε σημαντική εκπαίδευση στη γρή-

γορη ανάλυση δυναμικών συστημάτων, σίγουρα όμως δεν αποτελούσε εχέγγυο για τη Σχολή της φυσικής στη Σάντα Κρουζ ότι ο Φάρμερ έπαιρνε την επιστήμη στα σοβαρά.

Το τέταρτο μέλος της ομάδας ήταν ο Τζέιμς Κράτσφιλντ (James Crutchfield), ο πιο νέος και ο μόνος Καλιφορνέζος. Ήταν κοντός και γεροδεμένος, εξαιρετικός στο σπορ του γουίντσερφιν και, το πιο σημαντικό για την κολεκτίβα, δεξιοτέχνης από ένστικτο στους υπολογισμούς. Ο Κράτσφιλντ ήρθε στη Σάντα Κρουζ ως φοιτητής και εργάστηκε ως βοηθός εργαστηρίου στα πειράματα υπεραγωγιμότητας που έκανε ο Σόου πριν από το χάος. Επί ένα χρόνο πηγαινοερχόταν εναλλάξ μεταξύ του «λόφου», όπως έλεγαν στη Σάντα Κρουζ, και του Κέντρου Ερευνών της IBM, στο Σαν Χοσέ. Στην πραγματικότητα, με το τμήμα της φυσικής συνδέθηκε σαν απόφοιτος μόνο μετά το 1980. Από τότε, πέρασε δύο χρόνια τριγυρίζοντας στο εργαστήριο του Σόου και προσπαθώντας να μάθει τα μαθηματικά που χρειαζόταν για να καταλάβει τα δυναμικά συστήματα. Όπως και τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας, εγκατέλειψε κι αυτός την «πεπατημένη» του φυσικού τμήματος.

Ήταν άνοιξη του 1978 όταν το τμήμα κατάλαβε οριστικά ότι ο Σόου εγκατέλειπε το διδακτορικό του πάνω στην υπεραγωγιμότητα. Βρισκόταν πολύ κοντά στο τέλος. Όσο κι αν είχε βαρεθεί πια, στη Σχολή πίστευαν ότι θα μπορούσε να επισπεύσει τους φορμαλισμούς, να πάρει το διδακτορικό και να βρει μια δουλειά. Όσο για το χάος, υπήρχαν ερωτήματα που ανήκαν στην ακαδημαϊκή αρμοδιότητα. Κανένας στη Σάντα Κρουζ δεν είχε τα προσόντα να εποπτεύσει μια πορεία μελέτης πάνω σ' αυτό το χωρίς όνομα πεδίο. Κανένας δεν είχε πάρει ποτέ διδακτορικό σ' αυτό κι ασφαλώς δεν υπήρχαν δουλειές για τους απόφοιτους μ' αυτή την ειδικότητα. Υπήρχε επίσης και το οικονομικό πρόβλημα. Η φυσική στη Σάντα Κρουζ, όπως και σε κάθε άλλο αμερικανικό πανεπιστήμιο, χρηματοδοτούνταν κυρίως από το Εθνικό Ίδρυμα Επιστημών και άλλες υπηρεσίες της ομοσπονδιακής κυβέρνησης, μέσα από υποτροφίες για έρευνα που δίνονταν στα μέλη της Σχολής. Το Ναυτικό, η Αεροπορία, το Υπουργείο Ενέργειας, η CIA χορηγούσαν τεράστια ποσά για καθαρή έρευνα, χωρίς απαραίτητα να ενδιαφέρονται για άμεση εφαρμογή στην υδροδυναμική, την αεροδυναμική, την ενέργεια ή τις μυστικές υπηρεσίες.

Ένας φυσικός της Σχολής μπορούσε να παίρνει πολλά χρήματα για να πληρώνει τον εξοπλισμό του εργαστηρίου και τους μισθούς των μεταπτυχιακών σπουδαστών που δούλευαν ως βοηθοί στην έρευνα. Αυτός θα πλήρωνε τις φωτοτυπίες τους, τα ταξίδια τους για την παρακολούθηση επιστημονικών συνεδρίων, ακόμα και μισθούς για να συνεχίζουν να δουλεύουν και τα καλοκαίρια. Διαφορετικά ο σπουδαστής ήταν οικονομικά ακάλυπτος. Απ' αυτό το σύστημα είχαν τώρα αποκοπεί οι Σόου, Φάρμερ, Πάκαρντ και Κράτσφιλντ.

Όταν ορισμένα είδη ηλεκτρονικού εξοπλισμού άρχισαν να εξαφανίζονται τη νύχτα, ήξεραν ότι έπρεπε να τα ψάξουν στο προηγούμενο εργαστήριο χαμηλών θερμοκρασιών του Σόου. Κάπου κάπου ένα μέλος της κολεκτίβας εξοικονομούσε εκατό δολάρια από το σύλλογο των μεταπτυχιακών σπουδαστών, ή έβρισκε έναν τρόπο να εξοικονομήσει κάποιο ανάλογο ποσό από το τμήμα φυσικής. Άρχισαν, λοιπόν, να συγκεντρώνουν διάφορα όργανα — σχεδιογράφους, μετατροπείς, ηλεκτρονικά φίλτρα. Μια ομάδα της σωματιδιακής φυσικής στην κάτω αίθουσα διέθετε έναν μικρό ψηφιακό υπολογιστή που τον είχαν για πέταμα. Βρέθηκε κι αυτός στο εργαστήριο του Σόου. Ο Φάρμερ έγινε ειδικός στο να υποκλέπτει χρόνο από υπολογιστές. Ένα καλοκαίρι προσκλήθηκε στο Εθνικό Κέντρο Ατμοσφαιρικής Έρευνας στο Μπόουλντερ του Κολοράντο, όπου υπήρχαν τεράστιοι υπολογιστές για έρευνα πάνω σε ζητήματα όπως η δημιουργία μοντέλων για τον καιρό, και η ικανότητά του να υποκλέπτει τον πανάκριβο χρόνο αυτών των μηχανών κατέπληξε τους εκεί επιστήμονες.

Οι ικανότητες στο μαστόρεμα που είχαν αναπτύξει στη Σάντα Κρουζ τους ήταν πολύ χρήσιμες. Ο Σόου είχε μεγαλώσει ασχολούμενος με ιδιοκατασκευές. Ο Πάκαρντ, όταν ήταν παιδί, επισκεύαζε τηλεοράσεις στο Σίλβερ Σίτυ. Ο Κράτσφιλντ ανήκε στη πρώτη γενιά των μαθηματικών για τους οποίους η λογική των επεξεργαστών των υπολογιστών ήταν μια φυσική γλώσσα, Το ίδιο το κτίριο της φυσικής, ανάμεσα στις σκιερές σεκόιες, ήταν σαν όλα τα κτίρια της φυσικής στον κόσμο, με τους τσιμεντένιους ορόφους του και τους τοίχους που ήθελαν πάντα βάψιμο. Αλλά στο χώρο που καταλάμβανε η ομάδα του χάους είχε επιβληθεί η δική της ατμόσφαιρα, με σωρούς από χαρτιά και φωτογραφίες Ταϊτινών στους τοίχους και, στο τέλος, με εκτυπώσεις

από παράξενους ελκυστές. Σχεδόν οποιαδήποτε ώρα, αν και συχνότερα τη νύχτα παρά το πρωί, ένας επισκέπτης μπορούσε να δει μέλη της ομάδας να ξαναφτιάχνουν τα κυκλώματα, να διορθώνουν καλώδια, να συζητούν για τη συνείδηση ή την εξέλιξη, να ρυθμίζουν την οθόνη ενός παλμογράφου ή απλώς να παρατηρούν μια φωτεινή πράσινη κηλίδα που διέγραφε μια φωτεινή καμπύλη ενώ η τροχιά της τρεμουλιαζε και αναταραζόταν σαν κάτι ζωντανό.

«ΤΟ ΙΔΙΟ ΠΡΑΓΜΑ μας παρέσυρε στ' αλήθεια όλους: η ιδέα ότι μπορούμε να έχουμε ντετερμινισμό αλλά και να μην έχουμε», έλεγε ο Φάρμερ. «Η ιδέα ότι όλα αυτά τα κλασικά ντετερμινιστικά συστήματα που είχαμε μάθει μπορούσαν να παράγουν το τυχαίο, ήταν προκλητική. Προσπαθούσαμε να καταλάβουμε τι ήταν αυτό που δημιουργούσε κάτι τέτοιο.

»Δεν μπορείτε να εκτιμήσετε το είδος της αποκάλυψης, αν δεν έχετε δεχτεί πλύση εγκεφάλου για έξι εφτά χρόνια από ένα τυπικό πρόγραμμα μαθημάτων φυσικής. Έχετε διδαχτεί ότι υπάρχουν κλασικά μοντέλα όπου το καθετί ορίζεται από τις αρχικές συνθήκες, και μετά ότι υπάρχουν κβαντικά μοντέλα με όριο στην ποσότητα πληροφοριών. Τη λέξη *μη γραμμικό* τη συναντούσατε μόνο στις τελευταίες σελίδες των βιβλίων. Οι φοιτητές της φυσικής διδάσκονταν μαθηματικά, που μόνο στο τελευταίο κεφάλαιο αφορούσαν τις μη γραμμικές εξισώσεις. Συνήθως αυτό το κεφάλαιο δεν διδασκόταν, αλλά κι αν αυτό γινόταν, οι μη γραμμικές εξισώσεις ανάγονταν σε γραμμικές, οπότε σε κάθε περίπτωση υπήρχαν προσεγγιστικές λύσεις. Ήταν απλώς μια εξάσκηση που οδηγούσε στην απογοήτευση.

»Δεν είχαμε καμιά αντίληψη για τις πραγματικές διαφορές που επιφέρει η μη γραμμικότητα σε ένα μοντέλο. Η ιδέα ότι η λύση μιας εξίσωσης μπορούσε να χοροπηδά τριγύρω με έναν εμφανώς τυχαίο τρόπο ήταν ιδιαίτερα εντυπωσιακή. Έτσι, θα μπορούσατε να πείτε: "Από πού προέρχεται αυτή η τυχαία κίνηση; Δεν την βλέπω στις εξισώσεις". Έμοιαζε με κάτι που δεν αντιπροσώπευε τίποτα ή με κάτι που δεν προερχόταν από τίποτα».

«Απ' αυτό συνειδητοποιήσαμε ότι εδώ υπήρχε ένας ολόκληρος κόσμος φυσικής εμπειρίας που δεν συμφωνούσε με το υπάρχον πλαίσιο», έλεγε ο Κράτσφιλντ, «Γιατί δεν ήταν κι αυτό μέσα

στην ύλη που διδασκόμαστε; Είχαμε την ευκαιρία να κοιτάξουμε έναν άμεσο κόσμο — έναν κόσμο τόσο απλό που ήταν θαυμάσιος — και να καταλάβουμε κάτι».

Ήταν καταμαγεμένοι από μόνοι τους και θορυβούσαν τους καθηγητές τους με ερωτήματα για τον ντετερμινισμό, τη φύση της νόησης, την κατεύθυνση της βιολογικής εξέλιξης.

«Εκείνο που μας ένωνε μεταξύ μας ήταν ένα μεγάλο όραμα», είπε ο Πάκαρντ, «Ήταν εκπληκτικό για μας ότι, αν παίρναμε κανονικά φυσικά συστήματα που είχαν αναλυθεί μέχρι την τελευταία λεπτομέρεια στη κλασική φυσική και κάναμε ένα μικρό βήμα πιο πέρα στο χώρο των παραμέτρων, τότε καταλήγαμε σε κάτι για το οποίο το οπλοστάσιο της ανάλυσης αποδειχνόταν ανίσχυρο.

»Το φαινόμενο του χάους θα μπορούσε να έχει ανακαλυφθεί πολύ πιο πριν. Δεν ανακαλύφθηκε, εν μέρει γιατί αυτό το τεράστιο έργο πάνω στη δυναμική της κανονικής κίνησης δεν οδηγούσε σ" αυτή την κατεύθυνση. Αν όμως κοιτάξουμε προσεκτικά, αυτή η κατεύθυνση υπήρχε. Το χάος μας επέτρεψε να κατανοήσουμε ότι θα 'πρεπε να καθοδηγούμαστε από τη φυσική, τις παρατηρήσεις, για να καταλήξουμε στην κατάλληλη θεωρητική απεικόνιση. Σε τελευταία ανάλυση είδαμε τη μελέτη της πολύπλοκης δυναμικής σαν είσοδο που ενδεχομένως θα μας οδηγούσε σε μια κατανόηση της πραγματικά πολύ πολύπλοκης δυναμικής».

Ο Φάρμερ έλεγε: «Από φιλοσοφική άποψη, με εντυπωσίαζε η ιδέα ενός λειτουργικού τρόπου να ορίζει κανείς την ελεύθερη βούληση, έτσι που του επέτρεπε να την συμβιβάζει με τον ντετερμινισμό. Το σύστημα είναι ντετερμινιστικό, αλλά δεν μπορεί κανείς να πει τι θα κάνει μετά. Την ίδια στιγμή, αισθανόμουν πάντα ότι τα σπουδαία προβλήματα στον κόσμο είχαν να κάνουν με τη δημιουργία της οργάνωσης, στη ζωή ή τη νόηση. Αλλά πώς μπορούσε να μελετηθεί αυτό; Αυτό που έκαναν οι βιολόγοι φαινόταν πολύ εφαρμοσμένο και ειδικό, οι χημικοί σίγουρα δεν το μελετούσαν, οι μαθηματικοί καθόλου, ενώ και οι φυσικοί απλώς δεν ασχολούνταν μαζί του. Πάντα αισθανόμουν ότι η αυθόρμητη εμφάνιση της αυτοοργάνωσης έπρεπε να αποτελεί μέρος της φυσικής.

»Εδώ είχαμε ένα νόμισμα με δύο όψεις. Είχαμε την τάξη απ'

όπου αναδυόταν το τυχαίο και μετά, ένα βήμα πιο πέρα, είχαμε το τυχαίο με τη δική του υπολανθάνουσα τάξη».

ο ΣΟΟΥ ΚΑΙ ΟΙ συνάδελφοι του έπρεπε να μετατρέψουν τον ενθουσιασμό τους σε επιστημονικό πρόγραμμα. Έπρεπε να διατυπώσουν ερωτήματα που θα μπορούσαν να απαντηθούν και θα άξιζε να απαντηθούν. Αναζητούσαν τρόπους σύνδεσης της θεωρίας με το πείραμα — αισθάνονταν ότι στο σημείο αυτό υπήρχε ένα χάσμα που έπρεπε να κλείσει. Πριν ακόμα μπορέσουν ν' αρχίσουν, έπρεπε να μάθουν τι ήταν γνωστό και τι όχι, κι αυτό ήταν από μόνο του μια τρομερή πρόκληση.

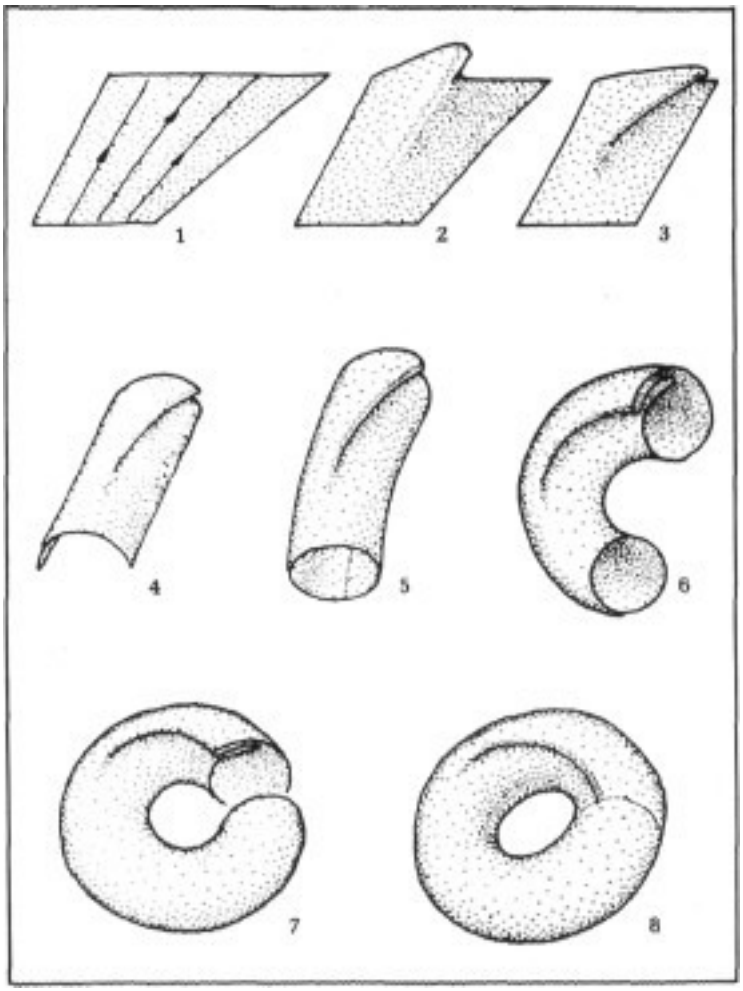
Εμποδίζονταν από την τάση της πληροφορίας να προχωρά σκόρπια μέσα στην επιστήμη, ιδιαίτερα όταν ένα νέο αντικείμενο διαπερνά πολλούς καθιερωμένους κλάδους. Συχνά δεν ήξεραν αν βρίσκονται σε νέα ή σε παλιά περιοχή. Ανεκτίμητος σύμβουλος στην άγνοια τους ήταν ο Τζόζεφ Φορντ, υποστηρικτής του χάους από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας της Γεωργίας. Ο Φορντ είχε ήδη αποφασίσει ότι η μη γραμμική δυναμική ήταν το μέλλον της φυσικής — ολόκληρο το μέλλον — και είχε οργανώσει ένα γραφείο πληροφόρησης πάνω σε άρθρα περιοδικών. Η υποδομή του ήταν το διατηρητικό χάος, το χάος των αστρονομικών συστημάτων ή της σωματιδιακής φυσικής. Ήταν εντυπωσιακά ενημερωμένος για την εργασία που γινόταν από τη σοβιετική σχολή και επιδίωκε να αναπτύσσει σχέσεις με όλους τους επιστήμονες που συμμερίζονταν έστω και λίγο το πνεύμα αυτού του νέου εγχειρήματος. Είχε φίλους παντού. Κάθε επιστήμονας που έστελνε για δημοσίευση ένα άρθρο πάνω στη μη γραμμική επιστήμη ταχυδρομούσε απαραίτητα και μια περίληψη της εργασίας του στον Φορντ· έτσι τα αρχεία του τελευταίου αύξαναν συνεχώς. Οι σπουδαστές της Σάντα Κρουζ έμαθαν γι' αυτό και τύπωσαν ένα ταχυδρομικό δελτάριο με το οποίο ζητούσαν από τον Φορντ αντίγραφα των άρθρων πριν από τη δημοσίευση τους. Γρήγορα τα αντίγραφα κατέκλυζαν τη Σάντα Κρουζ.

Η ομάδα συνειδητοποίησε ότι, σχετικά με τους παράξενους ελκυστές, μπορούσαν να διατυπωθούν πολλά είδη ερωτήσεων. Ποια είναι τα χαρακτηριστικά τους σχήματα; Ποια είναι η τοπολογική τους δομή; Τι αποκαλύπτει η γεωμετρία σχετικά με τη φυσική των σχετικών δυναμικών συστημάτων; Η πρώτη προσέγ-

γιση ήταν η χειροπιαστή εξερεύνηση με την οποία ξεκίνησε ο Σόου. Μεγάλο μέρος της μαθηματικής βιβλιογραφίας ασχολούνταν άμεσα με τη δομή, αλλά η μαθηματική προσέγγιση φαινόταν στον Σόου πολύ λεπτομερειακή — βλέπεις τα δέντρα και όχι το δάσος. Καθώς μελετούσε όλο και βαθύτερα τη βιβλιογραφία, αισθάνθηκε ότι οι μαθηματικοί, που η επιστημονική τους παράδοση τους στερούσε τα νέα εργαλεία της πληροφορικής, είχαν χαθεί στις συγκεκριμένες πολυπλοκότητες των δομών των τροχιών, τις απειρίες και τις ασυνέχειες. Δεν είχαν ενδιαφερθεί ειδικά για την αναλογική ασάφεια — για την ασάφεια που, από την άποψη του φυσικού, σίγουρα έλεγχε τα πραγματικά συστήματα. Ο Σόου είδε στον παλμογράφο του όχι τις μεμονωμένες τροχιές αλλά το περίβλημα μέσα στο οποίο ήταν ενσωματωμένες. Το περίβλημα μεταβαλλόταν καθώς αυτός γύριζε αργά τα κουμπιά. Δεν μπορούσε να εξηγήσει με αυστηρότητα τα αναδιπλώματα και τις στρέψεις στη γλώσσα της μαθηματικής τοπολογίας. Αλλά άρχισε να αισθάνεται ότι τα καταλάβαινε.

Ο φυσικός θέλει να κάνει μετρήσεις. Τι υπήρχε σ' αυτές τις φευγαλέες κινούμενες εικόνες που θα μπορούσε να μετρηθεί; Ο Σόου και οι άλλοι προσπάθησαν να απομονώσουν τις ειδικές ιδιότητες που έκαναν τους παράξενους ελκυστές τόσο ελκυστικούς. *Την ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες* — την τάση των γειτονικών τροχιών να απωθούνται μεταξύ τους. Αυτή η ιδιότητα έκανε και τον Λόρεντζ να συνειδητοποιήσει ότι η ντετερμινιστική μακροπρόθεσμη πρόβλεψη του καιρού ήταν αδύνατη. Αλλά ποια όργανα θα μπορούσαν να μετρήσουν ακριβώς μια τέτοια ιδιότητα; Μπορούσε να μετρηθεί η μη προβλεψιμότητα;

Η απάντηση σ' αυτό το ερώτημα βρισκόταν στην έννοια: «εκθέτης Λιαπούνοφ». Αυτός ο αριθμός εξασφάλιζε μια μέτρηση συγκεκριμένων τοπολογικών ιδιοτήτων που αντιστοιχούν σε έννοιες όπως η μη προβλεψιμότητα. Οι εκθέτες Λιαπούνοφ σε ένα σύστημα εξασφάλιζαν έναν τρόπο μέτρησης των αντίθετων αποτελεσμάτων που έχει το τέντωμα, η συστολή και η αναδίπλωση ενός ελκυστή στο χώρο των φάσεων. Έδιναν μια εικόνα όλων των ιδιοτήτων ενός συστήματος που οδηγούν σε ευστάθεια ή αστάθεια. Ένας εκθέτης μεγαλύτερος από μηδέν σήμαινε τέντωμα — τα γειτονικά σημεία απομακρύνονταν. Ένας εκθέτης μικρό-



ΑΝΑΔΙΠΛΩΣΕΙΣ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ. Ο τοπολογικός ανασχηματισμός του χώρου των φάσεων δημιουργεί έναν ελκυστή με τη μορφή λουκουμά, γνωστό ως το κουλούρι του Μπίρκοφ.

τερος από μηδέν σήμαινε συστολή. Για έναν ελκυστή σταθερού σημείου, όλοι οι εκθέτες Λιαπούνοφ ήταν αρνητικοί, αφού η κατεύθυνση της έλξης ήταν προς τα μέσα, προς την τελική ευσταθή κατάσταση. Ένας ελκυστής με μορφή περιοδικής τροχιάς είχε έναν εκθέτη ακριβώς ίσο με μηδέν και άλλους εκθέτες που ήταν αρνητικοί. Αποδειχνόταν ότι ένας παράξενος ελκυστής έπρεπε να έχει έναν τουλάχιστον θετικό εκθέτη Λιαπούνοφ.

Προς μεγάλη τους απογοήτευση, οι σπουδαστές της Σάντα Κρουζ δεν επινόησαν τη παραπάνω έννοια, αλλά την επεξεργάστηκαν με τους πιο πρακτικούς δυνατούς τρόπους, μαθαίνοντας πώς να μετρούν τους εκθέτες Λιαπούνοφ και πώς να τους συσχετίζουν με άλλες σημαντικές ιδιότητες. Χρησιμοποίησαν κινούμενα σχέδια φτιαγμένα με υπολογιστή, για να κάνουν κινηματογραφικές ταινίες που έδειχναν ανάγλυφα τη συνύπαρξη της τάξης και του χάους στα δυναμικά συστήματα. Η ανάλυση τους έδειχνε ζωντανά με ποιον τρόπο μπορούσαν μερικά συστήματα να δημιουργούν αταξία σε μια κατεύθυνση και ταυτόχρονα να παραμένουν τακτοποιημένα και μεθοδικά σε μιαν άλλη. Μια ταινία έδειχνε τι συνέβαινε σε μια μικροσκοπική ομάδα γειτονικών σημείων — που παρίσταναν τις αρχικές συνθήκες — ενός παράξενου ελκυστή, καθώς το σύστημα εξελισσόταν στο χρόνο. Η ομάδα των σημείων άρχιζε να διασκορπίζεται και να χάνει την εστία της. Μετατρεπόταν σε μια τελεία και μετά σε μια σταγόνα. Για ορισμένα είδη ελκυστών, η σταγόνα διασκορπιζόταν γρήγορα σ' όλη την οθόνη.Τέτοιου είδους ελκυστές ήταν αποτελεσματικοί στην *ανάμειξη*. Σε άλλους ελκυστές όμως, ο διασκορπισμός γινόταν μόνο προς ορισμένες κατευθύνσεις. Η σταγόνα μετατρεπόταν σε λουρίδα, χαοτική κατά μήκος ενός άξονα και κανονική κατά μήκος ενός άλλου. Ήταν σαν το σύστημα να είχε μαζί μια τακτοποιημένη και μια άτακτη τάση· τάσεις που ήταν ανεξάρτητες μεταξύ τους. Ενώ η μια τάση οδηγούσε σε τυχαία μη προβλεψιμότητα, η άλλη ακολουθούσε το χρόνο σαν ακριβές ρολόι. Και οι δύο τάσεις μπορούσαν να οριστούν και να μετρηθούν.

Η ΠΙΟ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗ σφραγίδα που έβαλαν οι ερευνητές από τη Σάντα Κρουζ στην έρευνα του χάους περιείχε ένα τμήμα μαθηματικών και φιλοσοφίας που είναι γνωστό ως θεωρία πλη-

ροφοριών και επινοήθηκε το τέλος της δεκαετίας του 1940 από έναν ερευνητή των Εργαστηρίων της Μπελ, τον Κλάουντ Σάννον (Claude Shannon). Ο Σάννον ονόμασε την εργασία του «The Mathematical Theory of Communication» (Η Μαθηματική Θεωρία της Επικοινωνίας), αλλά αυτή αφορούσε ένα μάλλον συγκεκριμένο μέγεθος που ονομαζόταν πληροφορία' το όνομα θεωρία πληροφοριών απλώς εντυπωσίαζε. Η θεωρία αυτή ήταν ένα προϊόν της ηλεκτρονικής εποχής. Οι γραμμές επικοινωνίας και οι ραδιοφωνικές εκπομπές μετέφεραν ένα συγκεκριμένο πράγμα και οι υπολογιστές γρήγορα θα άρχιζαν να αποθηκεύουν αυτό το ίδιο πράγμα σε διάτρητες κάρτες ή μαγνητικούς κυλίνδρους, και αυτό το πράγμα δεν ήταν ούτε γνώση ούτε νόημα. Οι βασικές του μονάδες δεν ήταν ούτε ιδέες ούτε έννοιες ούτε ακόμα, απαραίτητα, λέξεις ή αριθμοί. Αυτό το πράγμα μπορούσε να έχει νόημα ή να μην έχει — αλλά οι μηχανικοί και οι μαθηματικοί μπορούσαν να το μετρήσουν, να το εκπέμψουν και να ελέγξουν την ορθότητα της εκπομπής. Η *πληροφορία* αποδειχνόταν κατάλληλη όπως και κάθε άλλη λέξη, αλλά οι άνθρωποι έπρεπε να θυμούνται ότι χρησιμοποιούσαν έναν εξειδικευμένο όρο, χωρίς συγκεκριμένη αριθμητική τιμή, χωρίς τις συνηθισμένες αποχρώσεις γεγονότων, μάθησης, σκέψης, κατανόησης, ενημέρωσης.

Ο υλικός εξοπλισμός (hardware) των υπολογιστών διαμόρφωσε τη θεωρία. Επειδή η πληροφορία αποθηκευόταν σε δυαδικά ψηφία που ονομάστηκαν μπιτ (bit — binary digit), αυτά έγιναν η βασική μονάδα μέτρησης της πληροφορίας. Από τεχνική άποψη, η θεωρία πληροφοριών έγινε ένα μέσο για να κατανοηθεί πώς ο θόρυβος με τη μορφή τυχαίων σφαλμάτων παρεμβάλλεται στη ροή των μπιτ. Πρόσφερε έναν τρόπο να προβλέπεται η αναγκαία χωρητικότητα μεταφοράς των γραμμών επικοινωνίας ή των «κόμπακτ ντισκ» ή οποιασδήποτε τεχνολογίας που κωδικοποιεί γλώσσα, ήχους ή εικόνες. Πρόσφερε ένα θεωρητικό μέσο υπολογισμού της αποτελεσματικότητας διαφόρων μεθόδων για τη διόρθωση σφαλμάτων — για παράδειγμα της χρησιμοποίησης μερικών μπιτ για τον έλεγχο των άλλων. Αντιμετώπισε δραστικά την κρίσιμη έννοια του «πλεονασμού». Σύμφωνα με τη θεωρία πληροφοριών του Σάννον, η αγγλική γλώσσα περιέχει πάνω από 50% πλεονασμό, με τη μορφή ήχων ή γραμμάτων που δεν

είναι απόλυτα απαραίτητα για τη μεταφορά ενός μηνύματος. Αυτή είναι γνωστή ιδέα. Η συνηθισμένη επικοινωνία, σε έναν κόσμο που μασάει τα λόγια του και είναι γεμάτος τυπογραφικά λάθη, στηρίζεται στον πλεονασμό. Ο πλεονασμός είναι μια προβλέψιμη παρέκκλιση απ' το τυχαίο. Ένα μέρος του πλεονασμού της καθημερινής γλώσσας βρίσκεται στη σημασιολογία της, και αυτό το μέρος είναι δύσκολο να μετατραπεί σε ποσότητα, καθώς εξαρτάται από την κοινή γνώση για τη γλώσσα και τον κόσμο που έχουν όλοι οι άνθρωποι. Αυτό το μέρος επιτρέπει στους ανθρώπους να λύνουν σταυρόλεξα ή να συμπληρώνουν μια λέξη που λείπει σε μια πρόταση. Άλλα είδη πλεονασμού προσφέρονται όμως περισσότερο σε αριθμητικές μετρήσεις. Στατιστικά, η πιθανότητα ένα γράμμα στην αγγλική γλώσσα να είναι «e» είναι πολύ μεγαλύτερη από ένα στα είκοσι έξι. Επιπλέον, τα γράμματα δεν πρέπει να θεωρούνται μεμονωμένες μονάδες. Σε ένα αγγλικό κείμενο, το να ξέρουμε ότι ένα γράμμα είναι «t» μας βοηθά να προβλέψουμε πως το επόμενο μπορεί να είναι «h» ή «o», και το να ξέρουμε δύο γράμματα μας βοηθά ακόμα πιο πολύ κ.ο.κ. Η στατιστική τάση να εμφανίζονται σε μια γλώσσα διάφοροι συνδυασμοί δύο ή τριών γραμμάτων οδηγεί στη σύλληψη μερικών ουσιαστικών χαρακτηριστικών της γλώσσας αυτής. Ένας υπολογιστής που οδηγείται μόνο από τη σχετική πιθανότητα των δυνατών ακολουθιών τριών γραμμάτων μπορεί να δώσει μια τυχαία ροή χωρίς νόημα, που όμως μπορεί να αναγνωριστεί πως είναι *αγγλικά* χωρίς νόημα. Οι ειδικοί στην κρυπτογραφία έχουν χρησιμοποιήσει από παλιά τέτοια στατιστικά στοιχεία για να αποκρυπτογραφήσουν απλούς κώδικες. Οι μηχανικοί των επικοινωνιών τα χρησιμοποιούν σήμερα για να σχεδιάζουν τεχνικές συμπίεσης δεδομένων, αφαιρώντας τον πλεονασμό ώστε να μη σπαταλούν χώρο σε μια γραμμή επικοινωνίας ή σε ένα δίσκο μνήμης. Για τον Σάννον, ο σωστός τρόπος που πρέπει να βλέπουμε αυτά τα στοιχεία είναι ο εξής: μια ροή δεδομένων στην καθημερινή γλώσσα δεν είναι τυχαία. Κάθε νέο μπιτ καθορίζεται εν μέρει από τα προηγούμενα· συνεπώς, κάθε νέο μπιτ μεταφέρει πραγματική πληροφορία κάπως μικρότερη από αυτή που περιέχεται σ' ένα σύνηθες μπιτ. Σ' αυτή τη διατύπωση υπήρχε ένα παράδοξο. Όσο πιο τυχαία είναι μια ροή δεδομένων, τόσο πιο πολλή πληροφορία μεταφέρεται από κάθε νέο μπιτ.

Πέρα από την τεχνική της ευστοχία, στην αρχή της εποχής των υπολογιστών, η θεωρία πληροφοριών του Σάννον είχε μέτρια φιλοσοφική διάσταση και ένα σημαντικό μέρος της γοητείας που άσκησε σε ερευνητές έξω από το πεδίο του Σάννον μπορούσε να αποδοθεί στην επιλογή μιας μόνο λέξης: εντροπία. Όπως είπε και ο Ουόρρεν Ουίβερ (Warren Weaver) σε μια κλασική επισκόπηση της θεωρίας πληροφοριών, «όταν συναντά κανείς την έννοια της εντροπίας στη θεωρία επικοινωνιών, έχει δίκιο να εκπλήσσεται — έχει δίκιο να υποπτεύεται ότι κάποιος έχει βρει κάτι που μπορεί να αποδειχτεί βασικό και σημαντικό». Η έννοια της εντροπίας προέρχεται από τη θερμοδυναμική, όπου χρησιμεύει στη διατύπωση του Δεύτερου Νόμου της, της άτεγκτης τάσης του σύμπαντος και κάθε μονωμένου συστήματος μέσα σ' αυτό να τείνουν προς μια κατάσταση αυξανόμενης αταξίας. Χωρίστε ένα δοχείο στη μέση με κάποιο διάφραγμα. Γεμίστε το μισό με νερό και το άλλο με μελάνι. Περιμένετε να ηρεμήσουν. Αφαιρέστε το διάφραγμα. Μέσα από την τυχαία κίνηση των μορίων, τελικά το μελάνι και το νερό θα αναμειχθούν. Ο επαναδιαχωρισμός του μείγματος σε μελάνι και νερό δεν θα συμβεί, ακόμα κι αν περιμένετε ως το τέλος του κόσμου — γι' αυτό και συχνά λέγεται ότι ο Δεύτερος Νόμος είναι εκείνος που κάνει το χρόνο μονόδρομο. Εντροπία είναι το όνομα εκείνης της ιδιότητας των συστημάτων που, σύμφωνα με τον Δεύτερο Νόμο, αυξάνεται — ανάμειξη, αταξία, τυχαίο, Η έννοια αυτή είναι πιο εύκολο να κατανοηθεί διαισθητικά παρά να μετρηθεί σε μια πραγματική κατάσταση. Ποιο θα θεωρούσαμε αξιόπιστο τεστ του βαθμού της ανάμειξης δύο ουσιών; Θα μπορούσε κάποιος να σκεφτεί να μετρήσει τα μόρια της κάθε ουσίας σ' ένα δείγμα. Αλλά τι θα γινόταν αν αυτά είχαν διαταχθεί με τη σειρά ναι-όχι-ναι-όχι-ναι-όχι-ναι-όχι; Η αταξία δε θα μπορούσε να χαρακτηριστεί μεγάλη. Κάποιος θα μπορούσε να μετρήσει μόνο τα άρτια μόρια, αλλά τι θα γινόταν αν η διευθέτηση τους ήταν ναι-όχι-όχι-ναι-ναι-όχι-όχι-ναι; Η τάξη παρεισφρύει με τρόπους που αντιστέκονται σε κάθε απλό αλγόριθμο μέτρησης. Και στη θεωρία πληροφοριών, τα ζητήματα του νοήματος και της αναπαράστασης παρουσιάζουν πρόσθετη πολυπλοκότητα. Μια ακολουθία όπως η 01 0100 0100 0010 111 010 Π 00 000 0010 111 010 11 0100 0 000 000 ... μπορεί να φαίνεται πως έχει τάξη μόνο σε έναν

παρατηρητή που ξέρει σήματα Μορς και Σαίξπηρ. Και τι γίνεται με τις τοπολογικά περίεργες μορφές των παράξενων ελκυστών;

Για τον Ρόμπερτ Σόου, οι παράξενοι ελκυστές ήταν μηχανές πληροφοριών. Σύμφωνα με την πρώτη και πιο μεγαλειώδη σύλληψη του, το χάος πρόσφερε ένα φυσικό τρόπο για να ξαναμπούν στις φυσικές επιστήμες, με ανανεωμένη μορφή, οι ιδέες που είχε πάρει η θεωρία πληροφοριών από τη θερμοδυναμική. Οι παράξενοι ελκυστές, που συγχώνευαν τάξη και αταξία, έδιναν μια προκλητική τροπή στο ζήτημα της μέτρησης της εντροπίας ενός συστήματος. Χρησίμευαν ως αποτελεσματικοί αναμεικτήρες. Δημιουργούσαν μη προβλεψιμότητα. Αύξαναν την εντροπία. Και, όπως κατάλαβε ο Σόου, δημιουργούσαν πληροφορία εκεί που δεν υπήρχε.

Μια μέρα, ο Νόρμαν Πάκαρντ διάβαζε το περιοδικό *Scientific American* και το μάτι του έπεσε σε μια διαφήμιση για ένα διαγωνισμό δοκιμίου που ονομαζόταν Διαγωνισμός Λουί Ζακό (Louis Jacot). Ο διαγωνισμός ήταν περίεργος — είχε ένα πλούσιο χρηματικό βραβείο που το πρόσφερε κάποιος γάλλος χρηματοδότης ο οποίος είχε αναπτύξει μια δική του θεωρία σχετικά με τη δομή του σύμπαντος, με γαλαξίες μέσα στους γαλαξίες. Η διαφήμιση ζητούσε δοκίμια πάνω στο θέμα του Ζακό, ό,τι κι αν ήταν. («Εμοιαζε με προσχεδιασμένη φάρσα», είπε ο Φάρμερ.) Αλλά η κριτική επιτροπή του διαγωνισμού ήταν εντυπωσιακή, με μέλη από το γαλλικό επιστημονικό κατεστημένο· το χρηματικό ποσό ήταν επίσης εντυπωσιακό. Ο Πάκαρντ έδειξε τη διαφήμιση στον Σόου. Η προθεσμία για την υποβολή των δοκιμίων έληγε την πρωτοχρονιά του 1978.

Εκείνη την εποχή, η κολεκτίβα συναντιόταν τακτικά σ' ένα παλιό εξοχικό σπίτι στη Σάντα Κρουζ, κοντά στην παραλία. Το σπίτι ήταν γεμάτο φτηνά έπιπλα και εξοπλισμό για υπολογιστές, που μεγάλο μέρος του χρησιμοποιούνταν για το πρόβλημα της ρουλέτας. Ο Σόου είχε μεταφέρει εκεί κι ένα πιάνο, κι έπαιζε μουσική μπαρόκ ή αυτοσχεδίαζε συνδυάζοντας κλασικά και μοντέρνα κομμάτια. Στις συναντήσεις τους οι φυσικοί ακολουθούσαν ένα δικό τους στυλ δουλειάς. Συνήθως έριχναν ιδέες και στη συνέχεια τις πέρναγαν από ένα κόσκινο πρακτικότητας, διάβαζαν βιβλιογραφία και ασχολούνταν με δικά τους άρθρα. Τελικά έμαθαν να συνεργάζονται σε άρθρα περιοδικών με αποδοτικό

συλλογικό τρόπο, αλλά το πρώτο άρθρο ήταν του Σόου, ένα από τα λίγα που έγραψε στη ζωή του, και κράτησε το χειρόγραφο για τον εαυτό του — κάτι που τον χαρακτήριζε. Το άρθρο ήταν ήδη καθυστερημένο — κάτι που επίσης τον χαρακτήριζε.

Το Δεκέμβριο του 1977, ο Σόου έφυγε από τη Σάντα Κρουζ για να παρακολουθήσει το πρώτο συνέδριο της Ακαδημίας Επιστημών της Νέας Υόρκης, που ήταν αφιερωμένο στο χάος. Τα εισιτήρια τα πλήρωσε ο καθηγητής του της υπεραγωγιμότητας και ο Σόου έφτασε στο συνέδριο απρόσκλητος, για ν' ακούσει από κοντά τους επιστήμονες που γνώριζε μόνο από τα γραπτά τους — τον Νταβίντ Ρουέλ, τον Ρόμπερτ Μέυ τον Τζέιμς Γιορκ, Ένιωθε δέος για κείνους τους ανθρώπους όπως και για το αστρονομικό ποσό των 35 δολαρίων τη βραδιά που πλήρωνε στο ξενοδοχείο Μπαρμπιζόν. Ενώ παρακολουθούσε τις ομιλίες, ταλαντευόταν ανάμεσα στο αίσθημα ότι χωρίς να το ξέρει είχε επινοήσει ιδέες που εκείνοι οι άνθρωποι είχαν επεξεργαστεί με τρομερή λεπτομέρεια, και στο αίσθημα ότι είχε μια σπουδαία νέα άποψη να προσφέρει. Είχε φέρει μαζί του σ' ένα φάκελο το πρόχειρο και ημιτελές άρθρο του πάνω στη θεωρία πληροφοριών, κακογραμμένο με το χέρι σε φύλλα χαρτί, και προσπάθησε, πρώτα στο ξενοδοχείο και μετά σε καταστήματα επισκευής γραφομηχανών, να βρει μία για να το καθαρογράψει, αλλά δεν τα κατάφερε. Στο τέλος φεύγοντας πήρε πίσω το φάκελο. Αργότερα, όταν οι φίλοι του τον παρακαλούσαν να τους πει περισσότερες λεπτομέρειες, αυτός τους έλεγε ότι το αποκορύφωμα ήταν ένα δείπνο που δόθηκε προς τιμήν του Έντουαρντ Λόρεντζ, ο οποίος τελικά έπαιρνε την αναγνώριση που δεν του είχε δοθεί τόσα χρόνια. Όταν ο Λόρεντζ μπήκε στην αίθουσα, κρατώντας δειλά το χέρι της γυναίκας του, οι επιστήμονες σηκώθηκαν όρθιοι και τον χειροκρότησαν. Ο Σόου είχε εντυπωσιαστεί από την τρομοκρατημένη έκφραση του μετεωρολόγου!

Λίγες εβδομάδες αργότερα, ο Σόου πήγε ταξίδι στο Μαίην, όπου οι γονείς του είχαν ένα εξοχικό, κι εκεί ταχυδρόμησε τελικά το άρθρο του για το διαγωνισμό Ζακό. Η πρωτοχρονιά είχε περάσει, αλλά ο διευθυντής του τοπικού ταχυδρομείου δέχτηκε γεναιόδωρα να βάλει μια προηγούμενη ημερομηνία. Το άρθρο, ένα μείγμα ακατανόητων μαθηματικών και ενορατικής φιλοσοφίας που τα συνόδευαν διευκρινιστικές εικόνες του Κρις, του α-

δελφού του Σόου, σαν κινούμενα σχέδια, κέρδισε μια τιμητική μνεία. Ο Σόου πήρε ένα αρκετά μεγάλο χρηματικό βραβείο κι έτσι μπόρεσε να πληρώσει το ταξίδι για το Παρίσι όταν έγινε η απονομή. Ήταν ένα μικρό επίτευγμα, αλλά ήρθε σε μια στιγμή που οι σχέσεις της ομάδας με το τμήμα του Πανεπιστημίου ήταν δύσκολες. Είχαν μεγάλη ανάγκη από οποιοδήποτε εξωτερικό δείγμα αξιοπιστίας μπορούσαν να βρουν. Ο Φάρμερ παρατούσε την αστροφυσική, ο Πάκαρντ εγκατέλειπε τη στατιστική μηχανική και ο Κράτσφιλντ δεν ήταν ακόμα έτοιμος να ξεκινήσει διδακτορικό. Το τμήμα φυσικής της Σάντα Κρούζ αισθάνθηκε ότι δεν έλεγχε τα πράγματα.

ΤΟ ΑΡΘΡΟ «Strange Attractors, Chaotic Behavior and Information Flow» (Παράξενοι Ελκυστές, Χαοτική Συμπεριφορά και Ροή Πληροφοριών) κυκλοφόρησε εκείνο το χρόνο σε φυλλάδιο πριν απ' την κανονική έκδοση· έφτασε τελικά τα 1.000 περίπου αντίτυπα, και ήταν η πρώτη συστηματική προσπάθεια να συνδυαστούν η θεωρία πληροφοριών και το χάος.

Ο Σόου έβγαλε από την αφάνεια μερικές υποθέσεις της κλασικής μηχανικής. Στα φυσικά συστήματα η ενέργεια υπάρχει σε δύο επίπεδα: στις μακροκλίμακες, όπου τα καθημερινά αντικείμενα μπορούν να απαριθμούνται και να μετριούνται, και στις μικροκλίμακες, όπου αμέτρητα άτομα κάνουν τυχαίες κινήσεις, χωρίς να μπορούν να μετρηθούν παρά μόνο ως μέσος όρος— η θερμοκρασία. Όπως παρατήρησε ο Σόου, η συνολική ενέργεια που υπάρχει στις μικροκλίμακες μπορεί να ξεπερνά την ενέργεια των μακροκλιμάκων, αλλά στα κλασικά συστήματα αυτή η θερμική κίνηση είναι ασύνδετη — είναι απομονωμένη, και δεν μπορούσε να χρησιμοποιηθεί. Οι κλίμακες δεν επικοινωνούν μεταξύ τους. «Δε χρειάζεται να ξέρει κανείς τη θερμοκρασία για να ασχοληθεί με ένα πρόβλημα κλασικής μηχανικής», έλεγε, Ωστόσο, ήταν άποψη του Σόου ότι τα χαοτικά και τα σχεδόν χαοτικά συστήματα γεφύρωναν το χάσμα ανάμεσα στις μικροκλίμακες και στις μακροκλίμακες. Χάος ήταν η δημιουργία πληροφορίας.

Ας φανταστούμε πώς ρέει το νερό μετά από ένα εμπόδιο. Όπως ξέρει κάθε επιστήμονας της υδροδυναμικής, αλλά και κάθε κωπηλάτης, αν το νερό ρέει αρκετά γρήγορα, δημιουργεί δίνες στην κατεύθυνση της ροής. Σε κάποια ταχύτητα, οι δίνες μένουν

ακίνητες. Σε μεγαλύτερη ταχύτητα, μετακινούνται. Ένας πειραματιστής μπορεί να διαλέξει πολλές μεθόδους για να βγάλει δεδομένα από ένα τέτοιο σύστημα, δοκιμάζοντας διάφορες ταχύτητες κτλ., αλλά γιατί να μη δοκιμάσει κάτι απλό: να διαλέξει ένα σημείο, ακριβώς στην κατεύθυνση της ροής, και σε τακτά χρονικά διαστήματα, να παρατηρεί αν η δίνη περιστρέφεται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά του.

Αν οι δίνες είναι ακίνητες, η ροή των δεδομένων θα είναι ως εξής: αριστερά-αριστερά-αριστερά-αριστερά-αριστερά-αριστερά-αριστερά-αριστερά-αριστερά-αριστερά-αριστερά. Μετά από λίγο, ο παρατηρητής αρχίζει να αισθάνεται ότι τα νέα μπιτ των δεδομένων δεν δίνουν νέες πληροφορίες σχετικά με το σύστημα.

Είναι επίσης δυνατό οι δίνες να κινούνται αριστερά δεξιά περιοδικά: αριστερά-δεξιά-αριστερά-δεξιά-αριστερά-δεξιά-αριστερά-δεξιά-αριστερά-δεξιά-αριστερά-δεξιά. Και πάλι, αν και στην αρχή το σύστημα φαίνεται λίγο πιο ενδιαφέρον, γρήγορα σταματά να προσφέρει εκπλήξεις.

Καθώς όμως το σύστημα γίνεται χαοτικό, ακριβώς εξαιτίας της μη προβλεψιμότητας της συμπεριφοράς του, παράγει μια σταθερή ροή πληροφοριών. Κάθε νέα παρατήρηση είναι ένα νέο μπιτ. Αυτό είναι πρόβλημα για τον πειραματικό, ο οποίος προσπαθεί να χαρακτηρίσει πλήρως το σύστημα. «Του είναι αδύνατο να σταματήσει τις παρατηρήσεις», είπε ο Σόου, «Η ροή είναι μια συνεχής πηγή πληροφοριών».

Από πού προέρχονται αυτές οι πληροφορίες; Από τη θερμοκρασία των μακροκλιμάκων ή τα δισεκατομμύρια των μορίων που συμμετέχουν στον τυχαίο θερμοδυναμικό τους χορό; Όπως ακριβώς ο στροβιλισμός εκπέμπει ενέργεια από τις μεγάλες κλίμακες προς τις μικρές, μέσα από αλυσίδες δινών στις καταναλωτικές μικρές κλίμακες της εσωτερικής τριβής, έτσι και η πληροφορία εκπέμπεται αντίστροφα από τις μικρές κλίμακες προς τις μεγάλες — έτσι τουλάχιστον άρχισαν να περιγράφουν το φαινόμενο αυτό ο Σόου και οι συνάδελφοι του. Και ο φορέας που εκπέμπει την πληροφορία προς τις μεγάλες κλίμακες είναι ο παράξενος ελκυστής, που μεγεθύνει το αρχικό τυχαίο, όπως ακριβώς το Φαινόμενο της Πεταλούδας μεγεθύνει τις μικρές αβεβαιότητες σε καιρικές συνθήκες μεγάλης κλίμακας,

Το ερώτημα ήταν πόσο το μεγέθυνε. Ο Σόου, αφού χωρίς να

το ξέρει επανέλαβε ένα μέρος της εργασίας, διαπίστωσε ότι και πάλι κάποιοι σοβιετικοί επιστήμονες είχαν φτάσει στο σημείο αυτό πρώτοι. Ο Α.Ν. Κολμογκόροφ και ο Γιάσα Σινάι είχαν επεξεργαστεί μαθηματικά με ποιον τρόπο «η εντροπία ανά μονάδα χρόνου» ενός συστήματος απεικονίζεται στις γεωμετρικές εικόνες επιφανειών που τεντώνονται και αναδιπλώνονται στο χώρο των φάσεων. Η κεντρική ιδέα της τεχνικής ήταν να σχεδιαστεί ένα οσοδήποτε μικρό κουτί που περιέχει ένα σύνολο αρχικών συνθηκών (με τον ίδιο τρόπο που μπορεί κανείς να σχεδιάσει ένα τετράγωνο στην επιφάνεια ενός μπαλονιού) και μετά να υπολογιστούν τα αποτελέσματα διαφόρων διαστολών ή στροφών του κουτιού, Μπορούσε, για παράδειγμα, να τεντωθεί προς τη μια κατεύθυνση, παραμένοντας στενό στην άλλη. Η αλλαγή του εμβαδού αντιστοιχούσε στην εισαγωγή μιας αβεβαιότητας σχετικά με το παρελθόν του συστήματος, γεγονός που αποτελούσε κέρδος ή απώλεια πληροφορίας.

Στο βαθμό που η λέξη πληροφορία ήταν μια γοητευτική λέξη για τη μη προβλεψιμότητα, αυτή η σύλληψη απλώς συμφωνούσε με τις ιδέες που ανέπτυσσαν επιστήμονες σαν τον Ρουέλ. Αλλά η βάση της θεωρίας πληροφοριών επέτρεψε στην ομάδα της Σάντα Κρουζ να υιοθετήσει ένα σύνολο μαθηματικών συλλογισμών που είχαν διερευνηθεί σε βάθος από θεωρητικούς των επικοινωνιών. Το πρόβλημα της εισαγωγής εξωγενούς θορύβου σε ένα κατά τα άλλα ντετερμινιστικό σύστημα, για παράδειγμα, ήταν καινούριο στη δυναμική αλλά αρκετά γνωστό στις επικοινωνίες. Ωστόσο, η πραγματική έλξη γι' αυτούς τους νέους επιστήμονες μόνο κατά ένα μέρος ήταν τα μαθηματικά. Όταν μιλούσαν για συστήματα που παρήγαν πληροφορίες, είχαν στο μυαλό τους την αυτογενή παραγωγή μορφών στον κόσμο. «Στο αποκορύφωμα της πολύπλοκης δυναμικής βρίσκονται οι διαδικασίες της βιολογικής εξέλιξης ή διαδικασίες της σκέψης», έλεγε ο Πάκαρντ. «Διαισθητικά, φαίνεται μια προφανής κατεύθυνση κατά την οποία αυτά τα ακραία πολύλοκα συστήματα δημιουργούν πληροφορία. Δισεκατομμύρια χρόνια πριν υπήρχαν απλώς άμορφες μάζες πρωτοπλάσματος. Σήμερα, δισεκατομμύρια χρόνια αργότερα, υπάρχουμε εμείς. Οι πληροφορίες έχουν δημιουργηθεί και έχουν αποθηκευτεί στη δομή μας. Στην ανάπτυξη της νόησης του ανθρώπου, από την παιδική του ηλικία, οι πληροφορίες δεν συσσωρεύονται α-

πλώς αλλά και γεννιούνται — δημιουργούνται από συσχετίσεις που πριν δεν υπήρχαν». Αυτές ήταν κουβέντες που μπορούσαν να κάνουν έναν συνηθισμένο φυσικό να πελαγώσει.

ΤΑ ΜΕΛΗ ΑΥΤΗΣ ΤΗΣ ομάδας ήταν κατ' αρχήν μάστορες και μόνο κατά δεύτερο λόγο φιλόσοφοι. Θα μπορούσαν άραγε να φτιάξουν μια γέφυρα ανάμεσα στους παράξενους ελκυστές που τους ήξεραν πολύ καλά και στα πειράματα της κλασικής φυσικής; Ήταν άλλο πράγμα να λένε ότι τα δεδομένα δεξιά-αριστερά-δεξιά-δεξιά-αριστερά-δεξιά-αριστερά-αριστερά-αριστερά-δεξιά ήταν απρόβλεπτα και δημιουργούσαν πληροφορία, και εντελώς διαφορετικό να παίρνουν μια ροή πραγματικών δεδομένων και να μετρούν γι' αυτά τον εκθέτη Λιαπούνοφ, την εντροπία τους, τη διάσταση τους. Οι φυσικοί της Σάντα Κρουζ είχαν αποκτήσει όμως μ' αυτές τις ιδέες μεγαλύτερη άνεση απ' ό,τι οι παλιότεροι συνάδελφοι τους. Καθώς ζούσαν με παράξενους ελκυστές μέρα και νύχτα, πείστηκαν ότι τους αναγνώριζαν στα «κυματιστά» φαινόμενα της καθημερινής τους ζωής.

Είχαν ένα παιχνίδι που το έπαιζαν όταν κάθονταν καμιά φορά στην καφετέρια. Ρωτούσαν: Ποιος είναι ο πλησιέστερος σε μάς παράξενος ελκυστής; Είναι παράξενος ελκυστής αυτός ο προφυλακτήρας του αυτοκινήτου που κροταλίζει, εκείνη η σημαία που κυματίζει χαοτικά στο σταθερό αεράκι, το φύλλο που πηγαίνει πέρα δώθε; «Δεν μπορείς να το καταλάβεις μέχρι να κάνεις την κατάλληλη νοητική μεταφορά που θα σου επιτρέψει να το αντιληφθείς», έλεγε ο Σόου, παραφράζοντας τον Τόμας Κουν. Παλιά, ο Μπιλ Μπερκ, ο φίλος τους που ασχολούνταν με τη σχετικότητα, πείστηκε ότι ο ταχογράφος του αυτοκινήτου του ταλαντωνόταν με τον μη γραμμικό τρόπο ενός παράξενου ελκυστή. Και ο Σόου, οργανώνοντας ένα πειραματικό πρόγραμμα που θα τον απασχολούσε για χρόνια, υιοθέτησε ένα δυναμικό σύστημα τόσο κοινό, που δε θα μπορούσε να το φανταστεί κανένας φυσικός: μια βρύση που στάζει. Οι περισσότεροι άνθρωποι φαντάζονται πως το στάξιμο της βρύσης είναι απόλυτα περιοδικό. Αυτό όμως δεν είναι απαραίτητα αληθινό, όπως μπορεί να αποδειχτεί μέσα σε ένα λεπτό. «Αυτό είναι το απλό παράδειγμα ενός συστήματος που μεταβαίνει από προβλέψιμη σε απρόβλεπτη συμπεριφορά», είπε ο Σόου. «Αν ανοίξετε λίγο τη βρύση, μπορείτε να δείτε μια

κατάσταση κατά την οποία οι ήχοι των σταγόνων στο νεροχύτη είναι ακανόνιστοι. Όπως αποδείχνεται, πέρα από ένα μικρό χρονικό διάστημα, αυτός ο ήχος δεν έχει προβλέψιμη μορφή. Έτσι, ακόμα και κάτι απλό (όσο μια βρύση) μπορεί να δημιουργήσει μια μορφή που αιώνια να δημιουργεί άλλες».

Η βρύση που στάζει, αν θεωρηθεί ως δημιουργός οργάνωσης, προσφέρει λίγα στοιχεία για επεξεργασία. Δημιουργεί μόνο σταγόνες και κάθε σταγόνα είναι περίπου η ίδια με την προηγούμενη. Αλλά για έναν ερευνητή του χάους που μόλις ξεκινά, η βρύση που στάζει έχει, όπως αποδείχτηκε, ορισμένα πλεονεκτήματα. Όλοι έχουμε στο μυαλό μας μια εικόνα αυτού του φαινομένου. Η ροή των δεδομένων δεν θα μπορούσε να είναι περισσότερο μονοδιάστατη: ένα ρυθμικό χτύπημα διακριτών σημείων μετρημένων στο χρόνο. Καμία απ' αυτές τις ιδιότητες δεν μπορούσε να βρεθεί σε συστήματα που η ομάδα της Σάντα Κρουζ διερεύνησε αργότερα — στο ανοσοποιητικό σύστημα του ανθρώπου, για παράδειγμα, ή στην ενοχλητική ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση που υποβίβαζε ανεξήγητα την απόδοση των συγκρουόμενων δεσμών σωματιδίων στο Κέντρο Γραμμικού Επιταχυντή του Στάνφορντ. Ο Λιμπσαμπέρ και ο Σουίννεϋ στα πειράματα τους πήραν μια μονοδιάστατη ροή δεδομένων βάζοντας *έναν μετρητή* σε ένα τυχαίο σημείο ενός λίγο πιο πολύπλοκου συστήματος. Στη βρύση, αντίθετα, τα δεδομένα παράγονταν *μόνα τους,* και δεν επρόκειτο για συνεχώς κυμαινόμενη ταχύτητα ή θερμοκρασία — ήταν απλώς ένας κατάλογος χρόνων που αντιστοιχούσαν στη δημιουργία των σταγόνων.

Ένας παραδοσιακός φυσικός που θα αντιμετώπιζε ένα τέτοιο σύστημα θα ξεκινούσε κατασκευάζοντας ένα κατά το δυνατόν πλήρες μοντέλο. Οι διαδικασίες που καθορίζουν τη δημιουργία και την απόσπαση των σταγόνων είναι γνωστές, αν και όχι τόσο απλές όσο φαίνονται. Μια σημαντική μεταβλητή είναι η παροχή. (Αυτή έπρεπε να είναι μικρή σε σύγκριση με τα περισσότερα υδροδυναμικά συστήματα. Ο Σόου συνήθως παρατηρούσε ρυθμούς σταγόνων 1 μέχρι 10 στο δευτερόλεπτο, πράγμα που σήμαινε παροχή 120 μέχρι 1.200 λίτρα το δεκαπενθήμερο.) Άλλες μεταβλητές ήταν η εσωτερική τριβή του υγρού και η επιφανειακή τάση. Μια σταγόνα νερό που κρέμεται από μια βρύση και κοντεύει να στάξει αποκτά ένα πολύπλοκο τρισδιάστατο σχήμα, και ο

υπολογισμός και μόνο αυτού του σχήματος ήταν, όπως έλεγε ο Σόου, «ένας υπολογισμός που απαιτούσε όλες τις δυνατότητες του πιο σύγχρονου υπολογιστή». Επιπλέον, το σχήμα απέχει πολύ από το να είναι στατικό. Μια σταγόνα γεμάτη νερό είναι σαν μια ελαστική σακούλα που δημιουργείται από την επιφανειακή τάση, που ταλαντώνεται εδώ και εκεί, που η μάζα της αυξάνεται —και τα τοιχώματα της τεντώνονται— μέχρι που περνά ένα κρίσιμο σημείο και η σταγόνα σπάζει. Ένας φυσικός που θα προσπαθούσε να φτιάξει ένα πλήρες μοντέλο για το πρόβλημα της σταγόνας — καταγράφοντας σύνολα συζευγμένων μη γραμμικών μερικών διαφορικών εξισώσεων με κατάλληλες οριακές συνθήκες και προσπαθώντας στη συνέχεια να τις λύσει — θα χανόταν σε μια ατελείωτη περιπέτεια.

Μια άλλη προσέγγιση θα ήταν να ξεχάσουμε τη φυσική και να δούμε μόνο τα δεδομένα, σαν να τα βρίσκαμε μέσα στο μαύρο κουτί. Έχοντας ένα σύνολο αριθμών που παριστάνουν τα χρονικά διαστήματα μεταξύ των σταγόνων, θα μπορούσε ένας ειδικός της χαοτικής δυναμικής να βρει κάτι χρήσιμο να πει; Πράγματι, όπως αποδειχνόταν, μπορούσαν να επινοηθούν μέθοδοι που να οργανώνουν τέτοια δεδομένα και να επιστρέφουν στη συνέχεια στο πρόβλημα της φυσικής· αυτές οι μέθοδοι έγιναν απαραίτητες για τη δυνατότητα εφαρμογής του χάους σε προβλήματα του πραγματικού κόσμου.

Αλλά ο Σόου ξεκίνησε από κάπου ανάμεσα στα δύο αυτά άκρα, κάνοντας ένα είδος καρικατούρας ενός ολοκληρωμένου φυσικού μοντέλου. Αγνοώντας τα σχήματα των σταγόνων, αγνοώντας τις τρισδιάστατες πολύπλοκες κινήσεις, συνόψισε χοντρικά τη φυσική της σταγόνας. Φαντάστηκε ένα σώμα που κρέμεται από ένα ελατήριο. Φαντάστηκε ότι το βάρος μεγάλωνε με το χρόνο. Καθώς μεγάλωνε, το ελατήριο τεντωνόταν και το σώμα κρεμιόταν όλο και πιο χαμηλά. Όταν έφτανε σε ένα ορισμένο σημείο, ένα τμήμα του σώματος αποκοβόταν. Το μέγεθος αυτού του τμήματος, υπέθεσε αυθαίρετα ο Σόου, εξαρτιόταν από την ταχύτητα της πτώσης του σώματος τη στιγμή που έφτανε στο κρίσιμο σημείο αποκοπής.

Στη συνέχεια βέβαια, το σώμα που θα απέμενε θα αναπηδούσε, όπως συμβαίνει με κάθε ελατήριο, κάνοντας ταλαντώσεις — που όλοι οι σπουδαστές μπορούν να μελετήσουν με τη βοήθεια κλα-

σικών εξισώσεων. Το ενδιαφέρον χαρακτηριστικό αυτού του μοντέλου — το *μοναδικό,* το οποίο αποτελεί ταυτόχρονα και τη μη γραμμική διαταραχή που δημιουργεί τη χαοτική συμπεριφορά — ήταν ότι η επόμενη «σταγόνα» εξαρτιόταν από την αλληλεπίδραση της ελαστικότητας του ελατηρίου με το καινούριο συνεχώς αυξανόμενο βάρος. Η κίνηση προς τα κάτω βοηθούσε το σώμα να φτάσει στο σημείο αποκοπής πιο γρήγορα, ενώ η κίνηση προς τα πάνω καθυστερούσε λίγο τη διαδικασία. Στις πραγματικές βρύσες οι σταγόνες δεν έχουν όλες το ίδιο μέγεθος. Το μέγεθος εξαρτάται και από την ταχύτητα της ροής και από την κατεύνθυνση της ταλάντωσης τη στιγμή της δημιουργίας της σταγόνας. Αν μια σταγόνα αρχίσει τη ζωή της κινούμενη προς τα κάτω, τότε θα αποσπαστεί γρηγορότερα. Αν τύχει να κινείται προς τα πάνω, τότε θα μπορέσει να φουσκώσει λίγο περισσότερο πριν αποκοπεί. Το μοντέλο του Σόου ήταν αρκετά ακατέργαστο ώστε μπορούσε να συνοψιστεί σε τρεις διαφορικές εξισώσεις, τις ελάχιστες απαραίτητες για το χάος, όπως είχαν δείξει ο Πουανκαρέ και ο Λόρεντζ. Αλλά θα μπορούσε να δημιουργήσει όση πολυπλοκότητα δημιουργεί και μια πραγματική βρύση; Και θα ήταν η πολυπλοκότητα του ίδιου είδους;

Έτσι ο Σόου βρέθηκε να κάθεται σ' ένα εργαστήριο του κτιρίου της φυσικής, με ένα μεγάλο πλαστικό κάδο γεμάτο νερό πάνω από το κεφάλι του κι ένα σωλήνα που έπεφτε προς τα κάτω καταλήγοντας σ' ένα μπρούντζινο στόμιο. Κάθε σταγόνα, καθώς έπεφτε, διέκοπτε μια δέσμη φωτός και ένας μικροϋπολογιστής στο διπλανό δωμάτιο κατέγραφε τη χρονική στιγμή. Στο μεταξύ ο Σόου είχε έτοιμες στον αναλογικό υπολογιστή τις τρεις εξισώσεις του, οι οποίες έδιναν μια ροή φανταστικών δεδομένων. Κάποια μέρα έκανε μια ομιλία για τη Σχολή — μια «ψευτοδιάλεξη» όπως είπε ο Κράτσφιλντ, γιατί οι μεταπτυχιακοί σπουδαστές δεν είχαν δικαίωμα να δίνουν κανονικές διαλέξεις. Έπαιζε μια κασέτα που είχε καταγράψει το σφυροκόπημα των σταγόνων που έσταζαν πάνω σ' ένα κομμάτι λαμαρίνα. Και είχε βάλει τον υπολογιστή του να παράγει ήχους με νευρικό, κοφτό τρόπο, αποκαλύπτοντας ηχητικές δομές. Είχε λύσει το πρόβλημα ταυτόχρονα και με τους δύο τρόπους και οι ακροατές του μπορούσαν να ακούν τη δομή που υποδήλωνε αυτό το φαινομενικά άτακτο σύστημα. Αλλά, για να προχωρήσει παρακάτω, η ομάδα χρειαζό-

ταν έναν τρόπο ώστε, παίρνοντας ανεπεξέργαστα δεδομένα από οποιοδήποτε πείραμα, να επιστρέφει στις *πηγές,* τις εξισώσεις και τους παράξενους ελκυστές που χαρακτηρίζουν το χάος.

Σε ένα πολυπλοκότερο σύστημα, θα μπορούσαμε να σχεδιάσουμε την καμπύλη μεταβολής μιας μεταβλητής σε συνάρτηση με μια άλλη, και να εκφράσουμε, για παράδειγμα, τις μεταβολές της θερμοκρασίας ή της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο. Αλλά η βρύση που έσταζε πρόσφερε μόνο μια σειρά από χρόνους. Έτσι ο Σόου δοκίμασε μια τεχνική που ίσως υπήρξε η πιο εφυής και η πιο σταθερή χειροπιαστή συνεισφορά της ομάδας της Σάντα Κρουζ στην εξέλιξη του χάους. Ήταν μια μέθοδος ανακατασκευής ενός χώρου φάσεων για έναν αόρατο παράξενο ελκυστή και η μέθοδος αυτή μπορούσε να εφαρμοστεί σε οποιαδήποτε σειρά δεδομένων. Για τα δεδομένα της βρύσης που έσταζε, ο Σόου έκανε ένα δισδιάστατο διάγραμμα, στο οποίο ο άξονας χ παρίστανε το χρονικό διάστημα ανάμεσα σε δύο σταγόνες και ο άξονας y παρίστανε το επόμενο χρονικό διάστημα. Αν περνούσαν 150 χιλιοστά του δευτερολέπτου ανάμεσα στην πρώτη και τη δεύτερη σταγόνα και μετά άλλα 150 χιλιοστά του δευτερολέπτου ανάμεσα στη δεύτερη και την τρίτη σταγόνα, τότε θα σχεδίαζε ένα σημείο στη θέση (150, 150).

Αυτό ήταν όλο. Αν το στάξιμο των σταγόνων ήταν κανονικό, όπως έτεινε να είναι όταν το νερό έτρεχε αργά και το σύστημα λειτουργούσε σαν κλεψύδρα, το διάγραμμα θα ήταν βαρετό. Όλα τα σημεία θα βρίσκονταν στην ίδια θέση. Το διάγραμμα θα περιλάμβανε μία μοναδική τελεία, ή περίπου τελεία. Στην πραγματικότητα, η κύρια διαφορά ανάμεσα στη βρύση του υπολογιστή και στην πραγματική ήταν ότι η τελευταία δεχόταν θόρυβο και ήταν ιδιαίτερα ευαίσθητη στις διαταραχές. «Αποδείχνεται ότι πρόκειται για ένα θαυμάσιο σεισμογράφο», είπε ο Σόου ειρωνικά, «πολύ αποδοτικό στο να μεγεθύνει το θόρυβο από τις μικρές κλίμακες στις μεγάλες». Ο Σόου κατέληξε να κάνει την περισσότερη του δουλειά τη νύχτα, όταν η κίνηση στους διαδρόμους ήταν μικρότερη. Ο θόρυβος σήμαινε ότι, αντί να βλέπει τη μία τελεία που προέβλεπε η θεωρία, μπορούσε να βλέπει μια ασαφή κηλίδα.

Καθώς η παροχή αυξανόταν, το σύστημα περνούσε από μια διακλάδωση διπλασιασμού της περιόδου. Οι σταγόνες έπεφταν

σε δύο χρόνους. Το ένα χρονικό διάστημα μπορούσε να είναι 150 χιλιοστά του δευτερολέπτου και το επόμενο 80. Έτσι το διάγραμμα έδειχνε δύο ασαφείς κηλίδες, τη μία με κέντρο στο (150, 80) και την άλλη στο σημείο (80, 150). Η κρίσιμη δοκιμασία για τη μέθοδο του έφτασε όταν η μορφή έγινε χαοτική. Αν ήταν πραγματικά τυχαία, τα σημεία θα ήταν διασκορπισμένα σε ολόκληρη την επιφάνεια του διαγράμματος. Δε θα υπήρχε καμία σχέση ανάμεσα στο ένα διάστημα και στο επόμενο. Αλλά αν μέσα στα δεδομένα βρισκόταν κρυμμένος ένας παράξενος ελκυστής, θα αποκαλυπτόταν με τη συνένωση κηλίδων σε ευδιάκριτες δομές.

Πολλές φορές, για να δει τη δομή ήταν απαραίτητη η ύπαρξη τριών διαστάσεων, αλλά αυτό δεν αποτελούσε πρόβλημα. Η τεχνική μπορούσε εύκολα να γενικευτεί σε περισσότερες διαστάσεις. Αντί να σχεδιάζει το διάστημα ν σε συνάρτηση με το ν+1, μπορούσε να σχεδιάζει το διάστημα ν σε συνάρτηση με το ν+1 και με το ν+2. Αυτό ήταν ένα τέχνασμα. Συνήθως ένα τρισδιάστατο διάγραμμα απαιτεί τη γνώση τριών ανεξάρτητων μεταβλητών σε ένα σύστημα. Το τέχνασμα μετέτρεπε τη μια μεταβλητή σε τρεις. Αντανακλούσε την πίστη αυτών των επιστημόνων ότι η τάξη ήταν τόσο βαθιά ριζωμένη στη φανερή ακαταστασία, ώστε θα μπορούσε να βρει έναν τρόπο να φανερωθεί ακόμα και σε πειραματιστές που δεν ήξεραν ποιες φυσικές μεταβλητές να μετρήσουν ή δεν μπορούσαν να μετρήσουν ευθέως τέτοιες μεταβλητές. Όπως είπε ο Φάρμερ, «όταν σκέφτεστε μια μεταβλητή, η εξέλιξη της πρέπει να επηρεάζεται από όλες τις άλλες μεταβλητές με τις οποίες αλληλεπιδρά. Οι τιμές τους πρέπει, κατά κάποιον τρόπο, να περιέχονται στην ιστορία της μεταβλητής σας. Οπωσδήποτε θα φέρει τη σφραγίδα τους». Στην περίπτωση της βρύσης του Σόου, οι εικόνες ξεκαθάριζαν το ζήτημα. Ιδιαίτερα στις τρεις διαστάσεις, οι μορφές που εμφανίζονταν έμοιαζαν με τους βρόχους καπνού που αφήνει στον ουρανό ένα αεροπλάνο όταν έχει χάσει τον έλεγχο του. Ο Σόου μπορούσε να ταιριάζει σχεδιαγράμματα των πειραματικών δεδομένων με δεδομένα που έβγαιναν από το μοντέλο του αναλογικού του υπολογιστή, αφού η κύρια διαφορά ήταν ότι τα πειραματικά δεδομένα ήταν πάντα πιο ασαφή επειδή παρεμβάλλεται ο θόρυβος· παρ' όλα αυτά αναδυόταν δομή. Η ομάδα της Σάντα Κρουζ άρχιζε να

συνεργάζεται με ανθρώπους έμπειρους στα πειράματα σαν τον Χάρρυ Σουίννεϋ, ο οποίος είχε πάει στο Πανεπιστήμιο του Τέξας στο Όστιν, και έτσι έμαθαν πώς να βρίσκουν παράξενους ελκυστές σε όλα τα είδη συστημάτων. Χρειαζόταν απλώς να τοποθετούν τα δεδομένα σε ένα χώρο φάσεων με πολλές διαστάσεις. Γρήγορα ο Φλόρις Τάκενς, που είχε επινοήσει τους παράξενους ελκυστές μαζί με τον Νταβίντ Ρουέλ, έδωσε ανεξάρτητα μια μαθηματική θεμελίωση γι' αυτή την ισχυρή τεχνική ανακατασκευής του χώρου των φάσεων ενός ελκυστή από μια ροή πραγματικών δεδομένων. Όπως ανακάλυψαν γρήγορα αμέτρητοι ερευνητές, η τεχνική αυτή διακρίνει τον απλό θόρυβο από το χάος, με μια νέα έννοια: το χάος είναι μια τακτική ακαταστασία που δημιουργείται με στοιχειώδεις διαδικασίες. Τα αληθινά τυχαία δεδομένα παραμένουν διασκορπισμένα σε ένα απροσδιόριστο νεφέλωμα. Αλλά το χάος — ντετερμινιστικό και μορφοποιημένο — συγκεντρώνει τα δεδομένα σε ορατά σχήματα. Από όλα τα δυνατά μονοπάτια αταξίας, η φύση ευνοεί μόνο λίγα.

Η ΜΕΤΑΒΑΣΗ ΑΠΟ τον αντάρτη στο φυσικό επιστήμονα ήταν αργή. Κάθε τόσο, ο ένας ή ο άλλος της κολεκτίβας, καθισμένος σε μια καφετέρια ή δουλεύοντας στο εργαστήριο του, δεν μπορούσε να πιστέψει ότι η επιστημονική ιδιοτροπία του διαρκούσε ακόμη. *Θεέ μου, συνεχίζουμε αυτό το πράγμα κι ακόμα έχει νόημα,* έλεγε ο Κράτσφιλντ. *Μένουμε ακόμα στο ίδιο θέμα. Πόσο θα τραβήξει;*

Οι κύριοι υποστηρικτές τους στη Σχολή ήταν, στο τμήμα των μαθηματικών, ο προστευόμενος του Σμέιλ, ο Ραλφ Άμπραχαμ, και στο τμήμα της φυσικής ο Μπιλ Μπερκ, που είχε γίνει «τσάρος του αναλογικού υπολογιστή» για να προστατέψει τουλάχιστον τα δικαιώματα της κολεκτίβας σ' αυτό το μηχάνημα. Οι υπόλοιποι στη Σχολή βρέθηκαν σε πιο δύσκολη θέση. Λίγα χρόνια αργότερα, μερικοί καθηγητές αρνήθηκαν έντονα ότι η κολεκτίβα είχε αναγκαστεί να κατανικήσει την αδιαφορία και την αντίθεση του τμήματος. Η κολεκτίβα αντέδρασε το ίδιο έντονα σ' αυτό που εξέλαβε ως αναθεώρηση της ιστορίας εκ μέρους των όψιμων νεοφώτιστων του χάους. «Δεν είχαμε συμβούλους καθηγητές, κανένας δε μας έλεγε τι να κάνουμε», είπε ο Σόου. «Για πολλά χρόνια παίζαμε έναν ρόλο επιτιθέμενου, κι αυτό συνέχιζε-

ται ακόμη και σήμερα. Ποτέ δε μας χρηματοδότησαν στη Σάντα Κρουζ. Όλοι μας δουλεύαμε για μεγάλα διαστήματα χωρίς πληρωμή, κι από κάθε άποψη όλη η επιχείρηση ήταν προσωπική χωρίς πνευματική ή άλλη υποστήριξη».

Ωστόσο, ανάλογα με τις δυνατότητες της, η Σχολή ανέχτηκε κι ακόμα ενθάρρυνε μια μεγάλη περίοδο έρευνας που φαινόταν να απέχει πολύ από κάθε καθιερωμένο είδος επιστήμης. Ο καθηγητής στον οποίο ο Σόου έκανε τη διατριβή του πάνω στην υπεραγωγιμότητα συνέχιζε να του δίνει το μισθό του κάπου ένα χρόνο αφού εγκατέλειψε τη φυσική χαμηλών θερμοκρασιών. Κανένας δεν έδωσε εντολή να σταματήσει η έρευνα πάνω στο χάος. Στη χειρότερη περίπτωση, η Σχολή είχε μια στάση σιωπηρής αποθάρρυνσης. Από καιρό σε καιρό, κάθε μέλος της κολεκτίβας καλούνταν, καλοπροαίρετα, σε απολογία. Ακόμη και αν κατάφερναν να δικαιολογήσουν το διδακτορικό τους, κανένας δε θα μπορούσε να τους βοηθήσει να βρουν δουλειά σε ένα ανύπαρκτο πεδίο. Αυτό μπορεί να είναι ένα καπρίτσιο, έλεγε η Σχολή, αλλά μετά τι θα κάνεις; Όμως έξω από το άσυλο με τις σεκόιες στους λόφους της Σάντα Κρουζ, το χάος δημιουργούσε τη δική του επιστημονική κοινότητα και η Κολεκτίβα Δυναμικών Συστημάτων δεν μπορούσε παρά να συνδεθεί μαζί της.

Μια χρονιά πήγε στην Σάντα Κρουζ ο Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ, στο πλαίσιο ενός κύκλου διαλέξεων που έκανε για την παγκοσμιότητα. Όπως πάντα, οι ομιλίες του από μαθηματική άποψη ήταν δυσνόητες: η θεωρία της ομάδας επανακανονικοποίησης ήταν ένα δυσνόητο κομμάτι στη φυσική της συμπυκνωμένης ύλης, που η κολεκτίβα δεν το είχε μελετήσει. Επιπλέον, αυτή ενδιαφερόταν περισσότερο για πραγματικά συστήματα παρά για ελκυστικές μονοδιάστατες απεικονίσεις. Στο μεταξύ ο Ντόυν Φάρμερ έμαθε ότι ένας μαθηματικός από το Μπέρκλεϋ, ο Όσκαρ Ε. Λάντφορντ ΙΙΙ, εξερευνούσε το χάος και πήγε να τον βρει για να μιλήσουν. Ο Λάντφορντ τον άκουσε ευγενικά, μετά τον κοίταξε και του είπε ότι δεν είχαν τίποτα κοινό. Αυτός προσπαθούσε να καταλάβει τον Φαϊγκενμπάουμ.

Τι βαρετό! Πού είναι η αίσθηση ευρύτητας αυτού του κυρίου; σκέφτηκε ο Φάρμερ. «Καθόταν και παρατηρούσε αυτές τις μικρές τροχιές. Στο μεταξύ εμείς βρισκόμαστε μέσα στη θεωρία πληροφοριών, σε όλο της το βάθος, αναλύοντας το χάος, αναζη-

τώντας τι το έκανε σημαντικό, προσπαθώντας να συσχετίσουμε τη μετρική εντροπία και τους εκθέτες Λιαπούνοφ με άλλα στατιστικά μεγέθη».

Στη συζήτηση του με τον Φάρμερ, ο Λάντφορντ δεν τόνισε το ζήτημα της παγκοσμιότητας και μόνο αργότερα ο Φάρμερ συνειδητοποίησε ότι το κρίσιμο σημείο του είχε διαφύγει. «Ηταν αφέλεια μου», είπε. «Η ιδέα της παγκοσμιότητας δεν ήταν μόνο ένα σημαντικό αποτέλεσμα. Το επίτευγμα του Μίτσελ ήταν επίσης μια τεχνική για να ανοίξει τους ορίζοντες μιας ολόκληρης στρατιάς ερευνητών κρίσιμων φαινομένων* που είχαν οδηγηθεί σε αδιέξοδο».

«Μέχρι την εποχή εκείνη, φαινόταν ότι τα κρίσιμα φαινόμενα θα έπρεπε να αντιμετωπίζονται κατά περίπτωση. Προσπαθούσαμε να βρούμε μια γλώσσα να τα προσδιορίσουμε ποσοτικά και να τα περιγράψουμε, αλλά και πάλι φαινόταν σαν να έπρεπε τα πάντα να τα αντιμετωπίζουμε κατά περίπτωση. Δε βρήκαμε κανένα τρόπο να ταξινομήσουμε τα συστήματα σε κατηγορίες και να καταγράψουμε λύσεις που θα ήταν έγκυρες για μια ολόκληρη κατηγορία, όπως στα γραμμικά συστήματα. Παγκοσμιότητα σήμαινε να βρούμε ιδιότητες που να είναι ακριβώς ίδιες ποσοτικά για όλα τα μέλη της κατηγορίας. *Προβλέψιμες* ιδιότητες. Γι' αυτό ακριβώς ήταν στ' αλήθεια σημαντική.

«Υπήρχε κι ένας κοινωνιολογικός παράγοντας που προωθούσε ακόμα περισσότερο τα πράγματα. Ο Μίτσελ διατύπωσε τα αποτελέσματα του στη γλώσσα της επανακανονικοποίησης. Μεταχειρίστηκε όλο τον μαθηματικό εξοπλισμό που πολλοί ερευνητές είχαν μάθει να χρησιμοποιούν με δεξιοτεχνία στα κρίσιμα φαινόμενα. Εκείνοι οι ερευνητές περνούσαν δύσκολες ώρες, γιατί θεωρούσαν πως δεν είχαν μείνει πια ενδιαφέροντα προβλήματα. Αναζητούσαν κάτι άλλο για να εφαρμόσουν τα τεχνάσματα τους. Και ξαφνικά εμφανίστηκε ο Φαΐγκενμπάουμ που τα είχε εφαρμόσει με τρόπο εξαιρετικά σημαντικό. Αυτό γέννησε έναν ολόκληρο επιστημονικό τομέα».

Εντελώς ανεξάρτητα ωστόσο, οι σπουδαστές της Σάντα Κρουζ

* Κρίσιμα φαινόμενα είναι μια άλλη ονομασία των μεταβολών φάσης (π.χ. από υγρό σε αέριο κτλ.) οι οποίες αναφέρθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια. (Σ.τ.ε.).

άρχισαν από μόνοι τους να προκαλούν εντύπωση. Μέσα στο τμήμα το άστρο τους άρχισε να ανατέλλει μετά από μια απρόοπτη παρέμβαση σ' ένα συνέδριο για τη φυσική της συμπυκνωμένης ύλης, που οργανώθηκε το χειμώνα του 1978 στο Λαγκούνα Μπιτς. Το οργάνωσε ο Μπερνάρντο Χούμπερμαν (Bernardo Hubertnan) του Κέντρου Ερευνών της Ζήροξ στο Πάλο Άλτο και το Πανεπιστήμιο Στάνφορντ. Η κολεκτίβα δεν προσκλήθηκε, αλλά πήγε στριμωγμένη στο στέισον βάγκον του Σόου— ένα Φορντ, μοντέλο 1959. Η ομάδα κουβάλησε μαζί της και κάποιον εξοπλισμό, που περιλάμβανε μια τεράστια τηλεόραση με μια βιντεοκασέτα. Όταν η ομιλία κάποιου προσκεκλημένου ομιλητή ακυρώθηκε την τελευταία στιγμή, ο Χούμπερμαν κάλεσε τον Σόου να πάρει τη θέση του. Η ευκαιρία ήταν καταπληκτική. Το χάος ήταν η λέξη που ακουγόταν συνέχεια, αλλά λίγοι από τους φυσικούς που παρακολουθούσαν το συνέδριο ήξεραν τι σήμαινε. Έτσι, ο Σόου άρχισε να περιγράφει τους ελκυστές του στο χώρο των φάσεων: πρώτα τα σταθερά σημεία (όπου τα πάντα σταματούν), μετά τους οριακούς κύκλους (όπου όλα ταλαντώνονται) και μετά τους παράξενους ελκυστές (όλα τα άλλα). Παρουσίασε τα γραφικά από τον υπολογιστή του που είχε καταγράψει στη βιοντεοκασέτα. («Τα οπτικοακουστικά μέσα μάς πρόσφεραν ένα πλεονέκτημα», είπε. «Μπορούσαμε να τους υπνωτίσουμε με τα φωτάκια που αναβόσβηναν»,) Φώτισε τον ελκυστή του Λόρεντζ και τη βρύση που στάζει. Εξήγησε τη γεωμετρία — πώς τα σχήματα τεντώνονταν και αναδιπλώνονταν, και τι σήμαινε αυτό στην περίφημη θεωρία πληροφοριών. Και για να κάνει καλή εντύπωση, μίλησε με λίγα λόγια στο τέλος για αλλαγή Παραδείγματος. Η ομιλία ήταν δημόσιος θρίαμβος και στο ακροατήριο βρίσκονταν μερικά μέλη της Σχολής της Σάντα Κρουζ, που έβλεπαν το χάος για πρώτη φορά μέσα από τα μάτια των συναδέλφων τους.

ΤΟ 1979 ΟΛΟΚΛΗΡΗ η ομάδα παρακολούθησε το δεύτερο συνέδριο της Ακαδημίας Επιστημών της Νέας Υόρκης για το χάος, αυτή τη φορά ως κανονικά μέλη. Εκείνο τον καιρό ο κλάδος αυτός γνώριζε μια εκπληκτική ανάπτυξη. Το συνέδριο του 1977 ήταν του Λόρεντζ και το είχαν παρακολουθήσει δεκάδες ειδικοί. Αυτό το συνέδριο ήταν του Φαϊγκενμπάουμ και οι επιστήμονες

κατέφταναν κατά εκατοντάδες. Εκεί που δύο χρόνια νωρίτερα ο Ρομπ Σόου είχε προσπαθήσει δειλά να βρει μια γραφομηχανή για να μπορέσει να γράψει ένα άρθρο και διστακτικά να το κάνει γνωστό στους συνέδρους, τώρα η Κολεκτίβα Δυναμικών Συστημάτων είχε μεταμορφωθεί σε εκδοτικό οργανισμό που έγραφε άρθρα γρήγορα και πάντα με αμοιβαία συνεργασία.

Αλλά η ομάδα δεν μπορούσε να διαρκέσει αιώνια. Όσο πιο κοντά ερχόταν στον πραγματικό κόσμο της επιστήμης, τόσο πλησίαζε στη διάλυση της. Μια μέρα τηλεφώνησε ο Μπερνάντο Χούμπερμαν ζητώντας τον Ρομπ Σόου, αλλά έτυχε να πέσει πάνω στον Κράτσφιλντ. Ο Χούμπερμαν χρειαζόταν ένα συνεργάτη για ένα μεστό και απλό άρθρο στο χάος. Ο Κράτσφιλντ, το νεαρότερο μέλος της κολεκτίβας, που είχε βαρεθεί πια να είναι ο «μικρός» της παρέας, άρχισε να συνειδητοποιεί ότι από μια άποψη η Σχολή της Σάντα Κρουζ είχε δίκιο: καθένας από τους τέσσερις κάποια μέρα θα κρινόταν μόνος του. Ο Χούμπερμαν ήταν ιδιαίτερα έμπειρος στην έρευνα, κάτι που έλειπε από τα μέλη της ομάδας και, συγκεκριμένα, ήξερε πώς να προωθήσει περισσότερο μια δεδομένη εργασία. Είχε δει το εργαστήριο τους και διατηρούσε τις αμφιβολίες του — «Ήταν πολύ ακατάστατο, ξέρεις, σαν μια μηχανή του χρόνου να μας γύριζε στα παιδιά των λουλουδιών και στη δεκαετία του 1960». Αλλά του χρειαζόταν ένας αναλογικός υπολογιστής και πράγματι ο Κράτσφιλντ κατάφερε να λειτουργήσει το πρόγραμμα του σε λίγες ώρες. Αλλά δημιουργήθηκε ένα πρόβλημα με την κολεκτίβα.

«Θέλει να συμμετάσχει ολόκληρη η παρέα», είπε κάποια στιγμή ο Κράτσφιλντ στον Χούμπερμαν, κι αυτός αρνήθηκε κατηγορηματικά. «Δεν υπάρχει μόνο ένα πρόβλημα πατρότητας, αλλά και ένα θέμα ευθύνης. Πες ότι το άρθρο είναι λάθος — θα ντροπιάσεις μια ολόκληρη κολεκτίβα; Εγώ πάντως δεν είμαι μέλος καμιάς *κολεκτίβας*». Ήθελε ένα συνεργάτη για μια φροντισμένη εργασία.

Το αποτέλεσμα ήταν ακριβώς αυτό που είχε ελπίσει ο Χούμπερμαν: το άρθρο τους για το χάος ήταν το πρώτο που δημοσιεύτηκε γι" αυτό το θέμα στο πρωτοποριακό *Physical Review Letters,* το εγκυρότερο αμερικάνικο περιοδικό φυσικής. Από την άποψη της επιστημονικής στρατηγικής υπήρξε σημαντική επιτυχία. «Για μας το περιεχόμενο του άρθρου ήταν προφανές», είπε

ο Κράτσφιλντ, «αλλά ο Μπερνάρντο κατάλαβε ότι μπορεί να είχε τεράστια απήχηση». Το άρθρο αυτό ήταν επίσης μια αρχή για την αφομοίωση της ομάδας στον πραγματικό κόσμο. Ο Φάρμερ θύμωσε θεωρώντας τη λιποταξία του Κράτσφιλντ υπονόμευση του συλλογικού πνεύματος.

Ο Κράτσφιλντ δεν ήταν ο μόνος που αποχώρησε από την ομάδα. Γρήγορα και ο ίδιος ο Φάρμερ, όπως και ο Πάκαρντ άρχισαν να συνεργάζονται με καθιερωμένους φυσικούς και μαθηματικούς: τον Χούμπερμαν, τον Σουίννεϋ, τον Γιορκ. Οι ιδέες που διαμορφώθηκαν στο καμίνι της Σάντα Κρουζ αποτέλεσαν ένα βασικό μέρος του πλαισίου της σύγχρονης μελέτης των δυναμικών συστημάτων. Οι ορισμοί και οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται από τους φυσικούς που θέλουν να προσδιορίσουν τη διάσταση ή την εντροπία ενός πλήθους δεδομένων ανακαλύφθηκαν εκείνα τα χρόνια, όταν συνέδεαν καλώδια στον αναλογικό υπολογιστή Systron-Donner και παρακολουθούσαν με προσήλωση τον παλμογράφο. Οι κλιματολόγοι θα διαφωνούσαν για το αν το χάος της ατμόσφαιρας και των ωκεανών είχε άπειρες διαστάσεις, όπως υπέθεταν οι παραδοσιακοί επιστήμονες της δυναμικής, ή αν ακολουθούσε κατά κάποιον τρόπο έναν παράξενο ελκυστή λίγων διαστάσεων. Οι οικονομολόγοι, αναλύοντας τα δεδομένα του χρηματιστηρίου, θα προσπαθούσαν να βρουν ελκυστές με διαστάσεις 3,7 ή 5,3. Όσο πιο μικρή ήταν η διάσταση, τόσο πιο απλό ήταν το σύστημα. Πολλές μαθηματικές ιδιαιτερότητες έπρεπε να ταξινομηθούν και να κατανοηθούν. Η φράκταλ διάσταση, η διάσταση Χάουσντορφ (Hausdorff), η διάσταση Λιαπούνοφ, η διάσταση της πληροφορίας· ο τρόπος μέτρησης όλων αυτών είχε εξηγηθεί από τον Φάρμερ και τον Γιορκ. Η διάσταση ενός ελκυστή ήταν «το πρώτο επίπεδο της αναγκαίας γνώσης για να περιγραφούν οι ιδιότητες του». Ήταν το χαρακτηριστικό που έδινε «την απαραίτητη ποσότητα πληροφοριών για τον προσδιορισμό της θέσης ενός σημείου πάνω σε έναν ελκυστή, με δεδομένη ακρίβεια». Οι μέθοδοι της ομάδας της Σάντα Κρουζ και των πιο παλιών συναδέλφων τους συνέδεαν αυτές τις ιδέες με τις άλλες σημαντικές μετρήσεις των συστημάτων: το ρυθμό μείωσης της δυνατότητας για πρόβλεψη, το ρυθμό ροής των πληροφοριών, την τάση δημιουργίας αναμείξεων. Τέλος, ακόμα κι αυτές οι φαινομενικά ακατέργαστες τεχνικές έφεραν τα χαοτικά συστή-

ματα για πρώτη φορά μέσα στα πλαίσια της επιστημονικής κατανόησης.

Στο μεταξύ οι επιστήμονες, έχοντας μάθει να αναζητούν παράξενους ελκυστές στις σημαίες που κυμάτιζαν και στους ταχογράφους που κροτάλιζαν, βάλθηκαν να βρουν όλες τις εμφανίσεις του ντετερμινιστικου χάους σε όλη τη σύγχρονη βιβλιογραφία της φυσικής. Ανεξήγητοι θόρυβοι, εκπληκτικές διακυμάνσεις, κανονικότητα αναμεμειγμένη με έλλειψη κανονικότητας — αυτά τα αποτελέσματα κρυμμένα μέσα σε άρθρα κάθε πειραματικού, τόσο αυτού που δούλευε στους επιταχυντές σωματιδίων όσο κι εκείνου που καταπιανόταν με τα λέιζερ και τις επαφές Τζόζεφσον. Οι ειδικοί του χάους θα έκαναν αυτά τα φαινόμενα δικά τους, λέγοντας στους υπόλοιπους: Πράγματι, τα προβλήματα σας είναι και δικά μας προβλήματα. Ένα άρθρο μπορούσε ν' αρχίζει έτσι: «Αρκετά πειράματα σε ταλαντωτές επαφών Τζόζεφσον έχουν αποκαλύψει ένα εντυπωσιακό φαινόμενο εμφάνισης θορύβου, το οποίο δεν μπορεί να ερμηνευτεί με θερμικές αυξομειώσεις».

Την εποχή που η κολεκτίβα διαλύθηκε, είχαν ήδη στραφεί στο χάος μερικοί από τους άλλους καθηγητές της Σάντα Κρουζ. Άλλοι φυσικοί όμως αισθάνονταν, εκ των υστέρων, ότι η Σάντα Κρουζ είχε χάσει τη μεγάλη ευκαιρία να γίνει το πρώτο εθνικό κέντρο μη γραμμικής δυναμικής, πράγμα που γρήγορα άρχισε να εμφανίζεται σε άλλα πανεπιστήμια. Στις αρχές της δεκαετίας του 1980, τα μέλη της κολεκτίβας αποφοίτησαν και διασκορπίστηκαν. Ο Σόου τελείωσε τη διδακτορική του διατριβή το 1980, ο Φάρμερ το 1981 και ο Πάκαρντ το 1982. Του Κράτσφιλντ δημοσιεύτηκε το 1983 — ένα τυπογραφικό συνονθύλευμα όπου παρεμβάλλονταν δακτυλογραφημένες σελίδες, με περισσότερα από έντεκα άρθρα που είχαν ήδη δημοσιευτεί σε περιοδικά φυσικής και μαθηματικών. Ο Κράτσφιλντ πήγε στο Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνιας στο Μπέρκλεϋ. Ο Φάρμερ συνδέθηκε με το Θεωρητικό Τμήμα του Λος Άλαμος. Ο Πάκαρντ και ο Σόου πήγαν στο Ινστιτούτο Ανωτέρων Σπουδών του Πρίνστον. Ο Κράτσφιλντ μελέτησε βρόχους ανάδρασης σε βίντεο. Ο Φάρμερ εργάστηκε στα «λιπαρά φράκταλ» και έκανε μοντέλα της πολύπλοκης δυναμικής του ανοσοποιητικού συστήματος του ανθρώπου. Ο Πάκαρντ εξερεύνησε το χωρικό χάος και το σχηματισμό νιφά-

δων χιονιού. Μόνο ο Σόου φαινόταν απρόθυμος να ακολουθήσει το ρεύμα. Η δική του κληρονομιά ήταν δύο μόνο άρθρα, ένα εκείνο που του χάρισε το ταξίδι στο Παρίσι και ένα για τη βρύση που στάζει, το οποίο συνόψιζε όλες τις έρευνες του στη Σάντα Κρουζ. Αρκετές φορές κόντεψε να εγκαταλείψει την έρευνα. Όπως είπε ένας φίλος του, ταλαντευόταν.

ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΙ ΡΥΘΜΟΙ

Οι επιστήμες δεν προσπαθούν να εξηγούν, σχεδόν ούτε προσπαθούν να ερμηνεύουν κυρίως φτιάχνουν μοντέλα. «Μοντέλο» είναι μια μαθηματική κατασκευή η οποία, με την προσθήκη ορισμένων φραστικών ερμηνειών, περιγράφει τα παρατηρούμενα φαινόμενα. Η δικαίωση μιας τέτοιας μαθηματικής κατασκευής είναι αποκλειστικά και κυριολεκτικά ότι περιμένουμε να δουλέψει.

ΤΖΟΝ ΦΟΝ ΝΟΪΜΑΝ

Ο ΜΠΕΡΝΑΡΝΤΟ ΧΟΥΜΠΕΡΜΑΝ έριξε μια ματιά στο ακροατήριο του που αποτελούνταν από θεωρητικούς και πειραματικούς βιολόγους, θεωρητικούς μαθηματικούς, γιατρούς και ψυχιάτρους και συνειδητοποίησε ότι είχε πρόβλημα επικοινωνίας. Μόλις είχε τελειώσει μια ασυνήθιστη ομιλία σε μια ασυνήθιστη συγκέντρωση, το 1986, στο πρώτο μεγάλο συνέδριο σχετικά με το χάος στη βιολογία και την ιατρική, που γινόταν υπό την αιγίδα της Ακαδημίας Επιστημών της Νέας Υόρκης, του Εθνικού Ινστιτούτου Ψυχικής Υγείας και του Γραφείου Ερευνών του Ναυτικού, Στην τεράστια αίθουσα συνεδριάσεων Μαζούρ του Εθνικού Ινστιτούτου Υγείας έξω από την Ουάσιγκτον, ο Χούμπερμαν είδε πολλά γνωστά πρόσωπα, ειδικούς του χάους γνωστούς από παλιά αλλά επίσης και πολλούς αγνώστους. Ένας έμπειρος ομιλητής θα περίμενε κάποια έλλειψη υπομονής από το ακροατήριο του — ήταν η τελευταία μέρα του συνεδρίου και πλησίαζε επικίνδυνα η ώρα του φαγητού.

Ο Χούμπερμαν, ένας καλοβαλμένος Καλιφορνέζος με σκούρα μαλλιά, μετανάστης από την Αργεντινή, διατηρούσε το ενδιαφέρον του για το χάος από τότε που συνεργάστηκε με μέλη της ομάδας της Σάντα Κρουζ. Ήταν ερευνητής στο Κέντρο Ερευνών της Ζήροξ, στο Πάλο Άλτο, αλλά μερικές φορές ανακατευόταν και σε προγράμματα που δεν βρίσκονταν μέσα στους στόχους της εταιρείας του. Εδώ, στο συνέδριο βιολογίας, μόλις είχε τελειώσει την περιγραφή ενός απ' αυτά: ενός μοντέλου για την ιδιάζουσα κίνηση των ματιών των σχιζοφρενών.

Οι ψυχίατροι, επί γενιές ολόκληρες, αγωνίζονταν να ορίσουν

τη σχιζοφρένεια και να ταξινομήσουν τους σχιζοφρενείς, αλλά αυτή η αρρώστια ήταν σχεδόν τόσο δύσκολο να περιγραφεί όσο και να θεραπευτεί. Τα περισσότερα συμπτώματα της εμφανίζονται στη διάνοια και στη συμπεριφορά. Από το 1908 όμως, οι επιστήμονες γνωρίζουν μια φυσική εκδήλωση της αρρώστιας που φαίνεται να προσβάλλει όχι μόνο τους σχιζοφρενείς αλλά και τους συγγενείς τους. Όταν οι άρρωστοι προσπαθούν να παρατηρήσουν ένα εκκρεμές που ταλαντώνεται αργά, τα μάτια τους δεν μπορούν να ακολουθήσουν την κίνηση. Κανονικά, το μάτι είναι ένα όργανο με εξαιρετικές επιδόσεις. Τα μάτια ενός υγιούς ανθρώπου μένουν προσηλωμένα πάνω στους κινούμενους στόχους χωρίς την παραμικρή συνειδητή σκέψη. Οι κινούμενες εικόνες παραμένουν ακίνητες πάνω στον αμφιβληστροειδή. Αλλά τα μάτια ενός σχιζοφρενούς κινούνται με τμηματικά άλματα σαν αναστατωμένα, με κοντινή ή μακρινή εστίαση και κάνουν σταθερά κάποιες αόριστες και περιττές κινήσεις. Κανείς δεν ξέρει γιατί.

Οι φυσιολόγοι είχαν συγκεντρώσει τεράστιο όγκο δεδομένων για πολλά χρόνια και είχαν δημιουργήσει πίνακες και διαγράμματα που έδειχναν τις μορφές της ιδιόμορφης-πλανώμενης κίνησης των ματιών. Σε γενικές γραμμές, θεωρούσαν ότι αυτή προερχόταν από διακυμάνσεις στο σήμα του κεντρικού νευρικού συστήματος που ελέγχει τους μυς του ματιού. Προβληματική έξοδος συνεπάγεται προβληματική είσοδο· δηλαδή, κάποιες τυχαίες ανωμαλίες που επηρεάζουν δυσμενώς τον εγκέφαλο των σχιζοφρενών ήταν πιθανόν να αντανακλώνται στην όραση τους. Ο Χούμπερμαν, ως φυσικός, είχε διαφορετική άποψη και έφτιαξε ένα απλό μοντέλο.

Αντιμετώπισε τη μηχανική του ματιού με έναν πολύ χοντροκομμένο τρόπο και κατάστρωσε μια εξίσωση. Υπήρχε ένας όρος για το πλάτος του ταλαντωνόμενου εκκρεμούς και ένας όρος για τη συχνότητα του. Υπήρχε ένας όρος για την αδράνεια του ματιού, ένας όρος για την απόσβεση ή την τριβή. Και υπήρχαν όροι για διόρθωση του σφάλματος, για να δίνουν στο μάτι έναν τρόπο προσήλωσης στο στόχο.

Όπως εξήγησε ο Χούμπερμαν στο ακροατήριο του, η εξίσωση που προκύπτει περιγράφει ένα ανάλογο μηχανικό σύστημα: μια μπάλα που κυλά στα κοίλα τοιχώματα ενός βαρελιού, ενώ

αυτό ταλαντώνεται αριστερά δεξιά. Η κίνηση του βαρελιού αντιστοιχεί στην κίνηση του εκκρεμούς και τα τοιχώματα του βαρελιού αντιστοιχούν στο διορθωτικό παράγοντα. Σύμφωνα με τον γνωστό, σήμερα, τρόπο εξερεύνησης τέτοιων εξισώσεων, ο Χούμπερμαν είχε δοκιμάσει πολλές ώρες το μοντέλο του στον υπολογιστή, αλλάζοντας τις διάφορες παραμέτρους και κάνοντας γραφικές παραστάσεις των συμπεριφορών που προέκυπταν. Βρήκε και τάξη και χάος. Σε μερικές περιπτώσεις, το μάτι ακολουθούσε κανονικά την κίνηση του εκκρεμούς. Στη συνέχεια, καθώς ο βαθμός της μη γραμμικότητας μεγάλωνε, το σύστημα περνούσε μέσα από μια γρήγορη διαδικασία διπλασιασμού της περιόδου και δημιουργούσε ένα είδος αταξίας που δεν μπορούσε να διακριθεί από την αταξία που αναφερόταν στην ιατρική βιβλιογραφία.

Στο μοντέλο, η ιδιάζουσα συμπεριφορά δεν είχε καμία σχέση με οποιοδήποτε εξωτερικό σήμα. Ήταν αναπόφευκτη συνέπεια της υπερβολικής, μη γραμμικής συμπεριφοράς που παρουσίαζε το σύστημα. Σύμφωνα με μερικούς από τους γιατρούς που άκουγαν, το μοντέλο του Χούμπερμαν έμοιαζε με ένα αληθοφανές γενετικό μοντέλο για τη σχιζοφρένεια. Η μη γραμμικότητα που μπορούσε είτε να κρατά το σύστημα *σε* ισορροπία είτε να το αναστατώνει, ανάλογα με το αν ήταν ασθενής ή ισχυρή, ίσως αντιστοιχούσε σε ένα ειδικό γενετικό χαρακτηριστικό. Ένας ψυχίατρος σύγκρινε αυτό με τη γενετική της ουρικής αρθρίτιδας (ποδάγρας), όπου ένα υψηλό επίπεδο ουρικού οξέως δημιουργεί παθολογικά συμπτώματα. Άλλοι, πιο εξοικειωμένοι με την ιατρική βιβλιογραφία από τον Χούμπερμαν, υπέδειξαν ότι οι σχιζοφρενείς δεν ήταν οι μόνοι, μια ολόκληρη σειρά προβλήματα στην κίνηση των ματιών παρατηρούνταν σε διαφορετικά είδη νευρολογικών ασθενών. Όποιος ήθελε να εντρυφήσει στην ιατρική φιλολογία και να εφαρμόσει τα εργαλεία του χάους μπορούσε να βρει στα δεδομένα περιοδικές ταλαντώσεις, μη περιοδικές ταλαντώσεις — όλα τα είδη δυναμικής συμπεριφοράς.

Αλλα σε κάθε επιστήμονα απ' αυτούς που άκουγαν την ομιλία και πίστευαν πως ανοίγονται νέοι δρόμοι έρευνας, αντιστοιχούσε κι ένας που υποπτευόταν ότι ο Χούμπερμαν υπεραπλούστευε χονδροειδώς το μοντέλο του. Όταν ήρθε η ώρα για ερωτήσεις, εκδηλώθηκε η ενόχληση και η απογοήτευση τους. «Το πρόβλη-

μά μου είναι τι σας οδήγησε στη δημιουργία του μοντέλου», είπε ένας απ' αυτούς. «Γιατί αναζητάτε αυτά τα ειδικά στοιχεία της μη γραμμικής δυναμικής, δηλαδή αυτές τις διακλαδώσεις και τις χαοτικές λύσεις;»

Ο Χούμπερμαν σταμάτησε για λίγο. « Ναι... Τότε πραγματικά απέτυχα να εκθέσω το σκοπό αυτής της εργασίας. Το μοντέλο είναι απλό. Έρχονται κάποιοι και μου λένε: Έχουμε παρατηρήσει αυτό, τι νομίζεις πως συμβαίνει; Τους ρωτώ ποια είναι η πιθανή εξήγηση. Και απαντούν: Να, το μόνο που μπορούμε να σκεφτούμε είναι κάτι που αυξομειώνεται σε ένα σύντομο χρονικό διάστημα μέσα στον εγκέφαλο του ασθενούς. Οπότε λέω: Κοιτάξτε, είμαι ειδικός στο χάος και ξέρω ότι το πιο απλό μη γραμμικό μοντέλο παρακολούθησης ενός κινούμενου στόχου, το *πιο απλό,* έχει αυτά τα γενικά χαρακτηριστικά, ανεξάρτητα από τις διάφορες ειδικές λεπτομέρειες. Τότε αυτοί μου απαντούν: Βέβαια, είναι πολύ ενδιαφέρον ποτέ δε σκεφτήκαμε ότι αυτό ίσως ήταν ενδογενές χάος του συστήματος.

»Το μοντέλο δεν έχει καθόλου νευροφυσιολογικά δεδομένα που να μπορώ να υπερασπιστώ. Λέω μόνο ότι αυτή η *πιο απλή* παρακολούθηση τείνει να κάνει ένα λάθος και να επανέλθει στο ουδέτερο σημείο. Μ' αυτό τον τρόπο κινούνται τα μάτια μας και μ' αυτό τον τρόπο μια κεραία παρακολουθεί ένα αεροπλάνο. Μπορείτε να εφαρμόσετε αυτό το μοντέλο σε οτιδήποτε».

Ένας άλλος βιολόγος από το ακροατήριο, απογοητευμένος από το απλό μοντέλο του Χούμπερμαν, πήρε το μικρόφωνο. Παρατήρησε ότι στα πραγματικά μάτια λειτουργούν ταυτόχρονα τέσσερα συστήματα ελέγχου μυών. Αρχισε μια πολύ τεχνική περιγραφή για το τι θεωρούσε ρεαλιστική δημιουργία μοντέλου, εξηγώντας πως, για παράδειγμα, ο όρος της μάζας δεν υπάρχει επειδή το μάτι έχει μεγάλη δυνατότητα απορρόφησης των ταλαντώσεων. «Και υπάρχει η πρόσθετη περιπλοκή ότι η ενεργός μάζα εξαρτάται από την ταχύτητα της περιστροφής, γιατί ένα μέρος της συνολικής μάζας καθυστερεί όταν το μάτι επιταχύνει γρήγορα. Το κολλοειδές μέσα στο μάτι καθυστερεί όταν το εξωτερικό περίβλημα περιστρέφεται πολύ γρήγορα»,

Παύση. Ο Χούμπερμαν βρέθηκε σε αμηχανία. Τελικά ένας από τους οργανωτές του συνεδρίου, ο Άρνολντ Μάντελ (Arnold

Mandell), ένας ψυχίατρος που από πολλά χρόνια είχε ενδιαφερθεί για το χάος, πήρε το μικρόφωνο.

«Κοιτάξτε, θέλω συνοψίζοντας να δώσω μια ερμηνεία. Αυτό που μόλις είδατε είναι αυτό που συμβαίνει όταν ένας επιστήμονας της μη γραμμικής δυναμικής, ο οποίος δουλεύει με γενικά συστήματα μικρών διαστάσεων, έρχεται να μιλήσει σε ένα βιολόγο που χρησιμοποιεί και τα μαθηματικά. Η ιδέα ότι υπάρχουν παγκόσμιες ιδιότητες των συστημάτων που δημιουργούνται μέσα από *πιο απλές* παραστάσεις, μας ξενίζει όλους μας. Έτσι τίθενται τα ερωτήματα: "ποια είναι τα χαρακτηριστικά της σχιζοφρένειας", "υπάρχουν τέσσερα συστήματα κίνησης του ματιού" και "ποια είναι η δυνατότητα δημιουργίας μοντέλου από την άποψη της πραγματικής φυσικής δομής"; Τα ερωτήματα αυτά δεν έχουν νόημα.

»Αυτό που πραγματικά συμβαίνει είναι ότι, ως γιατροί ή επιστήμονες που μαθαίνουμε τα άπειρα μέρη οποιουδήποτε οργάνου, αγανακτούμε με τη δυνατότητα να υπάρχουν πράγματι παγκόσμια στοιχεία της κίνησης. Και ο Μπερνάρντο έρχεται με ένα τέτοιο στοιχείο και προσπαθεί να δει τι συμβαίνει».

Ο Χούμπερμαν είπε: «Αυτό συνέβη στη φυσική πριν από πέντε χρόνια, αλλά τώρα οι φυσικοί έχουν πειστεί».

Η ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΙΝΑΙ πάντα η ίδια. Μπορείτε να κάνετε το μοντέλο σας πιο πολύπλοκο και πιο πιστό στην πραγματικότητα ή να το κάνετε πιο απλό και πιο εύχρηστο. Μόνο ο πιο απλοϊκός επιστήμονας πιστεύει ότι το τέλειο μοντέλο είναι αυτό που αναπαριστά τέλεια την πραγματικότητα. Ένα τέτοιο μοντέλο θα είχε τα ίδια μειονεκτήματα μ' ένα χάρτη που θα ήταν το ίδιο μεγάλος με την πόλη που θα παρίστανε και θα περιείχε όλες τις λεπτομέρειες της, μ' ένα χάρτη που θα έδειχνε κάθε πάρκο, κάθε δρόμο, κάθε κτίριο, κάθε δέντρο, κάθε λακκούβα και κάθε κάτοικο. Αν ήταν δυνατό να γίνει ένας τέτοιος χάρτης, η ακρίβεια του θα αντιμαχόταν το σκοπό της ύπαρξης του — που είναι να γενικεύει και να αφαιρεί. Οι χαρτογράφοι τονίζουν τα χαρακτηριστικά που θέλουν οι πελάτες τους. Όποιος κι αν είναι ο σκοπός τους, οι χάρτες και τα μοντέλα πρέπει να απλοποιούν όσο και να μιμούνται τον κόσμο.

Για τον Ραλφ Άμπραχαμ, τον μαθηματικό από τη Σάντα Κρουζ, καλό μοντέλο είναι ο «κόσμος-μαργαρίτα» του Τζέιμς Λόβελοκ (James Lovelock) και της Λυν Μάργκουλις (Lynn Margulis), προπομπών της λεγόμενης υπόθεσης Γαία (Gaia), Σύμφωνα μ' αυτή, οι συνθήκες οι απαραίτητες για τη ζωή δημιουργούνται και διατηρούνται από την ίδια τη ζωή μέσα από μια αυτοσυντηρούμενη διαδικασία δυναμικής ανάδρασης. Ο κόσμος-μαργαρίτα είναι ίσως η πιο απλή εκδοχή της υπόθεσης Γαία που μπορούμε να φανταστούμε, τόσο απλή, ώστε φαίνεται ανόητη. «Τρία πράγματα συμβαίνουν», έλεγε ο Άμπραχαμ: «άσπρες μαργαρίτες, μαύρες μαργαρίτες και έρημος. Τρία χρώματα: άσπρο, μαύρο και κόκκινο. Πώς μπορεί αυτό να μας διδάξει κάτι για τον πλανήτη μας; Εξηγεί πώς προκύπτει η ρύθμιση της θερμοκρασίας. Εξηγεί γιατί αυτός ο πλανήτης έχει κατάλληλη θερμοκρασία για τη ζωή. Το μοντέλο του κόσμου-μαργαρίτα είναι ένα τρομερά απλοϊκό μοντέλο, αλλά μας διδάσκει πώς δημιουργήθηκε πάνω στη Γη η βιολογική ομοιόσταση*».

Οι άσπρες μαργαρίτες ανακλούν το φως και κάνουν τον πλανήτη πιο κρύο. Οι μαύρες μαργαρίτες απορροφούν το φως, μειώνοντας το άλμπεντο**, και έτσι κάνουν τον πλανήτη πιο θερμό. Αλλά οι άσπρες μαργαρίτες «θέλουν» ζεστό καιρό, κι αυτό σημαίνει ότι ευδοκιμούν κατά προτίμηση όταν οι θερμοκρασίες αυξάνονται. Οι μαύρες μαργαρίτες θέλουν κρύο καιρό. Αυτές οι ιδιότητες μπορούν να εκφραστούν σε ένα σύνολο διαφορικών εξισώσεων και ο κόσμος-μαργαρίτα μπορεί να υπάρξει σε έναν υπολογιστή. Ένα μεγάλο φάσμα αρχικών συνθηκών θα οδηγεί σε δυναμική ισορροπία — και όχι απαραίτητα σε στατική.

«Αυτό είναι απλώς το μαθηματικό μοντέλο ενός εννοιολογικού μοντέλου, κι αυτό ακριβώς θέλουμε — δε *θέλουμε* μοντέλα βιολογικών ή κοινωνικών συστημάτων μεγάλης ακρίβειας», έλεγε ο Άμπραχαμ. «Απλώς εισάγουμε το άλμπεντο, θεμελιώνουμε

* Η τάση του οργανισμού να διατηρεί τη σταθερότητα τον φυσιολογικών ή ψυχολογικών στοιχείων ή να αποκαθιστά τη σταθερότητα αυτή σε περιπτώσεις μεταβολής κάποιου στοιχείου. (Σ.τ.μ).

** Άλμπεντο ή συντελεστής ανακλαστικότητας είναι το πηλίκο της ροής ακτινοβολίας που ανακλάται από μια επιφάνεια προς τη ροή ακτινοβολίας που πέφτει πάνω της. (Σ.τ.μ).

κάτι αρχικά και παρατηρούμε την εξέλιξη σε δισεκατομμύρια χρόνια. Μετά εκπαιδεύουμε τα παιδιά για να γίνουν καλύτερα μέλη στην επιτροπή διαχείρισης του πλανήτη».

Υπόδειγμα πολύπλοκου δυναμικού συστήματος και συνεπώς, για πολλούς επιστήμονες, η λυδία λίθος κάθε προσέγγισης της πολυπλοκότητας είναι το ανθρώπινο σώμα. Κανένα αντικείμενο μελέτης απ' αυτά που έχουν στη διάθεση τους οι φυσικοί δεν προσφέρει τόση ποικιλία κινήσεων χωρίς ρυθμό, σε κλίμακες που ποικίλλουν από μακροσκοπικές σε μικροσκοπικές: η κίνηση των μυών, των υγρών, των ηλεκτρικών ρευμάτων, των ινιδίων, των κυττάρων. Κανένα φυσικό σύστημα δεν προσφέρεται τόσο πολύ για να φανεί η δυνατότητα της αναγωγής: κάθε όργανο έχει τη δική του μικροδομή και τη δική του χημεία και οι σπουδαστές της φυσιολογίας σπαταλούν ολόκληρα χρόνια μόνο για να μάθουν τα ονόματα των μερών. Και ακόμα, πόσο ασύλληπτα μπορεί να είναι αυτά τα μέρη! Για να πάρουμε την πιο χειροπιαστή περίπτωση, ένα μέρος του σώματος μπορεί φαινομενικά να είναι ένα απόλυτα προσδιορισμένο όργανο, σαν το συκώτι· ή μπορεί να είναι ένα δίκτυο από στερεά και υγρά που απλώνεται αξιοθαύμαστα στο χώρο, σαν το αγγειακό σύστημα· ή μπορεί να είναι μια αόρατη σύνθεση — κάτι τόσο αφηρημένο στ' αλήθεια όσο το «εμπόριο» ή η «δημοκρατία» — σαν το ανοσοποιητικό σύστημα με τα λεμφοκύτταρα και τους αγγελιαφόρους Τ4, μια κρυπτογραφική μηχανή σε μικρογραφία για την κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση δεδομένων σχετικά με τους οργανισμούς που εισβάλλουν στο σώμα. Θα ήταν ανώφελο να μελετήσει κανείς τέτοια συστήματα χωρίς λεπτομερειακή γνώση της ανατομίας και της χημείας τους, και γι' αυτό οι καρδιολόγοι μαθαίνουν για τη μεταφορά ιόντων μέσα από το μυοκάρδιο των κοιλιών, οι ειδικοί του εγκεφάλου μαθαίνουν τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά για τις πυροδοτήσεις των νευρώνων και οι οφθαλμίατροι μαθαίνουν το όνομα, τη θέση και το σκοπό κάθε μυός του ματιού. Στη δεκαετία του 1980, το χάος δημιούργησε ένα νέο είδος φυσιολογίας, στηριζόμενο στην ιδέα ότι τα μαθηματικά εργαλεία μπορούν να βοηθήσουν τους επιστήμονες να καταλάβουν τα γενικά πολύπλοκα συστήματα, ανεξάρτητα από τις τοπικές λεπτομέρειες. Οι ερευνητές όλο και πιο πολύ αναγνώριζαν ότι το σώμα αποτελούσε χώρο κινήσεων και ταλαντώσεων — και ανέ-

πτυξαν μεθόδους για να ακούν τους ποικίλους χτύπους του. Βρήκαν ρυθμούς που ήταν αόρατοι στα παλιά ακίνητα σλάιντς των μικροσκοπίων ή στα καθημερινά δείγματα αίματος. Μελέτησαν το χάος στις αναπνευστικές διαταραχές. Εξερεύνησαν μηχανισμούς ανάδρασης στον έλεγχο των ερυθρών και των λευκών αιμοσφαιρίων. Οι καρκινολόγοι παρατήρησαν την περιοδικότητα και την αταξία στον κύκλο ανάπτυξης των κυττάρων. Οι ψυχίατροι ερεύνησαν μια πολυδιάστατη προσέγγιση της χορήγησης αντικαταθλιπτικών φαρμάκων. Αλλά, στην εμφάνιση αυτής της νέας φυσιολογίας, κυριάρχησαν τα εκπληκτικά ευρήματα για ένα όργανο, την καρδιά, που οι ζωογόνοι ρυθμοί της, σταθεροί ή ασταθείς, υγιείς ή παθολογικοί, μετρούν με ακρίβεια τη διαφορά ανάμεσα στη ζωή και το θάνατο.

ΑΚΟΜΑ ΚΑΙ ο ΝΤΑΒΙΝΤ ΡΟΥΕΛ ξεστράτισε από τις παραδοσιακές μορφές για να μελετήσει το χάος στην καρδιά — «ένα δυναμικό σύστημα ζωτικού ενδιαφέροντος για τον καθένα μας», έγραψε.

«Το φυσιολογικό καρδιακό σύστημα είναι περιοδικό, αλλά υπάρχουν πολλές μη περιοδικές παθολογικές καταστάσεις (όπως η κοιλιακή μαρμαρυγή) που οδηγούν σταθερά στον θάνατο, εφόσον δεν γίνει ταχύτατη αντιμετώπιση. Φαίνεται ότι μεγάλο ιατρικό όφελος θα μπορούσε να προκύψει από μελέτες με υπολογιστή ενός ρεαλιστικού μαθηματικού μοντέλου που θα αναπαρήγε τις διάφορες καρδιακές δυναμικές καταστάσεις.

Ομάδες ερευνητών στις ΗΠΑ και στον Καναδά δέχτηκαν την πρόκληση. Ανωμαλίες στους καρδιακούς παλμούς είχαν διαπιστωθεί, διερευνηθεί, απομονωθεί και ταξινομηθεί από καιρό. Το εξασκημένο αυτί μπορεί να διακρίνει καμιά εικοσαριά διαταραχές του καρδιακού ρυθμού. Το εξασκημένο μάτι στις ήλεκτροκαρδιογραφικές εικόνες αιχμών βρίσκει ενδείξεις για την αιτία και τη σοβαρότητα ενός ανώμαλου ρυθμού. Ο μη ειδικός μπορεί να καταλάβει τον πλούτο αυτών των περιπτώσεων από την αφθονία των ονομάτων που υπάρχουν για τα διαφορετικά είδη αρρυθμιών: Υπάρχουν έκτοπες συστολές, ηλεκτρικοί εναλλασσόμενοι ρυθμοί και ταχυκαρδίες δίκην ριπιδίου. Υπάρχουν υψηλού βαθμού αποκλεισμοί και ρυθμοί διαφυγής. Επίσης η παρασυστολή (

κολπική ή κοιλιακή, αμιγής ή διαλείπουσα), οι ρυθμοί Βέκενμπαχ - Λουτσιάνι (Weckenbach - Lucciani) (απλοί ή σύμπλοκοι), η ταχυκαρδία. Η πιο καταστροφική από όλες, από την άποψη της επιβίωσης, είναι η μαρμαρυγή. Αυτή η ονοματολογία των ρυθμών, όπως και των επί μέρους στοιχείων τους δημιουργεί μια διαγνωστική άνεση στους γιατρούς. Επιτρέπει την ειδική διάγνωση της καρδιακής διαταραχής και προτρέπει την ανθρώπινη νοημοσύνη στην αποφασιστική αντιμετώπιση των προβλημάτων. Αλλά οι ερευνητές που χρησιμοποιούσαν τα εργαλεία του χάους άρχισαν να ανακαλύπτουν ότι η παραδοσιακή καρδιολογία έκανε λαθεμένες γενικεύσεις σχετικά με τους ανώμαλους καρδιακούς ρυθμούς, χρησιμοποιώντας χωρίς να το θέλει επιφανειακές ταξινομήσεις που συσκότιζαν βαθιές αιτίες.

Οι ερευνητές αυτοί ανακάλυψαν τη δυναμική καρδιά. Τις περισσότερες φορές η υποδομή τους δεν ήταν καθόλου συνηθισμένη. Ο Λεόν Γκλας (Leon Glass), από το Πανεπιστήμιο Μακ-Γκιλ του Μόντρεαλ, σπούδασε φυσική και χημεία· έδειξε ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τους αριθμούς και την αταξία και ολοκλήρωσε το διδακτορικό του πάνω στην κίνηση των ατόμων των υγρών, πριν στραφεί στο πρόβλημα των ανώμαλων καρδιακών ρυθμών. Τυπικά, έλεγε, οι ειδικοί κάνουν διάγνωση πολλών διαφορετικών αρρυθμιών κοιτάζοντας ένα μικρό τμήμα του ηλεκτροκαρδιογραφήματος. «Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται από τους γιατρούς σαν πρόβλημα αναγνώρισης της μορφής, δηλαδή σαν ένα ζήτημα ταύτισης των μορφών που έχουν δει στην πράξη ή στα βιβλία. Στην πραγματικότητα δεν αναλύουν λεπτομερειακά τη δυναμική αυτών των ρυθμών. Η δυναμική είναι πολύ πιο πλούσια από ό,τι μπορεί να φανταστεί κανείς διαβάζοντας βιβλία».

Στην Ιατρική Σχολή του Χάρβαρντ, ο Αρύ Λ. Γκολντμπέργκερ (Ary L. Goldberger) ένας από τους διευθυντές του εργαστηρίου αρρυθμιών του Νοσοκομείου Μπεθ Ίσραελ στη Βοστόνη, πίστευε ότι η έρευνα πάνω στην καρδιά προσφερόταν για μια μίνιμουμ συνεργασία ανάμεσα σε φυσιολόγους, μαθηματικούς και φυσικούς. «Βρισκόμαστε μπροστά σ' ένα νέο σύνορο και πέρα απ' αυτό υπάρχει μια νέα ομάδα φαινομένων», έλεγε. «Όταν βλέπουμε διακλαδώσεις ή απότομες αλλαγές στη συμπεριφορά, τίποτα δεν μπορούν να μας εξηγήσουν γι' αυτές τα συμβατικά γραμμικά μοντέλα. Σίγουρα χρειαζόμαστε ένα νέο είδος μοντέ-

λων και φαίνεται ότι η φυσική μας τα εξασφαλίζει», Ο Γκολντμπέργκερ, όπως και άλλοι επιστήμονες, είχε να ξεπεράσει σημαντικά εμπόδια που ύψωναν η επιστημονική γλώσσα και οι πανεπιστημιακές ταξινομήσεις. Αισθανόταν ότι ένα σημαντικό εμπόδιο ήταν η αντιπάθεια πολλών φυσιολόγων για τα μαθηματικά. «Το 1986 δε θα βρίσκατε τη λέξη φράκταλ σε βιβλίο φυσιολογίας», έλεγε. «Νομίζω ότι το 1996 δε θα βρίσκετε βιβλίο φυσιολογίας χωρίς αυτή».

Ένας γιατρός όταν ακροάζεται τους χτύπους της καρδιάς ακούει το σφύριγμα και τη σύγκρουση υγρού με υγρό, υγρού με στερεό και στερεού με στερεό. Το αίμα περνά από κοιλότητα σε κοιλότητα, συμπιεζόμενο από τους μυς οι οποίοι συστέλλονται, και μετά πιέζει τα τοιχώματα που βρίσκονται μπροστά του. Ινώδεις βαλβίδες κλείνουν με θόρυβο εμποδίζοντας την αναστροφή της ροής. Οι ίδιες οι συστολές των μυών εξαρτώνται από ένα πολύπλοκο ηλεκτρικό τρισδιάστατο κύμα. Η δημιουργία μοντέλου για οποιοδήποτε τμήμα της συμπεριφοράς της καρδιάς θα καταπονούσε ακόμα και τον πιο σύγχρονο υπολογιστή. Η δημιουργία μοντέλου για ολόκληρο τον κύκλο θα ήταν αδύνατη. Η δημιουργία με υπολογιστή μοντέλων που φαίνονται φυσιολογικά σε έναν ειδικό της ρευστομηχανικής, ο οποίος σχεδιάζει τα φτερά ενός Μπόινγκ ή τις μηχανικές ροές για τη NASA, είναι μια πρακτική ξένη για τους ερευνητές της ιατρικής.

Η μέθοδος «δοκιμή και λάθος», για παράδειγμα, έχει κυριαρχήσει στη σχεδίαση τεχνητών βαλβίδων καρδιάς, στις μεταλλικές και πλαστικές συσκευές που σήμερα επιμηκύνουν τη ζωή όσων οι φυσικές βαλβίδες έχουν φθαρεί. Στα χρονικά της μηχανικής πρέπει να κρατηθεί μια ειδική θέση για τη φυσική βαλβίδα της καρδιάς, μια λεπτή, εύκαμπτη, ημιδιαφανή διάταξη τριών μικροσκοπικών πτυχών με τη μορφή αλεξίπτωτου. Για να επιτρέπει την είσοδο του αίματος στις συμπιεζόμενες κοιλότητες της καρδιάς, η βαλβίδα πρέπει να ανοίγει ομαλά. Για να εμποδίζει το αίμα να γυρίζει πίσω όταν η καρδιά το σπρώχνει μπροστά, η βαλβίδα πρέπει να γεμίζει και να κλείνει γρήγορα με πίεση κι αυτό πρέπει να γίνεται δύο ή τρία δισεκατομμύρια φορές, χωρίς να παρουσιάζει διαρροές ούτε να σκίζεται. Οι άνθρωποι-μηχανικοί δεν τα κατάφερναν τόσο καλά. Οι τεχνητές βαλβίδες, γενικά, δανείστηκαν ιδέες από την υδροδυναμική. Μοντέλα σχεδίων του

τύπου «σφαίρα-κλωβός», δοκιμάστηκαν σε μεγάλη έκταση σε ζώα. Ήταν πολύ δύσκολο να ξεπεραστούν τα εμφανή προβλήματα διαρροής και βλαβών από το τοιχωματικό στρες. Λίγοι μπορούσαν να προβλέψουν πόσο δύσκολο θα ήταν να απαλειφθεί ένα άλλο πρόβλημα: Αλλάζοντας τα σχέδια της ροής στην καρδιά, οι τεχνητές βαλβίδες δημιουργούν περιοχές στροβιλισμού και περιοχές αδράνειας. Όταν το αίμα μένει στάσιμο, σχηματίζει θρόμβους· όταν οι θρόμβοι αποσπώνται και προχωρούν προς τον εγκέφαλο, προκαλούν εγκεφαλικά επεισόδια. Αυτές οι θρομβώσεις ήταν το αξεπέραστο εμπόδιο στην κατασκευή τεχνητών καρδιών.

Μόνο στα μέσα της δεκαετίας του 1980, όταν μερικοί μαθηματικοί από το Ινστιτούτο Κούραντ του Πανεπιστημίου της Νέας Υόρκης εφάρμοσαν στο πρόβλημα αυτό νέες τεχνικές δημιουργίας μοντέλων με υπολογιστές, μπόρεσε το σχέδιο των βαλβίδων της καρδιάς να αξιοποιήσει όλα τα πλεονεκτήματα της υπάρχουσας τεχνολογίας. Ο υπολογιστής σχημάτιζε κινούμενες εικόνες της παλλόμενης καρδιάς, δισδιάστατες αλλά έντονα αναγνωρίσιμες. Εκατοντάδες τελείες, που παρίσταναν σωματίδια αίματος, έρρεαν μέσα από τη βαλβίδα, τεντώνοντας τα ελαστικά τοιχώματα της καρδιάς και δημιουργώντας δίνες. Οι μαθηματικοί διαπίστωσαν ότι η καρδιά προσθέτει ένα ολιστικό επίπεδο πολυπλοκότητας στο πρόβλημα του προτύπου της ροής των υγρών, γιατί κάθε ρεαλιστικό μοντέλο πρέπει να λαμβάνει υπόψη του την ελαστικότητα των ίδιων των τοιχωμάτων της καρδιάς. Αντί να ρέουν πάνω από μια άκαμπτη επιφάνεια, όπως ρέει ο αέρας πάνω από ένα φτερό αεροσκάφους, το αίμα μεταβάλλει την επιφάνεια της καρδιάς με δυναμικό και μη γραμμικό τρόπο,

Ακόμα πιο λεπτό και πολύ πιο αδυσώπητο ήταν το πρόβλημα των αρρυθμιών. Η κοιλιακή μαρμαρυγή προκαλεί εκατοντάδες χιλιάδες ξαφνικούς θανάτους κάθε χρόνο μόνο στις Ηνωμένες Πολιτείες, Σε πολλές από αυτές τις περιπτώσεις, η μαρμαρυγή έχει ένα ειδικό, πολύ γνωστό εκλυτικό αίτιο: το φράξιμο των αρτηριών που οδηγεί στο θάνατο του αντλητικού μυοκαρδίου. Η χρήση κοκαΐνης, το νευρικό στρες, η υποθερμία — και αυτά επίσης προδιαθέτουν ένα άτομο στη μαρμαρυγή. Σε πολλές περιπτώσεις, η έναρξη της μαρμαρυγής παραμένει σκοτεινή. Όταν ένας γιατρός αντιμετωπίζει κάποιον άρρωστο που έχει σωθεί από

μια κρίση μαρμαρυγής, θα προτιμούσε να δει βλάβες, δηλαδή τις ενδείξεις μιας αιτίας. Ένας άρρωστος με φαινομενικά υγιή καρδιά έχει στην πραγματικότητα περισσότερες πιθανότητες να πάθει μια νέα κρίση.

Υπάρχει μια κλασική εικόνα για την καρδιά την ώρα της μαρμαρυγής: σαν ένας σάκος γεμάτος σκουλήκια. Αντί να συστέλλεται και να αναπαύεται, να συστέλλεται και να αναπαύεται με επαναληπτικό, περιοδικό τρόπο, ο μυϊκός ιστός της καρδιάς συσπάται ασυντόνιστα, και γι' αυτό παύει να λειτουργεί ως αντλία. Σε μια καρδιά που λειτουργεί κανονικά, το ηλεκτρικό σήμα ταξιδεύει σαν συντονισμένο κύμα μέσα από την τρισδιάστατη δομή της καρδιάς. Όταν το σήμα φτάνει, κάθε κύτταρο συστέλλεται. Μετά, αυτό αναπαύεται για μια κρίσιμη ανερέθιστη περίοδο, στη διάρκεια της οποίας δεν μπορεί να ξανασυσταλεί πριν την ώρα του. Σε μια καρδιά που έχει υποστεί μαρμαρυγή το κύμα διασπάται. Η καρδιά δεν συστέλλεται και δεν αναπαύεται ως σύνολο.

Ένα περίπλοκο γνώρισμα της μαρμαρυγής είναι ότι πολλά από τα ξεχωριστά τμήματα της καρδιάς του ασθενούς μπορούν να λειτουργούν κανονικά. Συχνά ο βηματοδότης της καρδιάς, ο φλεβόκομβος, συνεχίζει να στέλνει κανονικά ηλεκτρικά σήματα. Τα μεμονωμένα μυϊκά κύτταρα ανταποκρίνονται κανονικά. Καθένα δέχεται το ερέθισμα του, συστέλλεται, μεταφέρει το ερέθισμα στο διπλανό του και αναπαύεται περιμένοντας το επόμενο ερέθισμα. Στην νεκροτομή, ο μυϊκός ιστός μπορεί να μην αποκαλύψει καμιά απολύτως βλάβη. Αυτός είναι ένας λόγος που οι ειδικοί του χάους πίστευαν ότι ήταν απαραίτητη μια νέα, σφαιρική προσέγγιση: τα τμήματα μιας καρδιάς την ώρα της μαρμαρυγής φαίνονται να λειτουργούν, αλλά το σύνολο παρουσιάζει μια μοιραία δυσλειτουργία. Η μαρμαρυγή είναι διαταραχή της τάξης ενός πολύπλοκου συστήματος, όπως και οι διανοητικές διαταραχές — είτε έχουν χημικές αφετηρίες είτε όχι.

Η μαρμαρυγή δεν εξαφανίζεται από μόνη της. Αυτό το είδος του χάους είναι σταθερό. Μόνο ένα ηλεκτρικό σοκ από μια συσκευή απινιδισμού — ένα σοκ που κάθε επιστήμονας της δυναμικής αναγνωρίζει σαν πολύ έντονη αναταραχή — μπορεί να κάνει την καρδιά να επιστρέψει στη σταθερή της κατάσταση. Γενικά, οι απινιδωτές είναι αποτελεσματικοί. Αλλά η σχεδίαση

τους, όπως και η σχεδίαση των τεχνητών βαλβίδων καρδιάς, απαίτησε πολλά τεστ «δοκιμής και λάθους».

«Το ζήτημα του προσδιορισμού του μεγέθους και του σχήματος αυτού του σοκ είναι απολύτως εμπειρικό», είπε ο Άρθουρ Τ. Ουίνφρι (Arthur T. Winfree), ένας θεωρητικός βιολόγος. «Δεν υπάρχει καμία θεωρία γι' αυτό. Σήμερα διαπιστώνουμε ότι μερικές υποθέσεις δεν είναι σωστές. Φαίνεται ότι οι απινιδωτές μπορούν να ξανασχεδιαστούν ριζικά για να βελτιωθεί πολύ η απόδοση τους και συνεπώς να αυξηθεί πολύ η πιθανότητα επιτυχίας τους». Για άλλους ανώμαλους ρυθμούς της καρδιάς έχουν δοκιμαστεί φαρμακευτικές θεραπείες, που επίσης βασίζονται στις διαδικασίες «δοκιμής και λάθους» —«μια μαύρη μαγεία»,όπως είπε ο Ουίνφρι, Χωρίς τη βαθιά θεωρητική κατανόηση της δυναμικής της καρδιάς, είναι παραπλανητικό να προσπαθούμε να προβλέψουμε τα αποτελέσματα ενός δεδομένου φαρμάκου, «Τα τελευταία είκοσι χρόνια έχει γίνει θαυμάσια δουλειά στο ζήτημα του προσδιορισμού όλων των μικρών λεπτομερειών της φυσιολογίας των μεμβρανών, όλων των λεπτομερών λειτουργιών της τεράστιας πολυπλοκότητας όλων των μερών της καρδιάς. Ουσιαστικά αυτή η μελέτη βρίσκεται σε καλό δρόμο. Αυτό που παραβλέπεται είναι η άλλη πλευρά, η προσπάθεια να επιτευχθεί μια συνολική προσέγγιση της λειτουργίας της καρδιάς».

Ο ΟΥΙΝΦΡΙ ΚΑΤΑΓΟΤΑΝ από μια οικογένεια από την οποία κανείς δεν είχε ανώτερη μόρφωση. Ξεκίνησε, έλεγε, χωρίς να έχει σωστή εκπαίδευση. Ο πατέρας του, που εξελίχθηκε από τις κατώτερες θέσεις μιας επιχείρησης ασφαλειών ζωής στο επίπεδο του αντιπροέδρου, μεταφερόταν με την οικογένεια του, σχεδόν κάθε χρόνο, πάνω κάτω στην Ανατολική Ακτή, και ο Ουίνφρι πήγε σε περισσότερα από δώδεκα σχολεία πριν τελειώσει το λύκειο. Ανέπτυξε ένα αίσθημα ότι τα ενδιαφέροντα πράγματα στον κόσμο είχαν να κάνουν με τη βιολογία και τα μαθηματικά, καθώς κι ένα αίσθημα ότι κανένας από τους συνήθεις συνδυασμούς αυτών των δύο δεν εξηγούσε σωστά αυτά που τον ενδιέφεραν. Έτσι αποφάσισε να μην ακολουθήσει μια καθιερωμένη προσέγγιση. Σπούδασε για πέντε χρόνια μηχανικός στο Πανεπιστήμιο Κορνέλ, μαθαίνοντας εφαρμοσμένα μαθηματικά και μια πλήρη σειρά πρακτικές εργαστηριακές μεθόδους. Προετοιμασμένος να

βρει δουλειά στο στρατιωτικό και βιομηχανικό τομέα, πήρε διδακτορικό στη βιολογία, προσπαθώντας να συνδυάσει το πείραμα και τη θεωρία με νέους τρόπους. Άρχισε στο Τζογς Χόπκινς, έφυγε μετά από διαφωνίες με τη Σχολή, συνέχισε στο Πρίνστον, έφυγε μετά από διαφωνίες κι εκεί με τη Σχολή, και τελικά πήρε έναν τίτλο από το Πρίνστον, όταν ήδη δίδασκε στο Πανεπιστήμιο του Σικάγου.

Ο Ουίνφρι είναι ένα σπάνιο είδος διανοητή στο κόσμο της βιολογίας, που χρησιμοποίησε πολύ τη γεωμετρία στις εργασίες του στη φυσιολογία. Άρχισε τις έρευνες του πάνω στη βιολογική δυναμική στις αρχές της δεκατίας του εβδομήντα, μελετώντας βιολογικά ρολόγια — κιρκαδιανούς ρυθμούς. Στην περιοχή αυτή παραδοσιακά κυριαρχούσε μια φυσιοδιφική πρρσέγγιση: αυτός ο ρυθμός συμφωνεί μ' αυτό το ζώο κ.ο.κ. Κατά την άποψη *τον* Ουίνφρι, το πρόβλημα των κιρκαδιανών ρυθμών προσφερόταν για ένα μαθηματικό τρόπο ανάλυσης. «Το κεφάλι μου ήταν γεμάτο στοιχεία της μη γραμμικής δυναμικής και συνειδητοποίησα ότι το πρόβλημα μπορούσε να αντιμετωπιστεί, και έπρεπε να αντιμετωπιστεί, με βάση αυτούς τους ποιοτικούς όρους. Κανένας δεν είχε ιδέα τι ήταν αυτοί οι μηχανισμοί των βιολογικών ρολογιών. Έτσι, υπάρχουν δύο επιλογές. Είτε περιμένουμε μέχρι να ανακαλύψουν οι βιοχημικοί το μηχανισμό των ρολογιών και μετά να προσπαθήσουμε να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα για τη συμπεριφορά από τους γνωστούς μηχανισμούς, είτε αρχίζουμε να μελετάμε πώς λειτουργούν τα ρολόγια με βάση τη θεωρία των πολύπλοκων συστημάτων και της μη γραμμικής και τοπολογικής δυναμικής. Αυτό ανέλαβα να κάνω εγώ».

Κάποτε, ο Ουίνφρι είχε ένα εργαστήριο γεμάτο κουνούπια σε κλουβιά. Όπως μπορεί να καταλάβει καθένας που έχει ζήσει σε αντίσκηνο, τα κουνούπια ξυπνάνε κάθε μέρα κατά το σούρουπο. Σε ένα εργαστήριο, όπου η θερμοκρασία και το φως διατηρούνται σταθερά, δηλαδή χωρίς εναλλαγή μέρας και νύχτας, αποδείχνεται ότι τα κουνούπια έχουν έναν εσωτερικό κύκλο όχι είκοσι τεσσάρων αλλά είκοσι τριών ωρών. Κάθε είκοσι τρεις ώρες αρχίζουν να βουίζουν με ιδιαίτερη ένταση. Αυτό που τα κάνει να είναι συνεπή στον κύκλο που εμφανίζουν σε ανοιχτό χώρο είναι το φως που δέχονται κάθε μέρα. Συνεπώς, αυτό ρυθμίζει το ρολόι τους.

Ο Ουίνφρι έριχνε τεχνητό φως στα κουνούπια του, σε δόσεις που τις ρύθμιζε προσεχτικά. Αυτά τα ερεθίσματα είτε επιτάχυναν είτε καθυστερούσαν τον επόμενο κύκλο, και αυτός σχεδίαζε τα αποτελέσματα σε συνάρτηση με τη χρονική στιγμή που έριχνε το φως. Στη συνέχεια, αντί να προσπαθεί να μελετά τη βιοχημεία που ενυπήρχε στο φαινόμενο, κοίταζε το πρόβλημα τοπολογικά — δηλαδή κοίταζε το ποιοτικό σχήμα των δεδομένων, αντί για τις ποσοτικές λεπτομέρειες. Κατέληξε σε ένα εκπληκτικό συμπέρασμα: Υπήρχε μια *ιδιομορφία* στη γεωμετρία, ένα σημείο διαφορετικό από όλα τα άλλα. Παρατηρώντας την ιδιομορφία αυτή, έκανε την πρόβλεψη ότι μια ειδική, ακριβώς χρονομετρημένη λάμψη φωτός θα προκαλούσε μια πλήρη αναστάτωση στο βιολογικό ρολόι των κουνουπιών ή σε οποιοδήποτε άλλο βιολογικό ρολόι.

Η πρόβλεψη ήταν εκπληκτική, αλλά τα πειράματα του Ουίνφρι την επιβεβαίωναν. «Πλησιάστε ένα κουνούπι τα μεσάνυχτα και ρίξτε του έναν ορισμένο αριθμό φωτονίων αυτή η λάμψη, που από πλευράς χρόνου είναι κατάλληλα επιλεγμένη, αναστατώνει το ρολόι του κουνουπιού. Μετά απ' αυτό, το κουνούπι αρχίζει να παρουσιάζει αϋπνίες — θα ελαφροκοιμάται, θα βουίζει για λίγο, εντελώς τυχαία, και θα συνεχίσει να επαναλαμβάνει αυτή τη συμπεριφορά όσο ενδιαφέρεστε να το παρακολουθείτε ή μέχρι να επανέλθετε με μια νέα λάμψη. Του έχετε προκαλέσει μια μόνιμη χρονική υστέρηση». Στις αρχές της δεκαετίας του εβδομήντα, η μαθηματική προσέγγιση του Ουίνφρι στους κιρκαδιανούς ρυθμούς προκαλούσε ελάχιστο γενικό ενδιαφέρον και ήταν δύσκολο να επεκτείνει κανείς την εργαστηριακή τεχνική σε πειραματόζωα που θα αρνιόνταν να μένουν σε μικρά κλουβιά για πολλούς μήνες κάθε φορά.

Η χρονική υστέρηση και η αϋπνία των ανθρώπων παραμένουν στον κατάλογο των άλυτων προβλημάτων της βιολογίας. Και τα δύο φέρνουν στην επιφάνεια τον χειρότερο τσαρλατανισμό — περιττά χάπια και γιατροσόφια. Διάφοροι ερευνητές πράγματι συγκέντρωσαν δεδομένα από ανθρώπους, συνήθως σπουδαστές ή συνταξιούχους ή θεατρικούς συγγραφείς που είχαν να τελειώσουν κάποια έργα, πρόθυμους να δεχτούν λίγες εκατοντάδες δολάρια τη βδομάδα για να ζήσουν «έξω από το χρόνο»: χωρίς το φως της μέρας, χωρίς μεταβολές της θερμοκρασίας, χωρίς ρολό-

ΧΗΜΙΚΟ ΧΑΟΣ. Τα κύματα που διαδίδονται προς τα έξω σε ομόκεντρους κύκλους και τα σπειροειδή κύματα αποτελούσαν σήματα του χάους σε μια ιδιαίτερα μελετημένη χημική αντίδραση, την αντίδραση Μπελούζοφ-Ζαμποτίνσκι (Beluzov-Zhabotinsky). Παρόμοιες μορφές έχουν παρατηρηθεί σε δοχεία με εκατομμύρια αμοιβάδες. Ο Άρθουρ Ουίνφρι θεώρησε ότι τέτοιου είδους κύματα είναι ανάλογα με τα κύματα ηλεκτρικής δράσης που περνούν μέσα από τους μυς της καρδιάς, κανονικά ή ακατάστατα.

για και τηλέφωνα. Οι άνθρωποι έχουν έναν κύκλο στον ύπνο και στο ξύπνημα τους, κι επίσης έναν κύκλο στη θερμοκρασία του σώματος τους — και οι δύο αντιστοιχούν σε μη γραμμικούς ταλαντωτές που, μετά από μικρές αναταραχές, ξαναβρίσκουν την ισορροπία τους. Ο κύκλος της θερμοκρασίας, όταν βρίσκεται σε απομόνωση χωρίς να ρυθμίζεται από κάποιο καθημερινό ερέθισμα, φαίνεται να είναι περίπου είκοσι πέντε ώρες, με τη μικρότερη τιμή στη διάρκεια του ύπνου. Διάφορα πειράματα που έγιναν από γερμανούς ερευνητές έδειξαν όμως ότι μετά από μερικές εβδομάδες ο κύκλος ύπνου και ξυπνήματος αποσυνδεόταν από τον κύκλο της θερμοκρασίας και γινόταν ακατάστατος. Οι άνθρωποι έμεναν ξύπνιοι για είκοσι ή τριάντα ώρες κάθε φορά, και μετά ακολουθούσαν δέκα ή είκοσι ώρες ύπνου. Τα υποκείμενα του πειράματος όχι μόνο δεν αντιλαμβάνονταν ότι η ημέρα τους είχε επιμηκυνθεί, αλλά και αρνιόνταν να το πιστέψουν όταν τους το έλεγαν. Μόνο στα μέσα της δεκαετίας του ογδόντα οι ερευνητές άρχισαν να εφαρμόζουν τη συστηματική προσέγγιση του Ουίνφρι σε ανθρώπους, αρχίζοντας από μια ηλικιωμένη γυναίκα που έπλεκε τα βράδια μπροστά σε έντονο φως. Η κύκλος της άλλαξε σημαντικά και ανέφερε ότι αισθανόταν θαυμάσια, σαν να οδηγούσε ανοιχτό σπορ αυτοκίνητο. Όσο για τον Ουίνφρι, αυτός είχε στραφεί σε ένα άλλο θέμα: τους ρυθμούς της καρδιάς,

Στην πραγματικότητα, ο Ουίνφρι δε θα έλεγε ποτέ ότι είχε «στραφεί». Γι αυτόν ήταν το ίδιο αντικείμενο — διαφορετική χημεία, ίδια δυναμική. Είχε αποκτήσει ειδικό ενδιαφέρον για την καρδιά αφ' ότου έτυχε να δει, χωρίς να μπορεί να βοηθήσει, δύο ανθρώπους να πεθαίνουν ξαφνικά απο καρδιά — ένα συγγενή του στις καλοκαιρινές διακοπές και έναν άλλο την ώρα που κολυμπούσε. Γιατί ένας ρυθμός, που υπήρχε μια ολόκληρη ζωή, που είχε κάνει δύο δισεκατομμύρια ή περισσότερους αδιάκοπους κύκλους, με διαστήματα ανάπαυσης και έντασης, επιτάχυνσης και επιβράδυνσης, ξαφνικά μεταβαλλόταν σε μια ανεξέλεγκτη, μοιραία και μάταιη παραφροσύνη;

Ο ΟΥΙΝΦΡΙ ΔΙΗΓΙΟΤΑΝ την ιστορία ενός παλιού ερευνητή, του Τζορτζ Μάινς (George Mines), ο οποίος το 1914 ήταν είκοσι οχτώ χρονών. Στο εργαστήριο του, στο Πανεπιστήμιο Μακ-Γκιλ

του Μόντρεαλ, ο Μάινς κατασκεύασε μια μικρή συσκευή που μπορούσε να δίνει μικρούς, επακριβώς ρυθμισμένους ηλεκτρικούς παλμούς στην καρδιά.

«Όταν έκρινε πως ήταν καιρός ν' αρχίσει να ασχολείται με τα ανθρώπινα όντα, επέλεξε το πιο εύκολο πειραματικό υποκείμενο: τον εαυτό του», έγραψε ο Ουίνφρι. «Στις έξι περίπου εκείνο το απόγευμα, ένας θυρωρός, διαπιστώνοντας ότι υπήρχε μια περίεργη ησυχία στο εργαστήριο, μπήκε στο δωμάτιο. Ο Μάινς βρισκόταν κάτω από τον πάγκο του, περιστοιχισμένος από μπλεγμένα ηλεκτρικά καλώδια. Μια σπασμένη συσκευή ήταν κολλημένη στο στήθος του πάνω από την καρδιά και μια διάταξη εκεί κοντά κατέγραψε ακόμα τα διστακτικά χτυπήματα της καρδιάς του. Πέθανε χωρίς να ανακτήσει τις αισθήσεις του».

Μπορεί κανείς να υποθέσει ότι ένα μικρό σοκ, που δίνεται όμως την κατάλληλη στιγμή, μπορεί να φέρει την καρδιά σε κατάσταση μαρμαρυγής και, πράγματι, ακόμα και ο Μάινς το κατάλαβε λίγο πριν πεθάνει. Άλλου είδους σοκ μπορεί να επιταχύνει ή να καθυστερήσει τον επόμενο χτύπο, ακριβώς όπως συμβαίνει και με τους κιρκαδιανούς ρυθμούς. Αλλά μια σημαντική διαφορά ανάμεσα στην καρδιά και στα βιολογικά ρολόγια, μια διαφορά που δεν μπορούμε να παραβλέψουμε ακόμα και σε ένα απλοποιημένο μοντέλο, είναι ότι η καρδιά είναι ένα σώμα στο χώρο. Μπορείτε να το κρατήσετε στα χέρια σας. Μπορείτε να παρακολουθήσετε ένα ηλεκτρικό κύμα στις τρεις διαστάσεις του.

Ωστόσο, για να το κάνει κανείς αυτό, χρειάζεται ευφυΐα. Ο Ρέυμοντ Αϊντέκερ (Raymond Ideker) από το Ιατρικό Κέντρο του Πανεπιστημίου Ντιουκ διάβασε ένα άρθρο του Ουίνφρι στο *Scientific American* το 1983 και σημείωσε τέσσερις συγκεκριμένες προβλέψεις σχετικά με την πρόκληση και την παύση της μαρμαρυγής, οι οποίες στηρίζονταν στη μη γραμμική δυναμική και την τοπολογία. Ο Αϊντέκερ στην πραγματικότητα δεν τα πίστευε αυτά, Φαίνονταν πολύ θεωρητικά και, για έναν καρδιολόγο, πολύ αφηρημένα. Μέσα σε τρία χρόνια, και οι τέσσερις προβλέψεις είχαν δοκιμαστεί και επιβεβαιωθεί και ο Αϊντέκερ εκτελούσε ένα πολύ σημαντικό και δύσκολο πρόγραμμα, με στόχο να μαζέψει όσο πιο πλούσια δεδομένα μπορούσε, απαραίτητα για να αναπτύξει τη δυναμική προσέγγιση της καρδιάς. Ήταν,

όπως έλεγε ο Ουίνφρι, «το καρδιακό ισοδύναμο του κύκλοτρου*».

Το παραδοσιακό ηλεκτροκαρδιογράφημα δίνει μόνο μια γενική μονοδιάστατη εικόνα. Στη διάρκεια μιας εγχείρησης καρδιάς, ο γιατρός μπορεί να πάρει ένα ηλεκτρόδιο και να το μεταφέρει από σημείο σε σημείο πάνω στην καρδιά, δοκιμάζοντας πενήντα ή εξήντα θέσεις σε διάστημα δέκα λεπτών, και έτσι να δημιουργήσει ένα είδος σύνθετης εικόνας. Για τη μαρμαρυγή αυτή η τεχνική είναι άχρηστη. Η καρδιά αλλάζει και τρέμει πολύ γρήγορα. Η τεχνική του Αϊντέκερ, που στηριζόταν πιο πολύ σε επεξεργασία με τον υπολογιστή σε πραγματικό χρόνο, ήταν να εμφυτεύσει 128 ηλεκτρόδια σε ένα πλέγμα, με το οποίο θα περιτύλιγε την καρδιά όπως η κάλτσα το πόδι. Τα ηλεκτρόδια κατέγραφαν το πεδίο δυναμικού καθώς κάθε κύμα ταξίδευε μέσα από το μυ, και ο υπολογιστής έδινε μια απεικόνιση της καρδιάς.

Η πρόθεση του Αϊντέκερ, εκτός από το να ελέγξει τις θεωρητικές ιδέες του Ουίνφρι, ήταν να βελτιώσει τις ηλεκτρικές συσκευές που χρησιμοποιούνταν για να σταματούν τη μαρμαρυγή. Οι γιατροί που αντιμετωπίζουν έκτακτα περιστατικά έχουν πάντα μαζί τους κλασικέςπαραλλαγές απινιδωτών και είναι έτοιμοι να δώσουν ένα έντονο σοκ συνεχούς ρεύματος στο θώρακα του αρρώστου που έχει πάθει την προσβολή. Πειραματικά, οι καρδιολόγοι έχουν φτιάξει μια μικρή συσκευή εμφυτευόμενη μέσα στην κοιλότητα του στήθους του αρρώστου που θεωρείται ότι βρίσκεται σε μεγάλο κίνδυνο, αν και υπάρχει ακόμα το πρόβλημα πώς αναγνωρίζονται αυτοί οι άρρωστοι. Ένας απινιδωτής που εμφυτεύεται στο σώμα, λίγο μεγαλύτερος από ένα βηματοδότη, κάθεται και περιμένει, αφουγκραζόμενος το σταθερό χτύπο της καρδιάς, μέχρι να υπάρξει ανάγκη να απελευθερώσει ορισμένη ηλεκτρική ενέργεια. Ο Αϊντέκερ άρχισε να συγκεντρώνει τις γνώσεις από την άποψη της φυσικής επιστήμης που ήταν απαραίτητες για να σχεδιάσει απινιδωτές πιο φτηνούς, λιγότερο επικίνδυνους, πιο επιστημονικούς.

* Μηχάνημα που επιταχύνει ηλεκτρικά φορτίο σε υψηλές ενέργειες, για τη κατασκευή και λειτουργία του οποίου χρειάστηκαν επίσης τεράστιες προσπάθειες. (Σ.τ.ε.),

ΓΙΑΤΙ ΠΡΕΠΕΙ οι νόμοι του χάους να ισχύουν στην καρδιά, με τον ειδικό ιστό της — κύτταρα που σχηματίζουν αλληλοσυνδεόμενες διακλαδωνόμενες ίνες, που μεταφέρουν ιόντα ασβεστίου, καλίου και νατρίου; Αυτό ήταν το ερώτημα που βασάνιζε τους επιστήμονες στο Πανεπιστήμιο Μακ-Γκιλ και στο Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασσαχουσέττης.

Ο Λεόν Γκλας και οι συνάδελφοι του Μάικελ Γκουεβάρα (Michael Guevara) και Άλβιν Σράιερ (Alvin Schrier) στο Μακ-Γκιλ, ακολούθησαν μια από τις πιο πολυσυζητημένες κατευθύνσεις έρευνας σε ολόκληρη τη σύντομη ιστορία της μη γραμμικής δυναμικής. Χρησιμοποίησαν μικροσκοπικές συσσωματώσεις καρδιακών κυττάρων από έμβρυα κοτόπουλων εφτά ημερών. Αυτές οι συσσωματώσεις, που είχαν διάμετρο 1/80 του εκατοστομέτρου, όταν τοποθετήθηκαν σε ένα δοχείο και ανακινήθηκαν μαζί, άρχισαν να χτυπούν αυθόρμητα με ρυθμό μια φορά το δευτερόλεπτο, χωρίς κανένα εξωτερικό βηματοδότη. Ο παλμός ήταν σαφώς ορατός με το μικροσκόπιο. Το επόμενο βήμα ήταν να εφαρμοστεί και μια εξωτερική παλμική κίνηση, και οι επιστήμονες του Μακ-Γκιλ το πέτυχαν με ένα μικροηλεκτρόδιο, ένα λεπτό γυάλινο σωλήνα με λεπτό άκρο τοποθετημένο μέσα σε ένα από τα κύτταρα. Από το σωλήνα περνούσε ηλεκτρικό ρεύμα, ερεθίζοντας τα κύτταρα με ένταση και συχνότητα που μπορούσαν να ρυθμίζονται.

Συνόψισαν τα ευρήματα τους στο περιοδικό *Science* το 1981, ως εξής: «Οταν οι βιολογικοί ταλαντωτές διαταράσσονται περιοδικά, τότε, γενικά, μπορεί να εμφανίζεται μια εξωτική δυναμική συμπεριφορά που είχε παρατηρηθεί πριν σε μαθηματικές μελέτες και σε πειράματα των φυσικών επιστημών». Οι επιστήμονες είδαν διπλασιασμό της περιόδου των ηλεκτροκαρδιογραφικών μορφών — να τρέπονται προς δύο κατευθύνσεις καθώς το ερέθισμα μεταβαλλόταν. Έκαναν απεικονίσεις Πουανκαρέ και χαρτογράφησαν την δραστηριότητα του ηλεκτρικού κύκλου. Μελέτησαν διαλείψεις και καταστάσεις «συντόνισης».«Πολλοί διαφορετικοί ρυθμοί μπορούν να εγκατασταθούν από ένα ερέθισμα σε ένα μικρό μέρος της καρδιάς του κοτόπουλου», είπε ο Γκλας. «Χρησιμοποιώντας μη γραμμικά μαθηματικά, μπορούμε να καταλάβουμε εντελώς τις διαφορετικές συχνότητες και τη σειρά εμφανίσεως τους. Χήμερα, η εκπαίδευση των καρδιολόγων

δεν περιέχει σχεδόν καθόλου μαθηματικά, αλλά ο τρόπος που βλέπουμε σήμερα αυτά τα προβλήματα είναι αυτός με τον οποίο οι άνθρωποι θα πρέπει να τα αντιμετωπίζουν στο μέλλον».

Στο μεταξύ, σε ένα πρόγραμμα συνεργασίας του Χάρβαρντ και του MIT σε ζητήματα σχετικά με την υγεία και την τεχνολογία, ο Ρίτσαρντ Τζ. Κοέν (Richard J. Cohen), ένας καρδιολόγος και φυσικός, ανακάλυψε μια περιοχή διπλασιασμών περιόδου σε πειράματα με σκύλους. Χρησιμοποιώντας μοντέλα με υπολογιστή, δοκίμασε ένα πειστικό σενάριο, κατά το οποίο το μέτωπο κύματος της ηλεκτρικής δράσης σπάει στις νησίδες του ιστού. «Είναι μια καθαρή περίπτωση του φαινομένου Φαϊγκενμπάουμ», είπε, «ένα κανονικό φαινόμενο το οποίο, κάτω από ορισμένες περιστάσεις, γίνεται χαοτικό και αποδείχνεται ότι η ηλεκτρική δράση της καρδιάς έχει πολλούς παραλληλισμούς με άλλα συστήματα που αναπτύσσουν χαοτική συμπεριφορά».

Οι επιστήμονες του Μακ-Γκιλ στράφηκαν επίσης σε παλιά δεδομένα που είχαν συλλέγει σχετικά με διαφορετικά είδη ανωμαλιών στους καρδιακούς παλμούς. Σε ένα πολύ γνωστό σύνδρομο, οι ανώμαλοι, έκτοποι παλμοί ανακατεύονται με κανονικούς φλεβοκομβικούς παλμούς. Ο Γκλας και οι συνάδελφοι του εξέτασαν τις μορφές, μετρώντας τον αριθμό των φλεβοκομβικών παλμών που εμφανίζονταν ανάμεσα σε έκτοπους παλμούς. Σε μερικούς ανθρώπους, οι αριθμοί αυτοί μεταβάλλονταν, αλλά για κάποια αιτία ήταν πάντα περιττοί: 3 ή 5 ή 7. Σε άλλους ανθρώπους, ο αριθμός των κανονικών παλμών ήταν πάντα μέρος της ακολουθίας: 2, 5, 8, 11, ...

«Οι άνθρωποι έχουν κάνει αυτές τις παράδοξες αριθμολογικές παρατηρήσεις, αλλά οι μηχανισμοί δεν είναι εύκολο να κατανοηθούν», είπε ο Γκλας. «Υπάρχει συνήθως κάποιος τύπος κανονικότητας σ' αυτούς τους αριθμούς, αλλά υπάρχει επίσης και μεγάλη αταξία/Ενα από τα σλόγκαν σ' αυτό το πεδίο είναι: τάξη μέσα στο χάος».

Παραδοσιακά, υπήρχαν δύο απόψεις για τη μαρμαρυγή, Η πρώτη υποστήριζε ότι τα δευτερεύοντα σήματα βηματοδότησης προέρχονταν από ανώμαλα κέντρα που βρίσκονται μέσα στον ίδιο το μυ της καρδιάς και συγκρούονται με το κύριο σήμα. Αυτά τα μικροσκοπικά έκτοπα κέντρα πυροδοτούν κύματα σε ακα-

νόνιστα διαστήματα, και έχει θεωρηθεί ότι η αλληλεπίδραση και η αλληλοεπικάλυψη τους καταστρέφουν το συντονισμένο κύμα συστολής. Η έρευνα που έκαναν οι επιστήμονες του Μακ-Γκιλ ενίσχυσε κατά κάποιον τρόπο αυτή την ιδέα, αποδείχνοντας ότι μπορεί να εμφανιστεί ανώμαλη δυναμική συμπεριφορά με αλληλεπίδραση ανάμεσα σε έναν εξωτερικό παλμό και τον εγγενή καρδιακό παλμό. Παραμένει όμως δύσκολο να εξηγηθεί η εμφάνιση αυτών των δευτερευόντων κέντρων βηματοδότησης.

Η άλλη προσέγγιση έριχνε το βάρος όχι στην πρόκληση των ηλεκτρικών κυμάτων αλλά στον τρόπο που αυτά διαδίδονται μέσα στην καρδιά· οι ερευνητές του Χάρβαρντ και του MIT αποδέχτηκαν αυτή την άποψη. Διαπίστωσαν ότι μερικές ανωμαλίες του ερεθίσματος που περιστρέφεται σε μικροσκοπικούς κύκλους, μπορούσαν να προκαλέσουν την «επανείσοδο»: σε ορισμένα τμήματα της καρδιάς το επόμενο χτύπημα συνέβαινε νωρίς και συντόμευε την απαραίτητη χαλάρωση που απαιτείται στην κανονική άντληση.

Επιμένοντας σε μεθόδους μη γραμμικής δυναμικής, και οι δύο ομάδες των ερευνητών έμαθαν ότι μια μικρή μεταβολή σε μια παράμετρο — ίσως μια τροποποίηση της στιγμής και της διάρκειας που εφαρμόζεται ένα ερέθισμα ή μια αλλαγή στην ηλεκτρική αγωγιμότητα — μπορούσε να οδηγήσει ένα υγιές κατά τα άλλα σύστημα μέσα από ένα σημείο διακλάδωσης σε μια ποιοτικά διαφορετική συμπεριφορά. Οι ερευνητές αυτοί άρχισαν επίσης να βρίσκουν κοινό έδαφος που επιτρέπει τη σφαιρική μελέτη των καρδιακών προβλημάτων, συνδέοντας ανωμαλίες που πριν θεωρούνταν άσχετες. Επιπλέον, ο Ουίνφρι πίστευε ότι, παρά το διαφορετικό τους προσανατολισμό, και η άποψη περί των έκτοπων ερεθισμάτων και η άποψη της επανεισόδου ήταν σωστές. Με την τοπολογική του προσέγγιση υποστήριξε ότι οι δύο ιδέες μπορεί να ήταν τελικά μία.

«Τα δυναμικά συστήματα βρίσκονται γενικά σε αντίθεση με τη διαίσθηση, και η καρδιά δεν αποτελεί εξαίρεση», έλεγε. Οι καρδιολόγοι είχαν την ελπίδα ότι η έρευνα θα τους έδινε έναν επιστημονικό τρόπο να αναγνωρίζουν τους ανθρώπους που κινδύνευαν να πάθουν μαρμαρυγή, έναν τρόπο να σχεδιάζουν απινιδωτές και να χορηγούν φάρμακα. Ο Ουίνφρι είχε επίσης την ελπίδα ότι μια γενική μαθηματική προοπτική σε τέτοια προβλήματα

θα βελτίωνε έναν κλάδο που μόλις γεννιόταν στις ΗΠΑ, τη θεωρητική βιολογία.

ΣΗΜΕΡΑ ΜΕΡΙΚΟΙ φυσιολόγοι μιλούν για δυναμικές ασθένειες: ανωμαλίες συστημάτων, βλάβη στο συντονισμό ή τον έλεγχο. «Τα συστήματος που φυσιολογικά ταλαντώνονται σταματούν την ταλάντωση τους ή αρχίζουν να ταλαντώνονται με έναν καινούριο και απρόσμενο τρόπο, και τα συστήματα που φυσιολογικά δεν ταλαντώνονται αρχίζουν να ταλαντώνονται», είναι μια διατύπωση. Αυτά τα σύνδρομα περιλαμβάνουν αναπνευστικές διαταραχές: δύσπνοια, βραχείς εκπνοές, αναπνοή τύπου Τσέυν-Στόουκς (Cheyne-Stokes) και νηπιακή ασφυξία— που συνδέεται με το σύνδρομο του αιφνίδιου θανάτου των νηπίων. Υπάρχουν δυναμικές αιματολογικές παθήσεις, που περιλαμβάνουν μια μορφή λευχαιμίας, στην οποία οι διαταραχές μεταβάλλουν την ισορροπία ανάμεσα στα λευκά και τα ερυθρά αιμοσφαίρια, τα αιμοπετάλια και τα λεμφοκύτταρα. Μερικοί επιστήμονες σκέφτονται πως και η ίδια η σχιζοφρένεια, μαζί με κάποιες μορφές κατάθλιψης, μπορεί να ανήκουν σ' αυτή την κατηγορία.

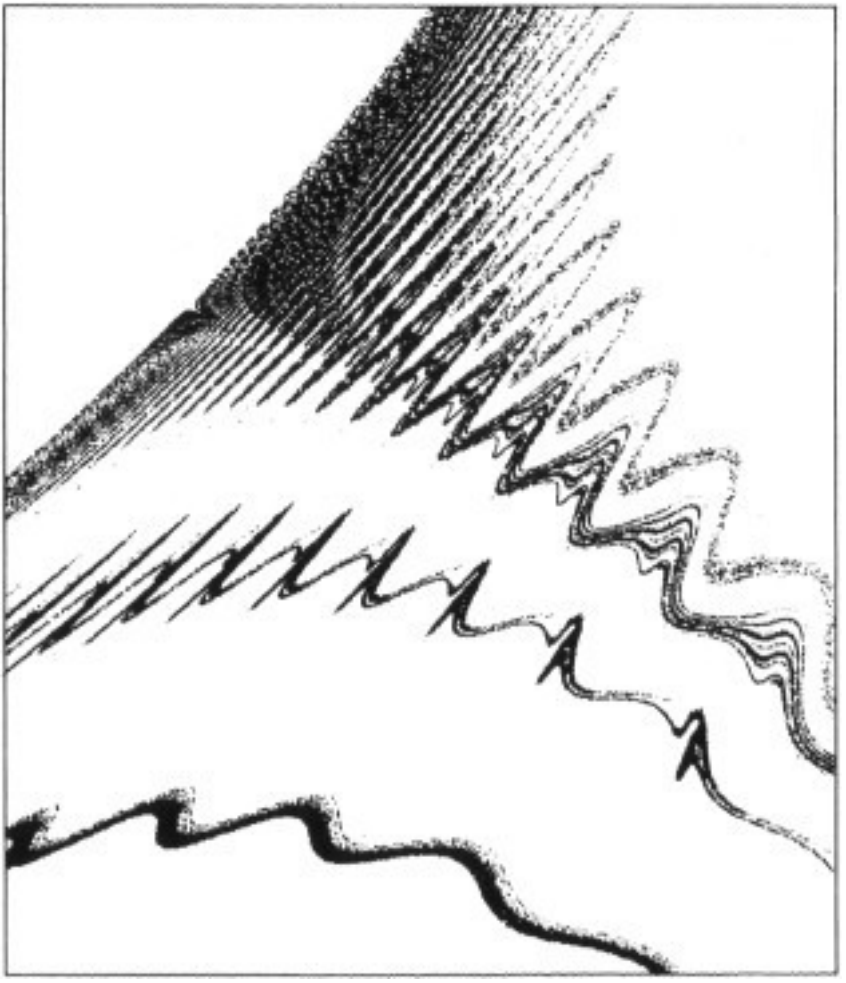
Αλλά οι φυσιολόγοι έχουν επίσης αρχίσει να βλέπουν το χάος ως υγιή συμπεριφορά. 'Εχουν κατανοήσει από καιρό ότι η μη γραμμικότητα χρησιμεύει στις διαδικασίες ανάδρασης για να ρυθμίζει και να ελέγχει. Με απλά λόγια, αν σε μια γραμμική διαδικασία υπάρξει μια μικρή αναταραχή, η διαδικασία έχει ελάχιστα διαφοροποιημένη εξέλιξη. Σε μια μη γραμμική διαδικασία, αν υπάρξει η ίδια αναταραχή, τότε η διαδικασία τείνει να επιστρέψει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε, Ο Κρίστιαν Χόυχενς, ο ολλανδός φυσικός του 17ου αιώνα που βοήθησε στην επινόηση του εκκρεμούς ρολογιού και της κλασικής επιστήμης της δυναμικής, σκόνταψε σε ένα από τα μεγαλύτερα παραδείγματα αυτού του τύπου ρύθμισης, ή τέλος πάντων κάτι τέτοιο λέει η ιστορία. Ο Χόυχενς παρατήρησε μια μέρα ότι ένα σύνολο εκκρεμών ρολογιών που ήταν τοποθετημένα στον ίδιο ξύλινο τοίχο συνέβαινε να κινείται με τέλειο συγχρονισμό, σαν χορωδία. Ήξερε ότι τα ρολόγια δεν μπορούσαν να είναι τόσο ακριβή. Η μαθηματική περιγραφή του εκκρεμούς, όπως ήταν τότε γνωστή, δεν μπορούσε να εξηγήσει αυτή τη μυστηριώδη διάδοση της τά-

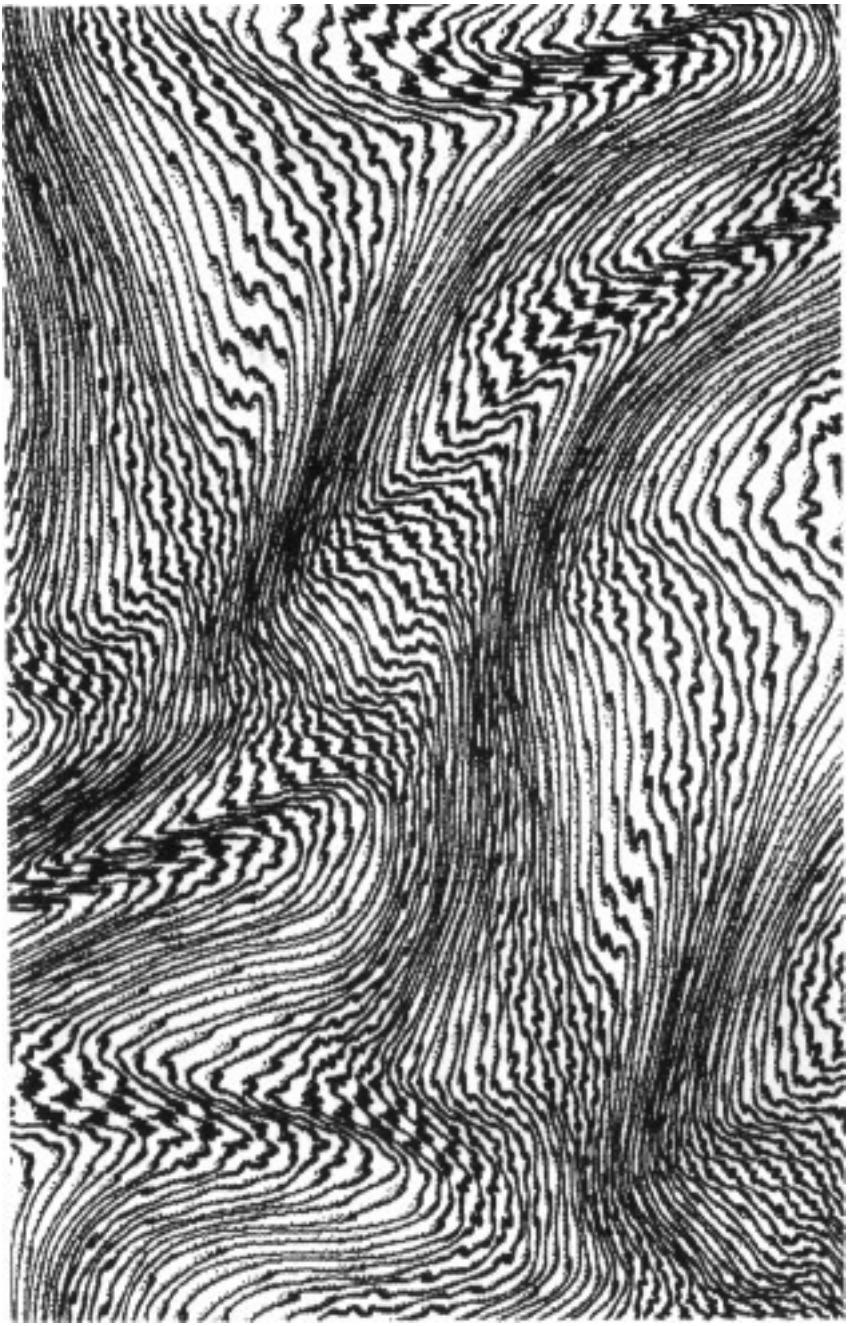
ξης από το ένα εκκρεμές στο άλλο. Ο Χόυχενς υπέθεσε, σωστά, ότι τα ρολόγια αλληλεπιδρούσαν με παλμούς που μεταφέρονταν μέσα από το ξύλο. Αυτό το φαιγόμενο, κατά το οποίο ένας κανονικός κύκλος «κλειδώνεται» μέσα σ' έναν άλλο, λέγεται σήμερα κατάσταση συντόνισης* (mode locking). Η κατάσταση συντόνισης εξηγεί γιατί το φεγγάρι έχει στραμμένη προς τη Γη την ίδια πάντα πλευρά του ή, πιο γενικά, γιατί οι δορυφόροι τείνουν να περιστρέφονται γύρω από τον άξονα τους με περίοδο που σχηματίζει με την περίοδο της τροχιάς τους κάποιον λόγο ακεραίων αριθμών: 1 προς 1 ή 2 προς 1 ή 3 προς 2. Όταν ο λόγος βρίσκεται κοντά σε έναν ακέραιο αριθμό, η μη γραμμικότητα στην παλιρροϊκή έλξη του δορυφόρου τείνει να τον οδηγήσει σε κατάσταση συντόνισης. Αντίστοιχο φαινόμενο εμφανίζεται στα ηλεκτρονικά: ένας ραδιοδέκτης, για παράδειγμα, μπορεί να κλειδώνεται, να οδηγείται σε κατάσταση συντόνισης με σήματα, ακόμα και όταν υπάρχουν μικρές αυξομειώσεις στη συχνότητα τους. Η κατάσταση συντόνισης ευθύνεται για τη δυνατότητα που έχουν κάποιες οκάδες ταλαντωτών, ανάμεσα στις οποίες είναι και οι βιολογικοί ταλαντωτές —σαν τα κύτταρα της καρδιάς και τα κύτταρα των νεύρων— να εργάζονται συγχρονισμένα. Ένα εκπληκτικό παράδειγμα στη φύση αποτελεί ένα είδος πυγολαμπίδων της Νοτιοανατολικής Ασίας που μαζεύονται στα δέντρα την περίοδο του ζευγαρώματος κατά χιλιάδες, και αναβοσβήνουν με μια απίστευτη φασματική αρμονία.

Με όλα αυτά τα φαινόμενα ελέγχου, ένα κρίσιμο ζήτημα είναι η ανθεκτικότητα: πόσο μπορεί ένα σύστημα να αντιστέκεται σε μικρά σοκ, Εξίσου κρίσιμη στα βιολογικά συστήματα είναι η ευκαμψία: πόσο καλά μπορεί να λειτουργεί ένα σύστημα σε μια *ζώνη* συχνοτήτων. Η συντόνιση σε μια μοναδική κατάσταση μπορεί να είναι υποδούλωση, που εμποδίζει ένα σύστημα να προσαρμόζεται σε μεταβολές. Οι οργανισμοί πρέπει να ανταποκρίνονται σε περιστάσεις που γνωρίζουν ποικίλες, γρήγορες και απρόβλεπτες αλλαγές. Κανένας καρδιακός παλμός ή αναπνευστικός ρυθμός δεν μπορεί να ««καθηλώνεται» στις αυστηρές περιοδικότητες των πιο απλών φυσικών μοντέλων και το ίδιο ισχύ-

* Θα μπορούσε ακόμη να αποδοθεί ως κατάσταση εγκλείδωσης ή και κατάσταση καθήλωσης. (Σ.τ.μ.).

ΧΑΟΤΙΚΕΣ ΑΡΜΟΝΙΕΣ. Η αλληλεπίδραση διαφορετικών ρυθμών, όπως είναι οι ραδιοσυχνότητες ή οι τροχιές των πλανητών, δίνει μια ειδική εκδοχή του χάους. Κάτω και στην απέναντι σελίδα βλέπουμε εικόνες από υπολογιστή μερικών «ελκυστών» που μπορούν να προκύψουν όταν συνυπάρχουν τρεις συχνότητες.





ΧΑΟΤΙΚΕΣ ΡΟΕΣ. Μια ράβδος που σύρεται μέσα σε παχύρρευστο υγρό δημιουργεί μια απλή, κυματοειδή μορφή. Αν κάνει αρκετά πήγαιν' έλα, θα προκύψουν πολυπλοκότερες μορφές.

ει και για τους πιο ανεπαίσθητους ρυθμούς του υπόλοιπου σώματος. Μερικοί ερευνητές, ανάμεσα τους και ο Αρύ Γκολντμπέργκερ της Ιατρικής Σχολής του Χάρβαρντ, διατύπωσαν την άποψη ότι η δυναμική ενός υγιούς οργανισμού χαρακτηρίζεται από φράκταλ φυσικές δομές, όπως τα δίκτυα με τις διακλαδώσεις των βρογχικών σωλήνων στον πνεύμονα και οι αγώγιμες ίνες στην καρδιά, που επιτρέπουν να λειτουργούν σε μια μεγάλη περιοχή συχνοτήτων. Έχοντας κατά νου τα επιχειρήματα του Ρόμπερτ Σόου, ο Γκολντμπέργκερ παρατήρησε: «Οι φράκταλ διαδικασίες που είναι συνδεδεμένες με ευρείας ζώνης φάσματα και παρουσιάζουν σταθερότητα κλίμακας είναι πλούσιες σε πληροφορίες. Αντίθετα, οι περιοδικές διαδικασίες ανταναακλούν φάσματα στενής ζώνης και ορίζονται από μονότονες επαναληπτικές ακολουθίες, χωρίς πληροφορίες». Ο Γκολντμπέργκερ και άλλοι φυσιολόγοι υποστήριξαν ότι η αντιμετώπιση τέτοιων αταξιών μπορεί να εξαρτάται από τη διεύρυνση του φασματικού αποθέματος ενός συστήματος, δηλαδή από τη δυνατότητα του να επεκτείνεται σε πολλές διαφορετικές συχνότητες χωρίς να εγκλωβίζεται σε μια περιοδική συμπεριφορά.

Ο Άρνολντ Μάντελ, ο ψυχίατρος και ο επιστήμονας της δυναμικής από το Σαν Ντιέγκο ο οποίος υπερασπίστηκε τον Μπερνάρντο Χούμπερμαν κατά τη διάρκεια της διάλεξης του στο ζήτημα της κίνησης των ματιών των σχιζοφρενών, προχώρησε ακόμα περισσότερο στο ρόλο του χάους στη φυσιολογία. «Είναι δυνατόν η μαθηματική παθολογία, δηλαδή το χάος, να είναι υγεία; Και η μαθηματική υγεία, δηλαδή η δυνατότητα πρόβλεψης και διαφοροποίησης μιας δομής αυτού του είδους, να είναι πάθηση;» Ο Μάντελ είχε στραφεί στο χάος ήδη από το 1977, όταν διαπίστωσε μια «περίεργη συμπεριφορά» σε ορισμένα ένζυμα του εγκεφάλου, η οποία μπορούσε να εξηγηθεί μόνο με τις νέες μεθόδους των μη γραμμικών μαθηματικών. Είχε ενθαρρύνει τη μελέτη, το ίδιο προκλητικά, των ταλαντωνόμενων τρισδιάστατων και διαπλεκόμενων μορίων των πρωτεϊνών. Αντί οι βιολόγοι να σχεδιάζουν στατικές δομές, υποστήριξε, θα έπρεπε να αντιμετωπίζουν αυτά τα μόρια ως δυναμικά συστήματα, ικανά να παρουσιάζουν αλλαγές φάσεων. Ο ίδιος ήταν, όπως έλεγε, ζηλωτής, και το κύριο ενδιαφέρον του ήταν το πιο χαοτικό όργανο από όλα. «Όταν στη βιολογία καταλήγετε σε μια ισορροπία,

τότε είστε νεκροί», έλεγε. «Αν σας ρωτήσω κατά πόσο ο εγκέφαλος σας είναι σύστημα ισορροπίας, αυτό που πρέπει να κάνω είναι να σας ζητήσω να μη σκέφτεστε για λίγα λεπτά τους ελέφαντες, και τότε θα *αντιληφθείτε* ότι ο εγκέφαλος σας δεν είναι σύστημα σε ισορροπία».

Για τον Μάντελ, οι ανακαλύψεις που σχετίζονται με το χάος υπαγορεύουν μια αλλαγή των κλινικών προσεγγίσεων στη θεραπεία των ψυχικών διαταραχών, Με οποιαδήποτε αντικειμενική μέτρηση, η σύγχρονη δράση της «ψυχοφαρμακολογίας» — η χρήση φαρμάκων για την αντιμετώπιση των πάντων, από το άγχος και την αϋπνία μέχρι τη σχιζοφρένεια — πρέπει να θεωρηθεί αποτυχημένη. Λίγοι ασθενείς θεραπεύονται, αν όχι και κανένας. Οι πιο βίαιες εκδηλώσεις των διανοητικών ασθενειών μπορούν να ελεγχθούν, αλλά κανένας δεν ξέρει με ποιες μακροπρόθεσμες συνέπειες. Ο Μάντελ πρόσφερε στους συναδέλφους του μια ψυχρή εκτίμηση για τα διαδεδομένα φάρμακα. Οι φαινοθιαζίνες, που δίνονται στους σχιζοφρενείς, χειροτερεύουν την αρχική διαταραχή. Τα τρικυκλικά αντικαταθλιπτικά «αυξάνουν τα κυκλοθυμικά φαινόμενα και οδηγούν μακροπρόθεσμα στην αύξηση των υποτροπών των ψυχοπαθολογικών επεισοδείων», κ.ο.κ. Μόνο το λίθιο έχει πραγματικά ιατρικά αποτελέσματα, είπε ο Μάντελ, και μόνο για έναν περιορισμένο αριθμό ασθενειών.

Κατά τον Μάντελ, υπήρχε πρόβλημα εννοιολογικού πλαισίου. Οι παραδοσιακές μέθοδοι αντιμετώπισης αυτού του «πολύ αστα-θούς, δυναμικού και με άπειρες διαστάσεις μηχανισμού» ήταν γραμμικές και αναγωγικές. «Το παρακάτω Παράδειγμα παραμένει: ένα γονίδιο —> ένα πεπτίδιο —> ένα ένζυμο —> ένας νευρομεταβιβαστής —> ένας υποδοχέας —> μια ζωική συμπεριφορά —> ένα κλινικό σύνδρομο —> ένα φάρμακο —> μια διαδικασία κλινικής διάγνωσης. Αυτό κυριαρχεί σε όλη σχεδόν την έρευνα και θεραπεία στην ψυχοφαρμακολογία. Πάνω από 50 νευρομεταβιβαστές, χιλιάδες τύποι κυττάρων, συμπλοκή ηλεκτρομαγνητική φαινομενολογία και συνεχής αστάθεια, βασισμένη στην αυτόνομη δραστηριότητα σε όλα τα επίπεδα, από τις πρωτεΐνες μέχρι το ηλεκτροεγκεφαλογράφημα — και παρ' όλα αυτά ο εγκέφαλος θεωρείται ένας πίνακας χημικών συνδέσεων». Όποιος έχει εξοικειωθεί με τον κόσμο της μη γραμμικής δυναμικής δεν μπορεί παρά να σκεφτεί: Τι απλοϊκότητα! Ο Μάντελ παρακίνησε τους

συναδέλφους του να καταλάβουν τις γεωμετρίες της ροής που στηρίζουν πολύπλοκα συστήματα σαν το μυαλό.

Πολλοί άλλοι επιστήμονες άρχισαν να εφαρμόζουν το φορμαλισμό του χάους στην έρευνα της τεχνητής νοημοσύνης. Η δυναμική των συστημάτων που περιπλανώνται ανάμεσα σε κοιτίδες έλξης, για παράδειγμα, γοήτευε εκείνους που αναζητούσαν έναν τρόπο να κάνουν μοντέλα από σύμβολα και μνήμες. Ένας φυσικός που θεωρούσε τις *ιδέες* ως περιοχές με συγκεχυμένα σύνορα, διακριτά αλλά επικαλυπτόμενα, που τραβούσαν σαν μαγνήτες και ταυτόχρονα επέτρεπαν την απομάκρυνση, ήταν φυσικό να στραφεί στην εικόνα ενός χώρου φάσεων με «κοιτίδες έλξης». Τέτοια μοντέλα έδειχναν να έχουν τα σωστά χαρακτηριστικά: σημεία σταθερότητας αναμεμειγμένης με αστάθεια και περιοχές με μεταβλητά όρια. Η φράκταλ δομή τους πρόσφερε εκείνο το είδος της άπειρα αυτοαναφερόμενης ιδιότητας που φαίνεται τόσο σημαντική στη δυνατότητα του μυαλού να προχωρά με ιδέες, αποφάσεις, συναισθήματα και όλα τα άλλα έργα της συνείδησης. Με το χάος ή χωρίς αυτό, οι πληροφορημένοι και σοβαροί επιστήμονες δεν μπορούν πλέον να κάνουν μοντέλα του μυαλού θεωρώντας το ως στατική δομή, Αναγνωρίζουν σ' αυτό, μετά την ανακάλυψη του νευρώνα, την ύπαρξη μιας ιεραρχίας κλιμάκων που επιτρέπει την αλληλεπίδραση του μικροσκοπικού και του μακροσκοπικού, που είναι τόσο χαρακτηριστική στη στροβιλώδη ροή των ρευστών και σε άλλες πολύπλοκες δυναμικές διαδικασίες.

Μορφή που γεννιέται από την αμορφία: αυτή είναι η βασική ιδέα της βιολογίας και το βασικό της μυστήριο. Η ζωή απομυζά την τάξη από μια θάλασσα αταξίας. Ο Έρβιν Σρέντιγκερ (Erwin Schrodiger), ο πρωτοπόρος της κβαντικής θεωρίας και ένας από τους λίγους φυσικούς που επιχείρησαν ως μη ειδικοί να κάνουν βιολογικές υποθέσεις, είπε πριν από σαράντα χρόνια: «Ένας ζωντανός οργανισμός έχει το εκπληκτικό χάρισμα να συγκεντρώνει μέσα του "ένα ρεύμα τάξης" και έτσι να αποφεύγει την αποσύνθεση σε ένα ατομικό χάος». Για τον Σρέντιγκερ ως φυσικό ήταν καθαρό ότι η δομή της ζωντανής ύλης διέφερε από το είδος της ύλης που μελετούσαν οι συνάδελφοι του. Ο δομικός λίθος της ζωής — δε λεγόταν ακόμα DNA — ήταν ένας *μη περιοδικός κρύσταλλος.* «Στη φυσική έχουμε ασχοληθεί μέχρι τώρα μόνο με

περιοδικούς κρυστάλλους. Στο ταπεινό μυαλό ενός φυσικού, αυτά είναι πολύ ενδιαφέροντα και περίπλοκα αντικείμενα. Αποτελούν μια από τις πιο γοητευτικές δομές ύλης με τις οποίες η άψυχη φύση τον προβληματίζει. Και όμως, αν συγκριθούν με τον μη περιοδικό κρύσταλλο, είναι μάλλον απλοϊκά και ανόητα». Η διαφορά μοιάζει με εκείνη που υπάρχει ανάμεσα στο χαρτί ταπετσαρίας και την πραγματική ταπισερί, ανάμεσα στην μηχανική επανάληψη ενός απλού μοτίβου και τις πολλές και συνεχείς παραλλαγές μιας καλλιτεχνικής δημιουργίας. Οι φυσικοί είχαν μάθει να καταλαβαίνουν μόνο το χαρτί ταπετσαρίας. Δεν ήταν απορίας άξιο που είχαν προσφέρει τόσο λίγα στη βιολογία.

Η άποψη του Σρέντιγκερ ήταν ασυνήθιστη. Ότι η ζωή είχε και τάξη και πολυπλοκότητα ήταν κοινοτοπία. Το να δει κανείς τη μη περιοδικότητα ως την πηγή των ιδιαίτερων ιδιοτήτων της άγγιζε τα όρια του μυστικισμού. Την εποχή του Σρέντιγκερ, ούτε τα μαθηματικά ούτε η φυσική παρείχαν καμιά σπουδαία στήριξη αυτής της ιδέας. Δεν υπήρχαν εργαλεία ανάλυσης της μη κανονικότητας ως δομικού λίθου της ζωής. Σήμερα αυτά τα εργαλεία υπάρχουν.

ΤΟ ΧΑΟΣ
ΚΑΙ ΠΕΡΑ ΑΠ' ΑΥΤΟ

«Εδώ δεν θα επιχειρήσουμε τίποτ' άλλο παρά να ταξινομήσουμε τα συστατικά τον χάους».

ΧΕΡΜΑΝ ΜΕΛΒΙΛ, *Μόμπυ Ντικ*

ΔΥΟ ΔΕΚΑΕΤΙΕΣ πριν, ο Έντουαρντ Λόρεντζ σκεφτόταν την ατμόσφαιρα, ο Μισέλ Ενόν τα άστρα, ο Ρόμπερτ Μέυ την ισορροπία της φύσης. Ο Μπενουά Μάντελμπροτ ήταν ένας άγνωστος μαθηματικός της IBM, ο Μίτσελ Φαϊγκενμπάουμ ένας φοιτητής του κολεγίου της πόλης της Νέας Υόρκης, ο Ντόυν Φάρμερ ένα αγόρι που μεγάλωνε στο Νιου Μεξικό. Οι περισσότεροι τους είχαν μια σειρά κοινές πεποιθήσεις για την πολυπλοκότητα. Ήταν τόσο σταθεροί σ" αυτές τις πεποιθήσεις, που δε χρειαζόταν να τις εκφράσουν με λόγια. Αργότερα μπόρεσαν να τις διατυπώσουν και να τις υποβάλουν σε κριτική ανάλυση.

Τα απλά συστήματα συμπεριφέρονται με απλούς τρόπους. Μια μηχανική διάταξη σαν το εκκρεμές, ένα μικρό ηλεκτρικό κύκλωμα, ένας ιδανικός πληθυσμός ψαριών σε μια λίμνη, τα συστήματα που μπορούσαν να υπαχθούν σε λίγους τέλεια κατανοητούς, τέλεια ντετερμινιστικους νόμους, θα είχαν μακροπρόθεσμη συμπεριφορά ευσταθή και προβλέψιμη.

Η πολύπλοκη συμπεριφορά συνεπάγεται πολύπλοκες αιτίες. Ένα μηχανικό σύστημα, ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, ένας πληθυσμός άγριων ζώων, μια ροή ρευστού, ένα βιολογικό όργανο, μια δέσμη σωματιδίων, μια ατμοσφαιρική θύελλα, κάποια εθνική οικονομία, συστήματα που ήταν εμφανώς ασταθή, απρόβλεπτα ή ανεξέλεγκτα, έπρεπε είτε να καθορίζονται από πολλά ανεξάρτητα συστατικά είτε να υπόκεινται σε τυχαίες εξωτερικές επιδράσεις.

Διαφορετικά συστήματα συμπεριφέρονται διαφορετικά. Ένας νευροβιολόγος που αφιέρωσε την καριέρα του στη μελέτη της

χημείας των ανθρώπινων νευρώνων χωρίς να μάθει τίποτα για τη μνήμη ή την αντίληψη, ένας σχεδιαστής αεροσκαφών που χρησιμοποίησε σήραγγες αέρα για να λύσει αεροδυναμικά προβλήματα χωρίς να καταλάβει τα μαθηματικά του στροβιλισμού, ένας οικονομολόγος που ανέλυσε την ψυχολογία των αποφάσεων της αγοράς χωρίς να αποκτήσει τη δυνατότητα να προβλέπει μακροπρόθεσμες τάσεις ανήκαν στην κατηγορία των επιστημόνων, που γνώριζαν ότι τα συστατικά των κλάδων τους ήταν διαφορετικά και θεωρούσαν δεδομένο ότι τα πολύπλοκα συστήματα (που αποτελούνται απ' αυτά τα δισεκατομμύρια συστατικά) έπρεπε επίσης να είναι διαφορετικά.

Σήμερα όλα αυτά έχουν αλλάξει. Στα είκοσι χρόνια που μεσολάβησαν, οι φυσικοί, οι μαθηματικοί, οι βιολόγοι και οι αστρονόμοι ανακάλυψαν νέες ιδέες. Απλά συστήματα προκαλούν πολύπλοκες συμπεριφορές. Πολύπλοκα συστήματα προκαλούν απλές συμπεριφορές. Και, το πιο σημαντικό, οι νόμοι της πολυπλοκότητας είναι παγκόσμιοι, χωρίς να ενδιαφέρονται καθόλου για τις λεπτομέρειες των συστατικών στοιχείων ενός συστήματος.

Η αλλαγή δεν επηρέασε άμεσα τη μεγάλη μάζα των επιστημόνων — φυσικούς σωματιδίων, νευρολόγους ή ακόμα και μαθηματικούς, Αυτοί συνέχισαν την ερευνητική ρουτίνα στους κλάδους των. Αλλά τώρα γνώριζαν και κάτι που λεγόταν χάος. Ήξεραν ότι μερικά πολύπλοκα φαινόμενα είχαν εξηγηθεί και άλλα φαινόμενα ξαφνικά έδειχναν να χρειάζονται νέα ερμηνεία. Ένας επιστήμονας που μελετούσε τις χημικές αντιδράσεις στο εργαστήριο ή παρακολουθούσε πληθυσμούς εντόμων σε ένα πείραμα τριετούς διάρκειας ή έκανε μοντέλα για τις διαφοροποιήσεις των θερμοκρασιών στους ωκεανούς, δεν μπορούσε να αντιμετωπίσει πια με τον παραδοσιακό τρόπο την παρουσία απρόσμενων αυξομειώσεων ή ταλαντώσεων — δηλαδή αγνοώντας τες. Για μερικούς, αυτό αποτελούσε πρόβλημα. Από την άλλη, στην πράξη, ήξεραν πως η ομοσπονδιακή κυβέρνηση και άλλες υπηρεσίες σχετικές με την έρευνα χορηγούσαν χρήματα γι' αυτό το ελάχιστα μαθηματικό είδος επιστήμης. Όλο και περισσότεροι απ" αυτούς συνειδητοποιούσαν ότι το χάος πρόσφερε ένα νέο τρόπο να επεξεργαστούν παλιά δεδομένα, που είχαν ξεχαστεί σε συρτάρια γιατί τα είχαν θεωρήσει τυχαία. Όλο και περισσότεροι αισθάνονταν το διαχωρισμό των επιστημών ως εμπόδιο στη δουλειά

τους. Όλο και περισσότεροι αισθάνονταν πόσο μάταιο ήταν να μελετούν τα μέρη απομονωμένα από το σύνολο. Γι αυτούς το χάος ήταν το τέλος του αναγωγικού τρόπου σκέψης στην *επιστήμη*.

Ακατανοησία, αντίσταση, εκνευρισμό, αποδοχή: όλα αυτά τα συνάντησαν οι πρωτοπόροι του χάους. Ο Τζόζεφ Φόρντ απο το Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Γεωργίας θυμόταν τη διάλεξη που έδωσε σε μια ομάδα επιστημόνων της θερμοδυναμικής στη δεκαετία του 1970· εκεί ανέφερε ότι υπήρχε μια χαοτική συμπεριφορά στην εξίσωση Ντάφιν (Duffing), ένα πολύ γνωστό μοντέλο των βιβλίων φυσικής για έναν απλό ταλαντωτή με τριβές. Για τον Φορντ, η παρουσία του χάους σ' αυτή την εξίσωση ήταν ένα ενδιαφέρον γεγονός — ένα από εκείνα που θεωρούσε πραγματικά ενδιαφέροντα γεγονότα, αν και πέρασαν μερικά χρόνια μέχρι να δημοσιευτεί στο *Physical Review Letters.* Αλλά τότε ήταν σαν *να* είχε πει σε συνέδριο παλαιοντολόγων ότι οι δεινόσαυροι είχαν φτερά.

«Όταν το είπα αυτό —Θεέ μου!— το ακροατήριο αναπήδησε. "Ο μπαμπάς μου έπαιζε με την εξίσωση Ντάφιν, ο παπούς μου έπαιζε με την εξίσωση Ντάφιν, αλλά κανένας τους δεν είδε ποτέ τίποτα σαν κι αυτά που μας τσαμπουνάτε!" Πραγματικά υπήρχε αντίδραση στην ιδέα ότι η φύση είναι πολύπλοκη. Αυτό που δεν καταλάβαινα ήταν η εχθρότητα».

Καθισμένος άνετα στο γραφείο του στην Ατλάντα ενω ο χειμωνιάτικος ήλιος έδυε, ο Φορντ σιγόπινε σόδα από μια μεγάλη κούπα στην οποία υπήρχε η λέξη ΧΑΟΣ γραμμένη με φωτεινά χρώματα. Οπιονέοςσυνάδελφοςτου,οΡόναλντΦοξ(Ronald Fox),εξηγούσεπώςπροσηλυτίστηκεμόλιςαγόρασεένανυπολογιστή Apple II για το γιο του, σε μια εποχή κατά την οποία κανένας αξιοπρεπής φυσικός δε θα αγόραζε τέτοιο πράγμα για τον εαυτό του. Ο Φοξ είχε ακούσει ότι ο Μίτσελ Φαιγκενμπάουμ είχε ανακαλύψει παγκόσμιους νόμους που καθοδηγούσαν τη συμπεριφορά συναρτήσεων ανάδρασης και αποφάσισε να φτιάξει ένα μικρό πρόγραμμα που θα του επέτρεπε να δει αυτή τη συμπεριφορά στην οθόνη του υπολογιστή του. Την είδε ζωγραφισμένη στην οθόνη — διακλαδώσεις σαν φουρκέτες, σταθερές γραμμές που έσπαζαν στα δύο, μετά στα τέσσερα, μετά στα οχτώ. Μετά η εμφάνιση του ίδιου του χάους. Και, μέσα στο *χάος,* η

εντυπωσιακή γεωμετρική κανονικότητα. «Σε μια δυο μέρες μπορούσε κανείς να επαναλάβει όλα αυτά που είχε κάνει ο Φαϊγκενμπάουμ», είπε ο Φοξ. Η αυτοδιδασκαλία με υπολογιστή έπεισε κι αυτόν αλλά και όποιους άλλους μπορεί να αμφέβαλλαν για τα επιχειρήματα που είχαν διαβάσει.

Μερικοί επιστήμονες έπαιζαν με τέτοιου είδους προγράμματα για λίγον καιρό και μετά σταματούσαν. Άλλοι άλλαζαν κατεύθυνση. Ο Φοξ ήταν ένας από εκείνους που επέμειναν, αν και γνώριζε τα όρια της παραδοσιακής γραμμικής επιστήμης. Ήξερε ότι εξαιτίας της κλασικής πρακτικής είχε παραμερίσει μέχρι τότε τα δύσκολα μη γραμμικά προβλήματα. Στην πράξη, ένας φυσικός έφτανε πάντα στο σημείο να λέει: *Είναι ένα πρόβλημα που θα με οδηγήσει στην κατηγορία των ειδικών συναρτήσεων, κάτι που δεν το θέλω καθόλου, αλλά είμαι και σίγουρος ότι δε θέλω να καταφύγω σε έναν υπολογιστή για να το κάνω. Είμαι πολύ ανώτερος για να κάνω κάτι τέτοιο.*

«Η γενική εικόνα της μη γραμμικότητας τράβηξε την προσοχή πολλών ανθρώπων — αργά στην αρχή, αλλά μετά όλο και περισσότερο», είπε ο Φοξ. «Όποιος έβλεπε αυτή την εικόνα είχε όφελος. Σήμερα αρχίζουμε να ξαναμελετάμε όλα τα προβλήματα που γνωρίζαμε από πριν, ανεξάρτητα από επιστημονικό πεδίο. Στο παρελθόν, υπήρχε ένα σημείο που εγκατέλειπες τη μελέτη, γιατί το φαινόμενο γινόταν μη γραμμικό. Τώρα ξέρεις πώς να το αντιμετωπίσεις και γι' αυτό επανέρχεσαι και το ξαναμελετάς»,

Φορντ: *Αν μια περιοχή αρχίζει να αναπτύσσεται, αυτό γίνεται γιατί κάποιοι άνθρωποι αισθάνονται ότι έχουν κάτι να κερδίσουν — ότι, αν τροποποιήσουν την ερευνά τους, η ανταμοιβή θα είναι πολύ μεγάλη. Για μένα το χάος είναι σαν όνειρο. Σε όποιον θελήσει να παίξει αυτό το παιχνίδι, δίνεται η δυνατότητα να κερδίσει τον πρώτο λαχνό τον λαχείου.* Κι όμως, ακόμα δεν υπήρχε απόλυτη συμφωνία για το όνομα που του είχαν δώσει.

Φίλιπ Χολμς (Philip Holmes), μαθηματικός και ποιητής από το Κορνέλ, με άσπρη γενειάδα, που εκφραζόταν με τρόπο που θύμιζε Οξφόρδη: *Οι περίπλοκες, μη περιοδικές, ελκυστικές τροχιές ορισμένων δυναμικών συστημάτων — με, συνήθως, λίγες διαστάσεις.*

Χάο Μπάι-Λιν (Hao Bai-Lin), κινέζος φυσικός, ο οποίος συγκέντρωσε πολλά ιστορικά άρθρα για το χάος σε έναν τόμο: *Έ-*

να είδος τάξης χωρίς περιοδικότητα. Και: *Ένα πεδίο έρευνας που επεκτείνεται γρήγορα και στο οποίο μαθηματικοί, ειδικοί επιστήμονες της υδροδυναμικής, της οικολογίας και πολλοί άλλοι έχουν συνεισφέρει σημαντικά.* Και: *Μια καινούρια και πανταχού παρούσα κατηγορία φυσικών φαινομένων.*

Χ. Μπρους Στιούαρτ (H. Brace Stewart), επιστήμονας των εφαρμοσμένων μαθηματικών στο Εθνικό Εργαστήριο του Μπρουκχάβεν στο Λογκ Άιλαντ: *Φαινομενικώς τυχαία αναδρομική συμπεριφορά σε ένα ντετερμινιστικό στοιχειώδες σύστημα (μηχανικού τύπου).*

Ρόντρικ Β. Τζένσεν (Roderick V. Jensen) από το Πανεπιστήμιο Γέιλ, θεωρητικός φυσικός που εξερευνούσε τη δυνατότητα του κβαντικού χάους: *Η άτακτη και μη προβλέψιμη συμπεριφορά ντετερμινιστικών, μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων.*

Τζέιμς Κράτσφιλντ από την Κολεκτίβα της Σάντα Κρουζ: *Δυναμική με θετική, αλλά πεπερασμένη, μετρική εντροπία. Η μετάφραση αυτής της μαθηματικής διατύπωσης είναι: συμπεριφορά που παράγει πληροφορία (ενισχύει μικρές αβεβαιότητες), αλλά δεν είναι εντελώς απρόβλεπτη.*

Και ο Φορντ, που θεωρούσε τον εαυτό του ευαγγελιστή του χάους: *Δυναμική απελευθερωμένη επί τέλους από το ζυγό της τάξης και της προβλεψιμότητας... Συστήματα ελεύθερα να εξερευνούν τυχαία κάθε δυναμική τους δυνατότητα... Εντυπωσιακή ποικιλία, πλούτος επιλογής, αφθονία ευκαιριών.*

Ο Τζον Χάμπαρντ, εξερευνώντας τις επαναληπτικές συναρτήσεις και την άπειρη φράκταλ αταξία του συνόλου Μάντελμπροτ, θεώρησε πως το χάος ήταν ακατάλληλος όρος για την εργασία του, διότι περιείχε το τυχαίο. Γι' αυτόν, το κύριο μήνυμα ήταν ότι στη φύση οι απλές διαδικασίες μπορούν να παράγουν θαυμάσια οικοδομήματα πολυπλοκότητας *χωρίς* το τυχαίο. Στη μη γραμμικότητα και στην ανάδραση βρίσκονται όλα τα απαραίτητα εργαλεία για να κωδικοποιηθούν και μετά να αποκαλυφθούν δομές πολύ πλούσιες σαν τον ανθρώπινο εγκέφαλο,

Για άλλους επιστήμονες που εξερευνούσαν τη γενική τοπολογία των βιολογικών συστημάτων, όπως ο Άρθουρ Ουίνφρι, το χάος ήταν πολύ περιοριστικό όνομα. Σήμαινε τα απλά συστήματα, τις μονοδιάστατες απεικονίσεις του Φαϊγκενμπάουμ και τους

δισδιάστατους ή τρισδιάστατους (ή κλασματικούς) παράξενους ελκυστές του Ρουέλ. Ο Ουίνφρι αισθανόταν ότι το χάος με λίγες διαστάσεις ήταν μια ειδική περίπτωση. Ενδιαφερόταν για τους νόμους της πολυδιάστατης πολυπλοκότητας — και ήταν πεπεισμένος ότι τέτοιοι νόμοι υπήρχαν. Ένα μεγάλο μέρος του σύμπαντος έμοιαζε να φτάνει πέρα από τα όρια του χάους των λίγων διαστάσεων.

Στο περιοδικό Nature έγινε μια δημόσια συζήτηση για το αν το κλίμα της Γης ακολουθούσε έναν παράξενο ελκυστή. Οι οικονομολόγοι αναζητούσαν αναγνωρίσιμους παράξενους ελκυστές στις τάσεις του χρηματιστηρίου, αλλά μέχρι τότε δεν είχαν βρει κανένα. Οι επιστήμονες της δυναμικής είχαν την ελπίδα, χρησιμοποιώντας εργαλεία του χάους, να εξηγήσουν απόλυτα το στροβιλισμό. Ο Αλμπέρ Λιμπσαμπέρ, που τώρα βρισκόταν στο Πανεπιστήμιο του Σικάγου, έθετε τις κομψές πειραματικές τεχνικές του στην υπηρεσία του στροβιλισμού, κατασκευάζοντας ένα δοχείο με υγρό ήλιο χιλιάδες φορές μεγαλύτερο από το μικροσκοπικό κουτάκι του 1977. Κανείς δεν ήξερε αν αυτά τα πειράματα, που απελευθέρωναν την αταξία των ρευστών στο χώρο και στο χρόνο, θα εμπεριείχαν παράξενους ελκυστές. Όπως έλεγε ο φυσικός Μπερνάντο Χούμπερμαν, «αν είχες ένα ορμητικό ποτάμι και έβαζες μέσα του έναν μετρητή και έλεγες: "κοιτάξτε, να ένας παράξενος ελκυστής λίγων διαστάσεων", τότε όλοι θα σου βγάζαμε το καπέλο, θα παραδεχόμασταν και σένα και αυτόν».

Το χάος ήταν το σύνολο των ιδεών που έπειθε όλους αυτούς τους επιστήμονες ότι συμμετείχαν σε μια κοινή προσπάθεια. Φυσικοί, βιολόγοι ή μαθηματικοί, όλοι πίστευαν ότι τα απλά ντετερμινιστικά συστήματα μπορούν να προκαλούν πολυπλοκότητα, ότι συστήματα που ήταν πάρα πολύ πολύπλοκα για τα παραδοσιακά μαθηματικά μπορούσαν ακόμα να υπακούουν σε απλούς νόμους, και ότι, όποιο κι αν ήταν το ιδιαίτερο πεδίο τους, το έργο τους ήταν να καταλάβουν την ίδια την πολυπλοκότητα.

«ΑΧ ΚΟΙΤΑΞΟΥΜΕ ΠΑΛΙ τους νόμους της θερμοδυναμικής», έγραψε ο Τζέιμς Λόβελοκ, ο δημιουργός της υπόθεσης της Γαίας. «Είναι αλήθεια ότι με την πρώτη ματιά μοιάζουν σαν την επιγραφή στην πύλη της κόλασης του Δάντη ...», Κι όμως!

Ο Δεύτερος Νόμος είναι ένα δύσκολο επιστημονικό θέμα που διαδόθηκε ευρύτατα στη μη επιστημονική κουλτούρα.Τα πάντα τείνουν σε αταξία. Σε κάθε διαδικασία κατά την οποία μια ορισμένη ενέργεια μετατρέπεται από μια μορφή σε κάποια άλλη πρέπει να υπάρχει απώλεια ενός μέρους της με τη μορφή θερμότητας. Η τέλεια απόδοση είναι αδύνατη. Το σύμπαν είναι μονόδρομος. *Η εντροπία πρέπει πάντα να αυξάνεται στο σύμπαν και σε κάθε υποθετικό μεμονωμένο σύστημα μέσα σ' αυτό.* Όπως κι αν διατυπωθεί, ο Δεύτερος Νόμος φαίνεται να μην επιδέχεται αμφισβήτηση. Αυτό είναι αληθινό στη θερμοδυναμική. Αλλά ο Δεύτερος Νόμος κυριαρχεί σε περιοχές πολύ απομακρυσμένες από την επιστήμη, καθώς του αποδίδεται η κατηγορία για αποσύνθεση των κοινωνιών, οικονομικό μαρασμό, κατάρρευση των ηθών και πολλές άλλες μορφές παρακμής. Αυτές οι δευτερεύουσες, μεταφορικές ενσαρκώσεις του Δεύτερου Νόμου σήμερα φαίνονται ιδιαίτερα παραπλανητικές. Στον κόσμο μας, η πολυπλοκότητα ανθεί κι εκείνοι που αναζητούν στην επιστήμη μια γενική κατανόηση της φύσης θα εξυπηρετηθούν καλύτερα από τους νόμους του χάους.

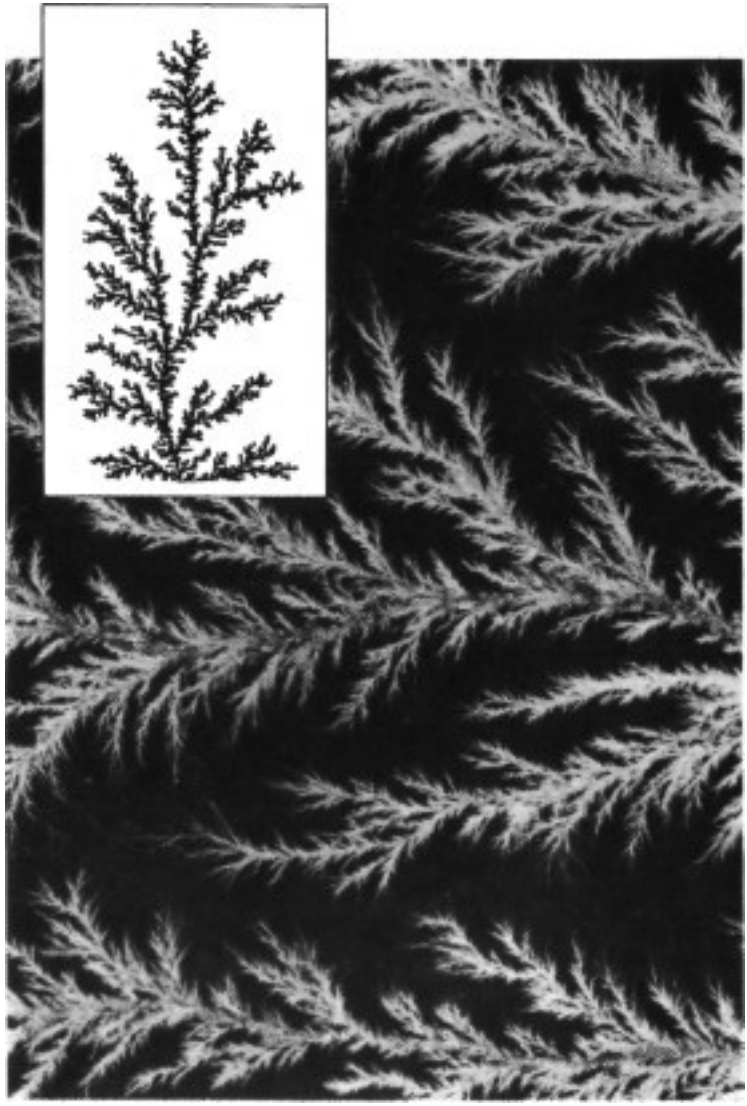
Στο κάτω κάτω, καθώς το σύμπαν αποσύρεται προς την τελική του ισορροπία, στη χωρίς χαρακτηριστικά θερμοκοιτίδα της μέγιστης εντροπίας, καταφέρνει να δημιουργεί ενδιαφέρουσες δομές. Στοχαστές φυσικοί που ενδιαφέρονταν για τις συνέπειες της θερμοδυναμικής συνειδητοποιούν τώρα πόσο ανησυχητικό είναι το ερώτημα: «πώς μια άσκοπη ροή ενέργειας μπορεί να σπέρνει ζωή και συνείδηση στον κόσμο;», όπως το διατύπωσε κάποιος. Τις δυσκολίες έρχεται μάλιστα να εντείνει η αφηρημένη έννοια της εντροπίας που, ενώ στη θερμοδυναμική έχει οριστεί καλά με τη βοήθεια της θερμότητας και της θερμοκρασίας, είναι εξαιρετικά δύσκολο να κατανοηθεί ως μέτρο της *αταξίας.* Οι φυσικοί δυσκολεύονται αρκετά να μετρήσουν το βαθμό της τάξης στο νερό, όταν σχηματίζει κρυσταλλικές δομές καθώς παγώνει, ενώ όλο αυτό το διάστημα υπάρχει απώλεια ενέργειας. Αλλά η θερμοδυναμική εντροπία αποτυχαίνει οικτρά στη μέτρηση της μεταβολής του μορφοποιημένου και του άμορφου κατά τη δημιουργία αμινοξέων, μικροοργανισμών, αυτοαναπαραγόμενων φυτών και ζώων ή πολύπλοκων συστημάτων πληροφορίας σαν τον εγκέφαλο. Αυτές οι εξελισσόμενες νησίδες τάξης πρέπει α-

σφαλώς να υπακούουν στο Δεύτερο Νόμο. Οι σημαντικοί όμως νόμοι, οι νόμοι που τις δημιουργούν, είναι άλλοι.

Η φύση δημιουργεί μορφές. Μερικές είναι τακτικές στο χώρο αλλά άτακτες στο χρόνο, άλλες τακτικές στο χρόνο αλλά άτακτες στο χώρο. Μερικές μορφές είναι φράκταλ και εμφανίζουν δομές με αυτο-ομοιότητα, με σταθερότητα κλίμακας. Άλλες προκαλούν ευσταθείς ή ταλαντευόμενες καταστάσεις. Ο σχηματισμός μορφών έχει γίνει ένας κλάδος της φυσικής και της επιστήμης των υλικών, που επιτρέπει στους επιστήμονες να κατασκευάζουν μοντέλα της συγκέντρωσης σωματιδίων σε συγκροτήματα, της σπασμωδικής διάδοσης ηλεκτρικών εκκενώσεων και της ανάπτυξης κρυστάλλων στον πάγο και στα κράματα μετάλλων. Η δυναμική φαίνεται αρκετά στοιχειώδης— σχήματα που αλλάζουν στο χώρο και στο χρόνο — αλλά μόνο τώρα διαθέτουμε τα εργαλεία να την καταλάβουμε. Μόνο σήμερα μπορούμε να ρωτήσουμε δικαιολογημένα ένα φυσικό: «Γιατί όλες οι νιφάδες του χιονιού είναι διαφορετικές η μια απ' την άλλη;»

Οι κρύσταλλοι του πάγου σχηματίζονται στο στροβιλώδη αέρα με ένα διάσημο συνδυασμό συμμετρίας και τύχης, την ειδική ομορφιά της εξαγωνικής απροσδιοριστίας. Καθώς το νερό παγώνει, οι κρύσταλλοι δημιουργούν αιχμές. Αυτές μεγαλώνουν, οι διαχωριστικές τους επιφάνειες γίνονται ασταθείς και προβάλλουν νέες αιχμές. Οι νιφάδες υπακούουν σε μαθηματικούς νόμους εξαιρετικής ευαισθησίας και θα ήταν αδύνατο να προβλεφτεί πόσο γρήγορα ακριβώς θα μεγάλωνε μια αιχμή, πόσο στενή θα γινόταν ή πόσες διακλαδώσεις θα εμφάνιζε, Ολόκληρες γενιές επιστημόνων σχεδίασαν και κατέγραψαν τις ποικίλες μορφές: πλάκες και στήλες, κρυστάλλους και πολυκρυστάλλους, βελόνες και δενδρίτες. Οι διατριβές αντιμετώπιζαν τον σχηματισμό κρυστάλλων απλά και μόνο ως ένα ζήτημα ταξινόμησης, αφού έλειπε μια καλύτερη προσέγγιση.

Αυτές οι αιχμές, οι δενδρίτες και η ανάπτυξη τους αναγνωρίζονται σήμερα ως ένα έντονα μη γραμμικό και ασταθές πρόβλημα, πράγμα που σημαίνει ότι τα μοντέλα πρέπει να αναπαριστάνουν μια πολύπλοκη, κινούμενη διαχωριστική επιφάνεια καθώς μεταβάλλεται δυναμικά. Όταν η στερεοποίηση εξελίσσεται από έξω προς τα μέσα, όπως σε μια παγοθήκη, η διαχωριστική επιφάνεια παραμένει γενικά ευσταθής και λεία· η ταχύτητα της στερε-



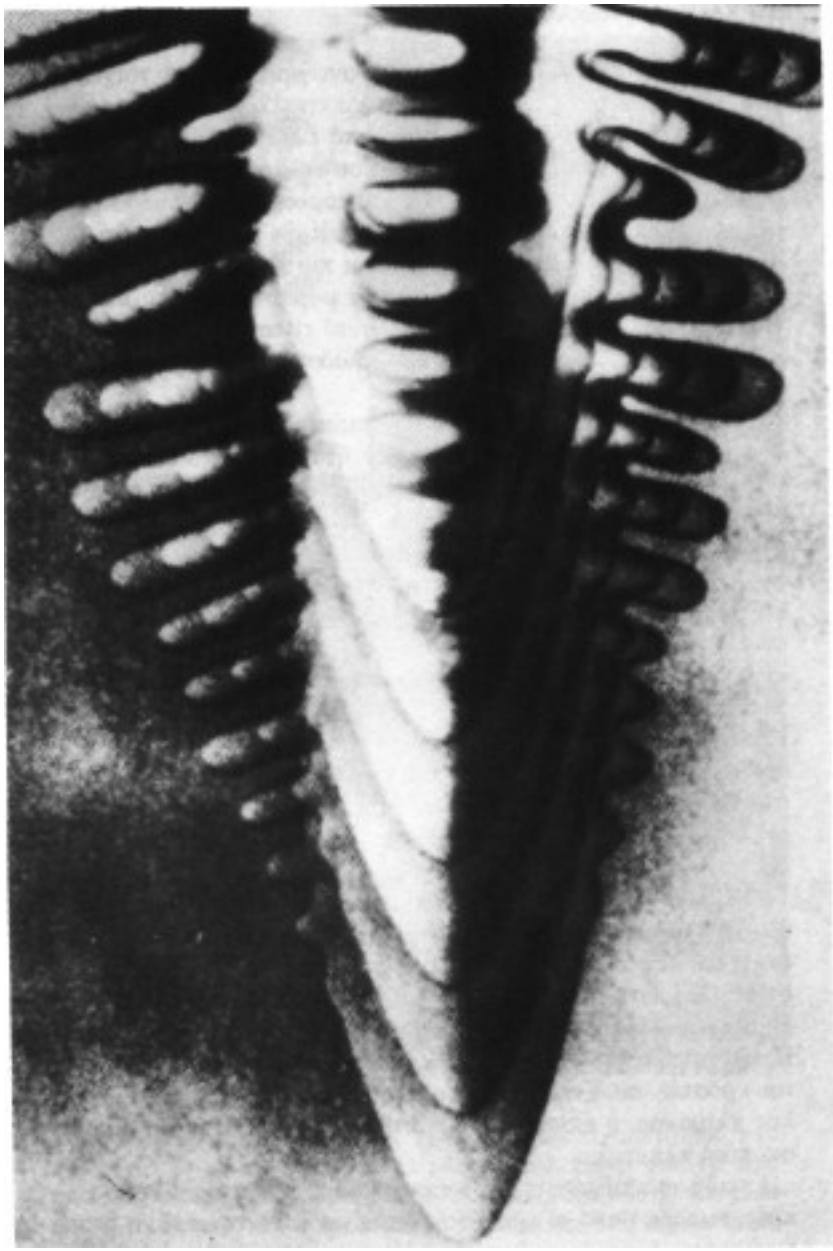
ΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗ ΚΑΙ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ. Η μελέτη του σχηματισμού μορφών, ενισχυμένη από τα φράκταλ μαθηματικά, έδωσε φυσικές μορφές όπως είναι οι διαδρομές μιας ηλεκτρικής εκκένωσης που μοιάζουν με αστραπές και η προσομοιωμένη συσσώρευση τυχαία κινούμενων σωματιδίων *(ένθετο)*.

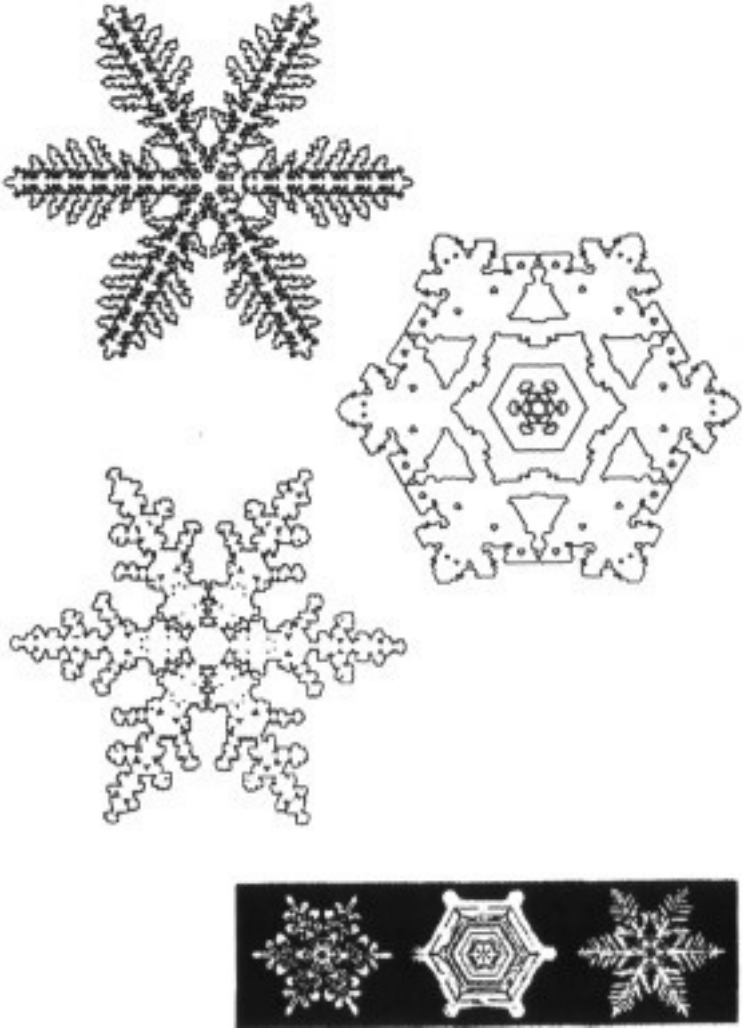
οποίησης εξαρτάται από τη θερμική αγωγιμότητα των τοιχωμάτων της παγοθήκης. Αλλά όταν ο κρύσταλλος στερεοποιείται από μέσα προς τα έξω, ξεκινώντας από έναν «πυρήνα» — όπως συμβαίνει στις νιφάδες του χιονιού που συλλαμβάνουν μόρια νερού κατά την πτώση τους μέσα στον κορεσμένο από υδρατμούς αέρα — η διαδικασία γίνεται ασταθής. Κάθε μικρό κομμάτι της διαχωριστικής επιφάνειας που βγαίνει πιο μπροστά από τα γειτονικά του συλλαμβάνει περισσότερα μόρια νερού, και έτσι αναπτύσσεται πολύ πιο γρήγορα — αυτό είναι το «φαινόμενο αλεξικέραυνου». Σχηματίζονται νέοι κλάδοι και στη συνέχεια νέοι υποκλάδοι.

Υπήρχε κάποια δυσκολία να αποφασιστεί ποια από τα πολλά φυσικά φαινόμενα που εμπλέκονταν ήταν σημαντικά και ποια μπορούσαν να αγνοηθούν χωρίς πρόβλημα. Το πιο σημαντικό, όπως ήξεραν οι επιστήμονες από παλιά, είναι η διάχυση της θερμότητας που ελευθερώνεται κατά την πήξη. Αλλά η φυσική που σχετίζεται με τη διάχυση της θερμότητας δεν μπορεί να εξηγήσει απόλυτα τις μορφές που παρατηρούν οι ερευνητές όταν κοιτάζουν τις νιφάδες του χιονιού σε μικροσκόπια ή όταν τις αναπτύσσουν στο εργαστήριο. Πρόσφατα, οι επιστήμονες κατόρθωσαν να ενσωματώσουν στις μελέτες τους και την επιφανειακή τάση. Η καρδιά του νέου μοντέλου για τη νιφάδα είναι η ουσία του χάους: μια λεπτή ισορροπία ανάμεσα σε δυνάμεις σταθερότητας και δυνάμεις αστάθειας, μια γόνιμη αλληλεπίδραση δυνάμεων σε ατομικές κλίμακες και δυνάμεων σε κλίμακες της καθημερινής ζωής.

Εκεί που η διάχυση της θερμότητας τείνει να δημιουργεί αστάθεια, η επιφανειακή τάση δημιουργεί σταθερότητα. Η δράση της επιφανειακής τάσης κάνει μια ουσία να προτιμά λείες διαχωριστικές επιφάνειες σαν τα τοιχώματα μιας σαπουνόφουσκας. Η δημιουργία ανώμαλων επιφανειών απαιτεί περισσότερη ενέργεια. Η εξισορρόπηση αυτών των τάσεων εξαρτάται από το μέγεθος του κρυστάλλου. Ενώ η διάχυση είναι κυρίως μια διδικασία μεγάλης κλίμακας, η επιφανειακή τάση είναι πιο έντονη σε μικροσκοπική κλίμακα.

Επειδή οι επιδράσεις της επιφανειακής τάσης είναι πολύ μικρές, παραδοσιακά οι ερευνητές υπέθεταν ότι στην πράξη ήταν αμελητέες. Αυτό όμως δεν ισχύει.Οι πιο μικροσκοπικές κλίμα-





ΕΞΙΣΟΡΡΟΠΩΝΤΑΣ ΤΗ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΣΤΑΘΕΙΑ. Ένα υγρό, καθώς κρυσταλλώνεται, σχηματίζει μια αιχμή που μεγαλώνει (όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα πολλαπλών φωτογραφίσεων), με μια διαχωριστική επιφάνεια που γίνεται ασταθής και δημιουργεί παράπλευρους κλάδους *(αριστερά)*. Οι προσομοιώσεις με υπολογιστή λεπτών θερμοδυναμικών διαδικασιών μιμούνται πραγματικές νιφάδες χιονιού *(πάνω)*.

κες αποδείχτηκαν κρίσιμες. Σ' αυτές τα αποτελέσματα της επιφανειακής τάσης αποδείχτηκαν απεριόριστα ευαίσθητα στη μοριακή δομή της στερεοποιούμενης ουσίας. Στην περίπτωση του πάγου, η φυσική μοριακή συμμετρία δείχνει μια εγγενή προτίμηση για έξι κατευθύνσεις ανάπτυξης. Με έκπληξη οι επιστήμονες διαπίστωσαν ότι ο συνδυασμός σταθερότητας και αστάθειας καταφέρνει να ενισχύσει αυτή τη μικροσκοπική προτίμηση, δημιουργώντας μια σχεδόν φράκταλ δαντέλα που τελικά φτιάχνει τις νιφάδες. Αυτή η μαθηματική περιγραφή δεν προερχόταν από μετεωρολόγους αλλά από θεωρητικούς φυσικούς και μεταλλουργούς, που είχαν κι αυτοί ενδιαφέρον από τη μεριά τους. Στα μέταλλα, η κρυσταλλική συμμετρία, που επιτρέπει τον προσδιορισμό της αντοχής του κράματος, είναι διαφορετική. Αλλά τα μαθηματικά είναι τα ίδια: οι νόμοι σχηματισμού των μορφών είναι παγκόσμιοι.

Η ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες χρησιμεύει όχι για να καταστρέφει αλλά για να δημιουργεί. Καθώς μια νιφάδα χιονιού που μεγαλώνει πέφτει στη γη πετώντας για μια περίπου ώρα ή και περισσότερο, οι επιλογές που γίνονται από τις διακλαδωνόμενες αιχμές σε κάθε στιγμή εξαρτώνται σημαντικά από μεγέθη σαν τη θερμοκρασία, την υγρασία και την παρουσία στερεών σωματιδίων στην ατμόσφαιρα. Οι έξι αιχμές μιας νιφάδας χιονιού, που απλώνονται σε χώρο ενός χιλιοστομέτρου, συναντούν τις ίδιες θερμοκρασίες και, επειδή οι νόμοι της ανάπτυξης είναι καθαρά ντετερμινιστικοί, διατηρούν μια σχεδόν τέλεια συμμετρία. Αλλά η φύση του στροβιλώδους αέρα είναι τέτοια που δύο οποιεσδήποτε νιφάδες θα περάσουν από πολλούς διαφορετικούς δρόμους. Γι' αυτό λοιπόν η τελική μορφή μιας νιφάδας καταγράφει την ιστορία όλων των μεταβαλλόμενων συνθηκών του καιρού από τις οποίες έχει περάσει, και οι συνδυασμοί μπορούν κάλλιστα να είναι άπειροι.

Στους φυσικούς αρέσει να λένε ότι οι νιφάδες του χιονιού είναι φαινόμενα έλλειψης ισορροπίας. Είναι το αποτέλεσμα της έλλειψης ισορροπίας στη ροή ενέργειας από ένα μέρος της φύσης σε ένα άλλο. Η ροή μετατρέπει μια διαχωριστική επιφάνεια σε αιχμή, την αιχμή σε διάταξη κλάδων, και τελικά αυτή τη διάταξη σε μια πολύπλοκη δομή που κανείς δεν έχει ξαναδεί. Εφόσον οι επιστήμονες ανακάλυψαν μια τέτοια αστάθεια που υ-

πακούει στους παγκόσμιους νόμους του χάους, κατάφεραν να εφαρμόσουν τις ίδιες μεθόδους σε ένα πλήθος φυσικά και χημικά προβλήματα. Αναπόφευκτα από κει και πέρα, υποψιάζονται ότι η βιολογία είναι το επόμενο πεδίο εφαρμογής. Καθώς κοιτάζουν τις προσομοιώσεις της ανάπτυξης των δενδριτών με υπολογιστή, «βλέπουν» φύκια, κυτταρικές μεμβράνες, οργανισμούς που αναπτύσσονται και διαιρούνται.

Από τα μικροσκοπικά σωματίδια μέχρι την καθημερινή πολυπλοκότητα, σήμερα φαίνεται να είναι ανοιχτοί πολλοί δρόμοι. Στη μαθηματική φυσική, η θεωρία της διακλάδωσης του Φαϊγκενμπάουμ και των συναδέλφων του αναπτύσσεται στις Ηνωμένες Πολιτείες και στην Ευρώπη. Στις αφηρημένες περιοχές της θεωρητικής φυσικής, διάφοροι επιστήμονες εξερευνούν νέα προβλήματα, όπως το ανοιχτό ερώτημα του κβαντικού χάους: Η κβαντική μηχανική αποδέχεται τα χαοτικά φαινόμενα της κλασικής μηχανικής; Ο Λιμπσαμπέρ ετοιμάζει το γιγάντιο δοχείο του με υγρό ήλιο, ενώ ο Πιερ Χόενμπεργκ και ο Γκύντερ Άλερς μελετούν τα ιδιόμορφα οδεύοντα κύματα μεταφοράς. Στην αστρονομία, οι ειδικοί του χάους χρησιμοποιούν απρόσμενες βαρυτικές αστάθειες για να εξηγήσουν την προέλευση των μετεωριτών — τη φαινομενικά ανεξήγητη εκσφενδόνιση αστεροειδών που βρίσκονται πολύ πέρα από τον Άρη, Οι επιστήμονες χρησιμοποιούν τη φυσική των δυναμικών συστημάτων για να μελετήσουν το ανθρώπινο ανοσοποιητικό σύστημα του ανθρώπου, με τα δισεκατομμύρια συστατικά και τη δυνατότητα του να μαθαίνει, να απομνημονεύει και να αναγνωρίζει μορφές· ταυτόχρονα, μελετούν την εξέλιξη ελπίζοντας να βρουν παγκόσμιους μηχανισμούς προσαρμογής. Εκείνοι που κάνουν τέτοια μοντέλα γρήγορα βλέπουν δομές που επαναλαμβάνονται, ανταγωνίζονται η μια την άλλη και εξελίσσονται με φυσική επιλογή.

«Η εξέλιξη είναι χάος με ανάδραση», είπε ο Τζόζεφ Φορντ. Το σύμπαν είναι τύχη και διάχυση ενέργειας. Αλλά το τυχαίο, ωθούμενο προς κάποια κατεύθυνση, μπορεί να δημιουργήσει εκπληκτική πολυπλοκότητα. Και, όπως ανακάλυψε ο Λόρεντζ εδώ και καιρό, η διάχυση της ενέργειας είναι δημιουργός τάξης,

«Ναι, ο Θεός παίζει ζάρια», είναι η απάντηση του Φορντ στο περίφημο ερώτημα του Αϊνστάιν, «Αλλά τα ζάρια είναι "φτιαγμένα". Και το κύριο αντικείμενο της φυσικής σήμερα είναι να βρει

με ποιους κανόνες "φτιάχτηκαν" και πώς μπορούμε να τα χρησιμοποιούμε για τους δικούς μας σκοπούς».

ΤΕΤΟΙΕΣ ΙΔΕΕΣ προωθούν τη συλλογική προσπάθεια της επιστήμης. Όμως, καμία φιλοσοφία, καμία απόδειξη, κανένα πείραμα δε φαίνεται αρκετό για να μεταπείσει τους μεμονωμένους ερευνητές, για τους οποίους η επιστήμη πρέπει πρώτα απ' όλα να προσφέρει μια μέθοδο εργασίας. Σε μερικά εργαστήρια, οι παραδοσιακοί τρόποι υποχωρούν. Η φυσιολογική επιστήμη παραστρατεί, όπως είπε ο Κουν, Ένα μέρος του πειραματικού εξοπλισμού δεν συμπεριφέρεται όπως θα περιμέναμε" «στο επάγγελμα μας δεν επιτρέπεται πια να παρακάμπτουμε τις ανωμαλίες». Για οποιονδήποτε επιστήμονα, οι ιδέες του χάους δεν μπορούσαν να υπερισχύσουν παρά μόνο αφότου η μέθοδος του έγινε αναγκαία.

Κάθε πεδίο είχε τα δικά του παραδείγματα. Στην οικολογία, υπήρχε ο Ουίλλιαμ Μ. Σάφφερ (William M. Schaffer), που ήταν ο τελευταίος μαθητής του Ρόμπερτ Μακ-Άρθουρ (Robert MacArthur), του πρύτανη αυτού του πεδίου στις δεκαετίες του πενήντα και του εξήντα. Ο Μακ-Άρθουρ οικοδόμησε μια αντίληψη για τη φύση που καθιέρωσε την ιδέα της *φυσικής ισορροπίας*. Τα μοντέλα του υπέθεταν ότι υπήρχαν πράγματι ισορροπίες και ότι οι πληθυσμοί των φυτών και των ζώων θα παρέμεναν κοντά σ' αυτές. Για τον Μακ-Άρθουρ, η ισορροπία στη φύση είχε αυτό που θα μπορούσε σχεδόν να ονομαστεί ηθική ποιότητα — οι καταστάσεις ισορροπίας στα μοντέλα του επέβαλλαν την πιο αποδοτική χρήση των πηγών διατροφής, τη μικρότερη δυνατή απώλεια. Η φύση, αν αφεθεί μόνη, θα είναι καλή.

Δύο δεκαετίες αργότερα, ο τελευταίος μαθητής του Μακ-Άρθουρ συνειδητοποιούσε ότι η οικολογία που στηριζόταν σε μια έννοια ισορροπίας φαινόταν καταδικασμένη σε αποτυχία. Τα παραδοσιακά μοντέλα προδίδονταν από τη γραμμική τους τάση. Η φύση ήταν πολυπλοκότερη. Τώρα, σε αντίθεση με πριν, διέκρινε το χάος, «ζωντανό και λίγο απειλητικό». Το χάος μπορεί να υπονομεύει τις πιο ανθεκτικές υποθέσεις της οικολογίας, λέει στους συναδέλφους του. «Αυτά που θεωρούνται θεμελιώδεις έννοιες στην οικολογία είναι σαν την ηρεμία πριν από την καταιγίδα».

Ο Σάφφερ σήμερα χρησιμοποιεί παράξενους ελκυστές για να εξερευνήσει την επιδημιολογία παιδικών ασθενειών σαν την ιλαρά και την ανεμοβλογιά. Έχει συγκεντρώσει δεδομένα, πρώτα από την πόλη της Νέας Υόρκης και τη Βαλτιμόρη και μετά από το Αμπερντίν της Σκοτίας και όλη την Αγγλία και την Ουαλία. Έχει δημιουργήσει ένα δυναμικό μοντέλο που μοιάζει με εκκρεμές, το οποίο εκτελεί εξαναγκασμένη και φθίνουσα ταλάντωση. Οι ασθένειες εντείνονται κάθε χρόνο από τη μετάδοση τους ανάμεσα στους μαθητές κατά την αρχή της σχολικής περιόδου, και φθίνουν από τη φυσική αντίσταση των οργανισμών τους. Το μοντέλο του Σάφφερ προβλέπει εντυπωσιακά διαφορετική συμπεριφορά για τις δύο αυτές ασθένειες. Η ανεμοβλογιά πρέπει να μεταβάλλεται περιοδικά. Η ιλαρά πρέπει να μεταβάλλεται χαοτικά. Και τελικά, τα δεδομένα επιβεβαιώνουν την πρόβλεψη του Σάφφερ. Για έναν παραδοσιακό επιδημιολόγο, οι ετήσιες μεταβολές της ιλαράς φαίνονται ανεξήγητες — τυχαίες και με θόρυβο. Ο Σάφφερ, χρησιμοποιώντας τεχνικές επανακατασκευής του χώρου των φάσεων, δείχνει ότι η ιλαρά ακολουθεί έναν παράξενο ελκυστή, με φράκταλ διάσταση περίπου 2,5.

Ο Σάφφερ υπολόγισε τον εκθέτη Λιαπούνοφ και έκανε απεικονίσεις Πουανκαρέ. «Αν κοιτάξετε τις εικόνες», λέει, «τότε σας έρχεται να πείτε: "Θεέ μου, είναι το ίδιο πράγμα"», Αν και ο ελκυστής είναι χαοτικός, υπάρχει κάποια δυνατότητα πρόβλεψης, αφού είναι δεδομένη η ντετερμινιστική φύση του μοντέλου. Ένα έτος μεγάλης διάδοσης της ιλαράς θα ακολουθείται από ένα έτος δραματικής μείωσης. Ένα έτος μέτριας διάδοσης θα ακολουθείται από ένα έτος στο οποίο το επίπεδο θα μεταβληθεί πολύ λίγο. Ένα έτος μικρής διάδοσης δημιουργεί τη μεγαλύτερη αδυναμία πρόβλεψης. Το μοντέλο του Σάφφερ προβλέπει επίσης τις συνέπειες της δυναμικής απόσβεσης που προέρχονται από τα μαζικά προγράμματα εμβολιασμών — συνέπειες που δεν θα μπορούσαν να προβλεφτούν από την κανονική επιδημιολογία.

Στη συλλογική και στην προσωπική κλίμακα, οι ιδέες του χάους προχωρούν με διαφορετικούς τρόπους και για διαφορετικούς λόγους. Για τον Σάφφερ, όπως και για πολλούς άλλους, η μετάβαση από την παραδοσιακή επιστήμη στο χάος ήρθε απρόσμενα. Ο Σάφφερ ήταν ο τέλειος στόχος της ευαγγελικής έκκλησης του Ρόμπερτ Μέυ το 1975. Είχε διαβάσει το άρθρο του Μέυ και

το είχε απορρίψει. Θεωρούσε ότι οι μαθηματικές του ιδέες δεν ήταν ρεαλιστικές για τα είδη των συστημάτων που μελετούσε ένας οικολόγος. Είναι παράξενο, αλλά ήξερε πολλά πράγματα στην οικολογία για να δεχτεί την παρατήρηση του Μέυ. Αυτά ήταν μονοδιάστατες απεικονίσεις, είχε σκεφτεί — τι θα μπορούσαν να προσφέρουν στα συνεχώς μεταβαλλόμενα συστήματα; Τότε ένας συνάδελφος του είπε: «Διάβασε τον Λόρεντζ». Έγραψε τον τίτλο του άρθρου σε ένα χαρτί, αλλά δε νοιάστηκε να το αναζητήσει.

Πολλά χρόνια αργότερα, ο Σάφφερ ζούσε στην έρημο έξω από την πόλη Τάκσον της Αριζόνας, και τα καλοκαίρια τον έβρισκαν στα βουνά της Σάντα Καταλίνα στο βορρά — περιοχές με πυκνούς αγκαθωτούς θάμνους, που ήταν απλώς ζεστές όταν η έρημος ψηνόταν. Ανάμεσα στις συστάδες των δέντρων και των θάμνων τον Ιούνιο και τον Ιούλιο, μετά το λουλούδιασμα της άνοιξης και πριν τις καλοκαιρινές βροχές, μαζί με τους μαθητές του παρατηρούσε μέλισσες και λουλούδια διαφορετικών ειδών. Αυτό το οικολογικό σύστημα ήταν εύκολο να μετρηθεί, παρά τις ετήσιες μεταβολές του. Ο Σάφφερ μετρούσε τις μέλισσες που υπήρχαν σε κάθε λουλούδι, μετρούσε τη γύρη στραγγίζοντας τα λουλούδια με σιφώνια και ανέλυε τα δεδομένα με μαθηματικό τρόπο. Οι μπάμπουρες ανταγωνίζονταν τις μέλισσες κι αυτές ανταγωνίζονταν τις αγριομέλισσες-ξυλοκόπους. Ο Σάφφερ είχε κάνει ένα πειστικό μοντέλο για να εξηγήσει τις αυξομειώσεις του πληθυσμού.

Το 1980 όμως κατάλαβε ότι κάτι δεν πήγαινε καλά. Το μοντέλο του απέτυχε. Όπως αποδείχτηκε, ο παράγοντας κλειδί ήταν ένα είδος που είχε παραβλέψει: τα μυρμήγκια. Μερικοί συνάδελφοι του υποπτεύονταν ότι έφταιγε ο ασυνήθιστα κρύος καιρός του χειμώνα, άλλοι ο ασυνήθιστα ζεστός καιρός του καλοκαιριού. Έτσι ο Σάφφερ σκέφτηκε να κάνει το μοντέλο του πιο πολύπλοκο προσθέτοντας περισσότερες μεταβλητές. Αλλά ήταν πολύ απογοητευμένος. Ανάμεσα στους φοιτητές είχε διαδοθεί η φήμη ότι το να περάσεις ένα καλοκαίρι σε υψόμετρο 1.800 μέτρα με τον Σάφφερ ήταν κάτι πολύ ζόρικο. Και τότε, ξαφνικά, τα πάντα άλλαξαν.

Βρήκε τυχαία ένα άρθρο για το χημικό χάος σε ένα πολύπλοκο εργαστηριακό πείραμα και αισθάνθηκε ότι οι συγγραφείς εί-

χαν αντιμετωπίσει ακριβώς το δικό του πρόβλημα: η αδυναμία παρακολούθησης δεκάδων αυξομειωνόμενων προϊόντων μιας αντίδρασης ήταν ίδια με την αδυναμία παρακολούθησης δεκάδων ειδών στα βουνά της Αριζόνας. Οι συγγραφείς είχαν πετύχει εκεί που αυτός είχε αποτύχει. Διάβασε για την επανακατασκευή του χώρου των φάσεων. Τελικά διάβασε Λόρεντζ και Γιορκ και άλλους. Το Πανεπιστήμιο της Αριζόνας οργάνωσε μια σειρά διαλέξεις με θέμα «Τάξη στο Χάος». Ήρθε ο Χάρρυ Σουίννεϋ, και αυτός ήξερε από πειράματα. Όταν, εξηγώντας το χημικό χάος, έδειξε μια διαφάνεια ενός παράξενου ελκυστή και είπε: «αυτά είναι πραγματικά δεδομένα», ένα ρίγος διέτρεξε τη ραχοκοκαλιά του Σάφερ.

«Εντελώς ξαφνικά συνειδητοποίησα πως είχα συναντήσει το πεπρωμένο μου», είπε. Για τον επόμενο χρόνο ζήτησε εκπαιδευτική άδεια. Απέσυρε την αίτηση του για χρηματοδότηση από το Εθνικό Ίδρυμα Επιστημών και ζήτησε μια υποτροφία από το Ίδρυμα Γκούγκενχαϊμ. Ήξερε ότι πάνω στα βουνά οι πληθυσμοί των μυρμηγκιών ποίκιλλαν με τις εποχές. Οι μέλισσες κρέμονταν από τα αγριολούλουδα και πετούσαν πάνω από τα πέταλα με ένα δυναμικό βόμβο. Τα σύννεφα γλιστρούσαν απαλά στον ουρανό. Ήξερε πως δεν θα μπορούσε πια να ξαναδούλεψει όπως πριν.

ΠΗΓΕΣ ΚΑΙ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Το βιβλίο αυτό στηρίζεται στα λόγια διακοσίων περίπου επιστημόνων, από δημόσιες διαλέξεις, τεχνικά κείμενα και κυρίως συνεντεύξεις που μου έδωσαν από τον Απρίλιο του 1984 μέχρι το Δεκέμβριο του 1986. Μερικοί απ' αυτούς τους επιστήμονες ήταν ειδικοί στο χάος και άλλοι όχι. Μερικοί διέθεσαν πολλές ώρες απ' το χρόνο τους επί μήνες, και πρόσφεραν τις ιδέες και τις απόψεις τους για την ιστορία και την πρακτική της επιστήμης, προσφορά που είναι αδύνατον να εκθέσω με απόλυτη πληρότητα. Μερικοί έδωσαν γραπτές αδημοσίευτες αναμνήσεις τους.

Οι έμμεσες πηγές πληροφοριών πάνω στο χάος είναι ελάχιστες και ο αναγνώστης που θα αναζητήσει πρόσθετη βιβλιογραφία θα βρει λίγα μέρη να στραφεί. Η πρώτη γενική εισαγωγή στο χάος —που μεταδίδει ακόμα εύγλωττα τη χαρακτηριστική γεύση του αντικειμένου και περιγράφει μερικά από τα θεμελιώδη μαθηματικά— ήταν ίσως η στήλη του Douglas R. Hofstadter στο τεύχος του Νοεμβρίου 1981 του περιοδικού *Scientific American,* που ανατυπώθηκε στο βιβλία *Metamagical Themas* (New York: Basic Books, 1985). Δύο χρήσιμες συλλογές των πιο σημαντικών επιστημονικών άρθρων είναι: *Chaos* του Hao Bai-Lin (Singapore: World Scientific, 1984) και *Universality in Chaos του* Predrag Cvitanovic (Bristol: Adam Higher, 1984). Οι συλλογές επικαλύπτονται ελάχιστα μεταξύ τους. Η πρώτη έχει μια πιο ιστορική κατεύθυνση. Όποιος ενδιαφέρεται για τις ρίζες της φράκταλ γεωμετρίας, η αδιαμφισβήτητη, εγκυκλοπαιδική, ερεθιστική πηγή είναι το βιβλίο The *Fractal Geometry of Nature* του Benoit Mandelbrot (New York: Freeman, 1977). Το βιβλίο *The Beauty of*

Fractals των Heinz-Otto Peitgen και Peter H. Richter (Berlin, Springer-Verlag, 1986) κινείται σε πολλές περιοχές των μαθηματικών του χάους με τον ευρωπαϊκό/ρομαντικό τρόπο, με ανεκτίμητα δοκίμια των Mandelbrot, Adrien Douady και Gert Eilenberger, και περιέχει πολλά πλούσια έγχρωμα και ασπρόμαυρα γραφικά, μερικά από τα οποία έχουν αναπαραχθεί σ' αυτό το βιβλίο. Ένα πολύ εύληπτο κείμενο που απευθύνεται σε μηχανικούς και άλλους που αναζητούν μια πρακτική επισκόπηση των μαθηματικών ιδεών είναι το βιβλίο *Nonlinear Dynamics and Chaos* των H. Bruce Stewart και J.M. Thompson (Chichester: Wiley, 1986). Κανένα απ' αυτά τα βιβλία δεν είναι χρήσιμο σε αναγνώστες που δεν έχουν κάποια τεχνική υποδομή.

Στην περιγραφή των γεγονότων, των κινήτρων και των προοπτικών των επιστημόνων, απέφυγα τη γλώσσα της επιστήμης όπου ήταν δυνατό, θεωρώντας ότι ο τεχνικά ενημερωμένος αναγνώστης θα ξέρει πότε διαβάζει για ολοκλήρωση, κατανομή ισχύος ή μιγαδική ανάλυση.

Οι περιγραφές των τοποθεσιών στηρίζονται γενικά σε δικές μου επισκέψεις. Τα παρακάτω ιδρύματα έθεσαν στη διάθεση μου τους ερευνητές, τις βιβλιοθήκες και σε μερικές περιπτώσεις τους υπολογιστές τους: Boston University, Cornell University, Courant Institute of Mathematics, European Centre of Medium Range Weather Forecasts, Georgia Institute of Technology, Harvard University, IBM Thomas J. Watson Research Center, Institute for Advanced Study, Lamont-Dohetry Geophysical Observatory, Los Alamos National Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, National Center for Atmospheric Research, National Institutes of Health, National Meteorological Center, New York University, Observatoire de Nice, Princeton University, University of California at Berkeley, University of California at Santa Cruz, University of Chicago, Woods Hole Oceanographic Institute, Xerox Palo Alto Research Center.

Οι παρακάτω σημειώσεις αφορούν τις κύριες πηγές που χρησιμοποίησα. Δίνω πλήρη τον τίτλο των βιβλίων και των άρθρων, όπου όμως αναφέρω ένα μόνο όνομα η παραπομπή αφορά κάποιον από τους παρακάτω επιστήμονες, που με βοήθησαν ιδιαίτερα κατά τη διάρκεια της ερευνάς μου:

Ralph H. Abraham
Gunter Ahlers
F. Tito Arecchi
Michael Barnsley
Lennart Bengtsson
William D. Bonner
Robert Buchal
William Burke
David Campbell
Peter A. Carrouthers
Richard J. Cohen
James Crutchfield
Predrag Cvitanovic
Minh Duong-van
Freeman Dyson
Jean-Pierre Eckmann
Fereydoon Family
J. Doyne Farmer
Mitchell J. Feigenbaum
Joseph Ford
Ronald Fox
Robert Gilmore
Leon Glass
James Glimm
Ary L. Goldberger
Jerry P. Gollub
Ralph E. Gomory
Stephen Jay Gould
John Guckenheimer
Brosl Hasslacher
Michel Henon
Douglas R. Hofstadter
Pierre Hohenberg
Frank Hoppensteadt
Hendrik Houthakker
John H. Hubbard
Bernardo Huberman
Reymond E. Ideker
Erica Jean
Roderick V. Jensen
Leo Kadanoff
Donald Kerr
Joseph Klafter
Thomas S. Kuhn
Mark Laff
Oscar Lanford
James Langer
Joel Lebowitz
Cecil E. Leith
Herbert Levine
Albert Libchaber
Edward N. Lorenz
Willem Malkus
Benoit Mandelbrot
Arnold Mandell
Syukuro Manabe
Arnold J. Mandell
Philip Marcus
Paul C. Martin
Robert M. May
Francis C. Moon
Jurgen Moser
David Mumford
Michael Nauenberg
Norman Packard
Heinz-Otto Peitgen
Charles S. Peskin
James Ramsey
Peter H. Richter
Otto Rossler
David Ruelle
William M. Schaffer
Stephen H, Schneider
Christopher Scholz
Robert Shaw
Michael F. Shlesirtger

Yasha G. Sinai
Steven Smale
Edward A. Spiegel
H. Bruce Stewart
Steven Strogatz
Harry Swinney
Tomas Toffoli
Felix Villars
William M. Visscher
Richard Voss
Bruce J. West
Robert White
Gareth P. Williams
Kenneth G. Wilson
Arthur T. Winfree
Jack Wisdom
Helena Wisniewski
Steven Wolfram
J. Austin Woods
James A. Yorke

Οι αριθμοί που προηγούνται των σημειώσεων παραπέμπουν στις σελίδες αυτού του βιβλίου.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

23 ΛΟΣ ΑΛΑΜΟΣ: Feigenbaum, Carruthers, Campbell, Farmer, Visscher, Kerr, Hasslacher, Jen.

24 ΚΑΤΑΛΑΒΑΙΝΩ ΠΩΣ ΕΙΣΑΙ: Feigenbaum, Carruthers.

27 ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΤΈΣ ΤΩΝ ΚΥΒΕΡΝΗΤΙΚΏΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ; Buchal, Shlesinger, Wisniewski.

28 ΝΕΑ ΣΤΟΙΧΈΙΑ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ: Yorke.

28 ΕΠΙΣΤΉΜΗ ΜΑΛΛΟΝ ΤΗΣ ΕΞΕΛΙΞΗΣ: F.K. Browand, «The Structure of the Tulbulent Mixing Layer», *Physica* 18D (1986), σ. 135.

28 ΣΤΗΝ ΚΊΝΗΣΗ ΤΩΝ ΑΥΤΟΚΊΝΗΤΩΝ: Οι ιάπωνες επιστήμονες πήραν το πρόβλημα της κυκλοφορίας ιδιαίτερα σοβαρά· π.χ. Toshimitsu Musha και Hideyo Higuchi, «The 1/f Fluctuation of a Traffic Current on an Expressway», *Japanese Journal of Applied Physics* (1976), σ. 1271-75.

28 Η ΣΥΝΕΙΔΗΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΥΤΟΥ ΤΟΥ ΓΕΓΟΝΟΤΟΣ: Mandelbrot, Ramsey, Wisdom, Marcus· Alvin M. Saperstein, «Chaos-A Model for the Outbreak of War», *Nature* 309 (1984), σ. 303-305.

28 ΔΕΚΑΠΕΝΤΕ ΧΡΟΝΙΑ ΠΡΙΝ: Shlesinger.

29 ΓΙΑ ΤΡΙΑ ΜΟΝΟ ΠΡΑΓΜΑΤΑ: Shlesinger.

29 Η ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΤΕΡΡΙΨΕ: Joseph Ford, «What Is Chaos, That We Should Be Mindful of It?» ed. Georgia Institute of Technology, σ. 12.

30 ο ΚΟΣΜΟΛΟΓΟΣ: John Boslough, *Stephen Hawking's Universe* (Cambridge, Cambridge University Press, 1980)· βλ. επίσης Robert Shaw, *The Dripping Faucet as a Model Chaotic System* (Santa Cruz, Aerial, 1984), σ. I.

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΠΕΤΑΛΟΥΔΑΣ

34 Ο ΚΑΙΡΟΣ ΠΟΥ ΕΙΧΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙ: Lorenz, Malkus, Spiegel, Farmer. Το βασικό έργο του Lorenz είναι ένα τρίπτυχο άρθρων, από τα οποία κεντρικό είναι το «Deterministic NonPeriodic Flow», *Journal of the Atmospheric Sciences* 20 (1963), σ. 130-141· παραπλήσια μ' αυτό είναι το «The Mechanics of Vacillation», *Journal of the Atmospheric Sciences* 20 (1963), σ, 448-464, και «The Problem of Deducing the Climate from the Governing Equations», *Tellus* 16 (1964), σ. 1-11. Αποτελούν ένα κομψό τμήμα εργασίας που εξακολουθεί να επηρεάζει μαθηματικούς και φυσικούς ύστερα από είκοσι χρόνια. Μερικές από τις προσωπικές αναφορές του Lorenz στο πρώτο του μοντέλο της ατμόσφαιρας σε κομπιούτερ εμφανίζονται στο «On the Prevalence of Aperiodicity in Simple Systems», στο *Global Analysis,* ed. Mgramela and J. Marsden (New York, Springer-Verlag, 1979), σ. 53-75.

35 ΗΤΑΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ: Μια ευανάγνωστη σύγχρονη παρουσίαση από τον Lorenz του προβλήματος χρησιμοποίησης εξισώσεων για τη δημιουργία μοντέλου της ατμόσφαιρας είναι το «Large-Scale Motions of the Atmosphere: Circulation», στο *Advances in Earth Science,* ed. P.M. Hurley (Cambridge, Mass., The MIT Press, 1966), σ. 95-109. Μια παλιά, σημαντική ανάλυση αυτού του προβλήματος είναι η L. F. Richardson, *Weather Prediction by Numerical Process* (Cambridge, Cambridge University Press, 1922).

36 Η ΚΑΘΑΡΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ: Lorenz. Επίσης, μια αφήγηση των συγκρουόμενων τάσεων των μαθηματικών και της μετεωρολογίας στη σκέψη του βρίσκεται στο «Irregularity: A Fundamental Property of the Atmosphere», στη διάλεξη Crafoord που έγινε στη Βασιλική Σουηδική Ακαδημία Επιστημών στη Στοκχόλμη, στις 28 Σεπτεμβρίου 1983 και δημοσιεύτηκε στο *Tellus* 36A (1984), σ. 98-110.

38 ΘΑΜΠΟΡΟΥΣΕΝΑ ΣΥΜΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΕΙ: Pierre Simon de Laplace, *A Philosophical Essay on Probabilities* (New York, Dover, 1951).

38 Η ΒΑΣΙΚΗ ΙΔΕΑ: Winfree.

39 ΑΥΤΟ ΕΙΝΑΙ το ΕΙΔΟΣ ΤΟΥ ΚΑΝΟΝΑ: Lorenz.

40 ΞΑΦΝΙΚΑ ΣΥΝΕΙΔΗΤΟΠΟΙΗΣΕ: «On the Prevalence», σ. 55.

41 ΤΑ ΜΙΚΡΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΑΠΟΔΕΙΧΝΟΝΤΑΝ: Από όλους τους κλασικούς φυσικούς και μαθηματικούς που προβληματίστηκαν πάνω στα δυναμικά συστήματα, εκείνος που κατάλαβε καλύτερα τη δυνατότητα του χάους ήταν ο Jules Henri Poincare. Ο Poincare σημείωσε στο *Science and Method*

«Μια πολύ μικρή αιτία που διαφεύγει της προσοχής μας καθορίζει ένα σημαντικό αποτέλεσμα που δεν μπορούμε να μην το δούμε, και τότε λέμε πως το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στην τύχη. Αν ξέραμε με ακρίβεια τους νόμους της φύσης και την κατάσταση του σύμπαντος την αρχική στιγμή, θα μπορούσαμε να προβλέψουμε α-

κριβώς την κατάσταση αυτού του ίδιου σύμπαντος σε κάποια επόμενη στιγμή. Αλλά ακόμη κι αν συνέβαινε οι φυσικοί νόμοι να μη μας κρύβουν κανένα μυστικό, θα μπορούσαμε πάλι να ξέρουμε την κατάσταση μόνο προσεγγιστικά. Αν αυτό μας καθιστούσε ικανούς να προβλέψουμε την επόμενη κατάσταση με την ίδια προσέγγιση, δηλαδή με όλη όση μας χρειάζεται, θα λέγαμε ότι το φαινόμενο έχει προβλεφτεί, ότι δηλαδή διέπεται από νόμους. Δεν είναι όμως πάντα έτσι· θα μπορούσε να υπάρξει κάποια περίπτωση στην οποία μικρές διαφορές στις αρχικές συνθήκες παράγουν πολύ μεγάλες διαφορές στα τελικά αποτελέσματα. Μικρό λάθος στις πρώτες παράγουν τεράστιο λάθος στα τελευταία. Η πρόβλεψη καθίσταται αδύνατη...».

Η προειδοποίηση του Poincare, στο γύρισμα του αιώνα, ουσιαστικά ξεχάστηκε· στις ΗΠΑ, ο μόνος μαθηματικός που ακολούθησε στα σοβαρά την κατεύθυνση του Poincare στις δεκαετίες του είκοσι και του τριάντα ήταν ο George D. Birkhoff, που έτυχε να είναι για λίγο καθηγητής του νεαρού Edward Lorenz στο MIT.

42 ΑΣΦΑΛΩΣ ΔΕΝ ΕΙΧΑΜΕ: Lorenz.

42 ΑΥΤΗ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΜΕΡΑ: Lorenz" επίσης, «On the Prevalence», σ. 56.

43 ΧΡΟΝΙΆ ΑΒΑΣΙΜΗΣ ΑΙΣΙΟΔΟΞΊΑΣ: Woods, Schneider· πλατιά παρουσίαση της γνώμης των ειδικών εκείνο τον καιρό έγινε στο «Weather Scientists Optimistic That New Findings Are Near», *The New York Times,* 9 Σεπτ. 1963, σ. 1.

43 Ο ΦΟΝ ΝΟΫΜΑΝ ΦΑΝΤΑΖΟΤΑΝ: Dyson.

43 ΤΕΡΑΣΤΊΑ ΚΑΙ ΔΑΠΑΝΗΡΉ ΓΡΑΦΕΙΟΚΡΑΤΙΑ: Bonner, Bengtsson, Woods, Leith.

45 ΟΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΈΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ: Peter B. Medawar, «Expectation and Prediction», στο *Pluto's Republic* (Oxford, Oxford University Press, 1982), σ. 301-304.

46 ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΠΕΤΑΛΟΥΔΑΣ: Ο Lorenz αρχικά χρησιμοποίησε την εικόνα ενός γλάρου· το μόνιμο όνομα φαίνεται πως προήλθε από το άρθρο του «Predictability: Does the Flap of o Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?» που στάλθηκε στο ετήσιο συνέδριο της Αμερικανικής Ένωσης για την Πρόοδο της Επιστήμης στην Ουάσιγκτον, στις 29 Δεκεμβρίου 1979,

46 ΑΣ ΥΠΟΘΕΣΟΥΜΕ ΟΜΩΣ ΟΤΙ: Yorke,

47 ΑΥΤΟ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ: Lorenz, White,

48 ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΥΠΗΡΧΕ ΜΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗ: «The Mechanics of Vacillation».

49 ΓΙΑ ΕΝΑ ΚΑΡΦΊ: George Herbert· παρατίθεται σε σχέση μ' αυτό από τον Norbert Wiener, «Nonlinear Prediction and Dynamics», στο *Collected Works with Commentaries,* ed. P. Masani (Cambridge, Mass., The MIT Press, 1981), 3:371. Ο Wiener πρόλαβε τον Lorenz ως προς το ότι είδε τουλάχιστον την πιθανότητα της «αυτοενίσχυσης μικρών λεπτομερειών της εικόνας του καιρού». Παρατήρησε: «Ένας ανεμοστρόβιλος είναι σε υψηλό βαθμό τοπικό φαινόμενο, και λε-

πτομέρειες σε όχι μεγάλη έκταση μπορούν να καθορίσουν την ακριβή πορεία του».

50 ο ΧΑΡΑΚΤΗΡΑΣ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ: John von Neumann, «Recent Theories of Turbulence» (1949), στο *Collected Works,* ed. A.H. Taub (Oxford, Pergamon Press, 1963), 6:437.

51 ΘΑ ΚΡΥΩΣΕΙ ΕΝΑ ΦΛΙΤΖΑΝΙ ΚΑΦΕ: «The predictability of hydrodynamic flow», στο *Transactions of the New York Academy of Sciences* 11:25:4 (1963), σ. 409-432.

52 ΙΣΩΣ ΝΑ ΕΧΟΥΜΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: *στο ίδιο,* σ. 410.

53 ο ΛΟΡΕΝΤΖ ΠΗΡΕ ΕΝΑ ΣΥΝΟΛΟ: Αυτό το σύνολο των εφτά εξισώσεων για τη δημιουργία μοντέλου της διάδοσης της θερμότητας με μεταφορά επινοήθηκε από τον Barry Saltzman του Πανεπιστημίου του Yale, τον οποίο ο Lorenz επισκεπτόταν. Οι εξισώσεις Saltzman συμπεριφέρονταν συνήθως περιοδικά, αλλά, όπως είπε ο Lorenz, μία εκδοχή τους «αρνιόταν να τακτοποιηθεί». Ο Lorenz αντελήφθη ότι, κατά τη διάρκεια αυτής της χαοτικής συμπεριφοράς, τέσσερις από τις μεταβλητές προσέγγιζαν το μηδέν — συνεπώς μπορούσαν να αγνοηθούν. Barry Saltzman, «Finite Amplitude Convection as an Initial Value Problem», *Journal of the Atmospheric Sciences* 19 (1962), σ. 329.

55 ΤΟ ΓΕΩΔΥΝΑΜΟ: Malkus· η χαοτική αντίληψη των μαγνητικών πεδίων της Γης αντιμετωπίζει ακόμα έντονη πολεμική, καθώς ορισμένοι επιστήμονες αναζητούν άλλες, εξωτερικές ερμηνείες, όπως χτυπήματα από πελώριους μετεωρίτες. Μια από τις πρώτες παρουσιάσεις της ιδέας ότι η αντιστροφή προέρχεται από το ενσωματωμένο στο σύστημα χάος βρίσκεται στο K.A. Robbins, «A moment equation description of magnetic reversals in the earth», Proceedings of the National Academy of Science 73 (1976), σ. 4297-4301.

55 ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΕΙΔΟΣ ΥΔΑΤΟΤΡΟΧΩΝ: Malkus.

57 ΤΡΕΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ: Αυτό το κλασικό μοντέλο, που συνήθως αποκαλείται σύστημα Lorenz, είναι το:

$$dx/dt=10(\psi-x)$$
$$d\psi/dt = xz + 28x-\psi$$
$$dz/dt = x\psi - (8/3)z.$$

Αφότου έκανε την εμφάνιση του στο «Deterministic NonPeriodic Flow», το σύστημα έχει αναλυθεί πλατιά" ένας καθαρά τεχνικός τόμος είναι ο Colin Sparrow, *The Lorenz Equations, Bifurcations, Chaos, and Strange Attractors* (Springer-Verlag, 1982).

59 ΕΝΤ, ΞΕΡΟΥΜΕ: Malkus, Lorenz.

59 ΚΑΝΕΝΑΣ ΔΕ ΣΚΕΦΤΗΚΕ: Το «Deterministic NonPeriodic Flow», στα μέσα της δεκαετίας του 1960, αναφερόταν από την επιστημονική κοινότητα περίπου μια φορά το χρόνο, δυο δεκαετίες αργότερα, αναφερόταν περισσότερες από εκατό φορές το χρόνο.

ΕΠΑΝΑΣΤΑΣΗ

62 ΟΙΣΤΟΡΙΚΟΣΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ: Η αντίληψη του Kuhn για τις επιστημονικές επαναστάσεις έχει εξεταστεί λεπτομερώς σε πλατιά κλίμακα και δέχτηκε σφοδρή πολεμική επί είκοσι πέντε χρόνια από τη στιγμή που προβλήθηκε περίπου την εποχή που ο Lorenz προγραμμάτιζε στον υπολογιστή του τα μοντέλα για τον καιρό. Για τις απόψεις του Kuhn βασίστηκα κυρίως στο *The Structure of Scientific Revolutions* (Chicago, University of Chicago Press, 1970) και δευτερευόντως στα *The Essential Tension: Selected Studies in Scientific Tradition and Change* (Chicago, University of Chicago, 1977), «What Are Scientific Revolutions?» (Occasional Paper No. 18, Center for Cognitive Science, Massachusetts Institute of Technology) καθώς και στη συνέντευξη του Kuhn. Μια άλλη χρήσιμη και σημαντική ανάλυση του θέματος γίνεται στο I. Bernard Cohen, *Revolution in Science* (Cambridge, Mass., Belknap Press, 1985).

62 ΔΕΝ ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΔΙΑΚΡΙΝΩ: *Structure,* σ. 62-65.

63 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΗΣ: *Structure,* σ. 229.

63 ΤΗΝ ΕΠΟΧΗ ΤΟΥ ΒΕΝΙΑΜΙΝ ΦΡΑΓΚΛΙΝΟΥ: *Structure,* σ. 13-15.

64 ΣΕ ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ: *Tension,* σ. 234.

65 ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΑΣ ΤΗΣ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ: Cvitanovic.

66 ΤΟΛΣΤΟΪ: Συνέντευξη Ford και «Chaos: Solving the Unsolvable, Predicting the Unpredictable», στο *Chaotic Dynamics and Fractals,* M.F. Barasley and S.G. Demko (New York, Academic Press, 1985).

66 ΤΕΤΟΙΟΙ ΝΕΟΛΟΓΙΣΜΟΙ: Αλλά ο Michael Berry σημειώνει ότι, σύμφωνα με το λεξικό Oxford: «Χαολογία (σπάνιο)· "η ιστορία ή η περιγραφή του χάους"»· Berry, «The Unpredictable Bouncing Rotator: A Chaology Tutorial Machine», preprint, H.H. Wills Physics Laboratory, Bristol.

67 ΕΙΝΑΙ ΜΑΖΟΧΙΣΜΟΣ: Richter.

67 ΑΥΤΑ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ: J. Crutchfield, M. Nauenberg and J. Rudnick, «Scaling for External Noise at the Onset of Chaos», *Physical Review Letters* 46 (1981), σ. 933.

67 Η ΚΑΡΔΙΑ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ: Alan Wolf, «Simplicity and Universality in the Transition to Chaos», *Nature* 305 (1983), σ. 182.

67 το ΧΑΟΣ ΤΩΡΑ ΠΡΟΟΙΩΝΙΖΕΙ: Joseph Ford, «What is Chaos, That We Should Be Mindful of It?» preprint, Georgia Institute of Technology, Atlanta.

68 ΟΙ ΕΠΑΝΑΣΤΑΣΕΙΣ ΔΕΝ ΕΡΧΟΝΤΑΙ: «What Are Scientific Revolutions?» σ. 23.

68 ΕΙΝΑΙ ΣΑΝ Η ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΚΟΙΝΟΤΗΤΑ: *Structure,* σ. 111.

68 ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΖΩΟ: Yorke και άλλοι.

69 οΤΑΝ ο ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ: «What Are Scientific Revolutions?» σ. 2-10.

70 ΑΝ ΔΥΟ ΦΙΛΟΙ: Galileo *Opera* νιο: 277. Επίσης νπΐ: 129-130.

71 ΣΤΗ ΦΥΣΙΟΛΟΓΊΑ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΨΥΧΙΑΤΡΙΚΗ: David Tritton, «Chaos in the swing of a pendulum», *New Scientist,* 24 Ιουλ. 1986, σ. 37. Πρόκει-

ται για μια προσιτή, μη τεχνική παρουσίαση των φιλοσοφικών συνεπειών του χάους στο εκκρεμές.

72 ΑΥΤΟ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΣΥΜΒΕΙ: Στην πράξη, κάποιος που σπρώχνει μια κούνια μπορεί πάντοτε να παράγει μια λίγο πολύ κανονική κίνηση, ενδεχομένως δρώντας ο ίδιος ασυνείδητα ως μηχανισμός μη γραμμικής ανάδρασης.

72 ΟΣΟ ΠΕΡΙΕΡΓΟ ΚΙ ΑΝ ΦΑΙΝΕΤΑΙ: Ανάμεσα σε πολλές αναλύσεις των δυνατών περιπλοκών ενός απλού εκκρεμούς που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, μια καλή περίληψη είναι το D.D' Humieres, M.R. Beasley, B.A. Huberman and A. Libchaber, «Chaotic States and Routes to Chaos in the Forced Pendulum», *Physical Review A* 26 (1982), σ. 3483-3496.

73 ΜΠΑΛΕΣΤΟΥ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ: Ο Michael Berry ερεύνησε τη φυσική αυτού του παιχνιδιού τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά. Στο «The Unpredictable Bouncing Rotator» περιγράφει μια κατηγορία συμπεριφορών που γίνονται κατανοητές μόνο στη γλώσσα της χαοτικής δυναμικής: «KAM tori, bifurcation of periodic orbits, Hamiltonian chaos, stable fixed points and strange attractors».

74 ΕΝΑΣ ΓΑΛΛΟΣ ΑΣΤΡΟΝΟΜΟΣ: Henon.

75 ΕΝΑΣ ΓΑΠΩΝΕΖΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ: Ueda.

75 ΕΝΑΣ ΝΕΑΡΟΣ ΦΥΣΙΚΟΣ: FoX.

75 ο ΣΜΕΪΛ: Smale, Yorke, Guckenheimer, Abraham, May, Feigenbaunr σύντομη, κάπως σε στυλ ανεκδότου, παρουσίαση της σκέψης του Smale την περίοδο αυτή είναι το «On How I Got Started in Dynamical Systems», στο Steve Smale, *The Mathematics of Time: Essays on Dynamical Systems, Economic Processes and Related Topics (New* York, Springer-Verlag, 1980), σ. 147-151.

76 ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΜΟΣΧΑ: Raymond H. Anderson, «Moscow Silences a Critical American», *The New York Times,* 27 Αυγούστου 1966, σ. 1· Smale, «On the Steps of Moscow University», *The Mathematical Intelligencer* 6:2, σ, 21-27.

76 οΤΑΝ ΕΠΕΤΡΕΨΕ: Smale.

79 ΕΝΑ ΓΡΑΜΜΑ ΑΠΟ ΚΑΠΟΙΟ ΣΥΝΑΔΕΛΦΟ: Ο συνάδελφος ήταν ο N, Levinson. Αρκετές μαθηματικές κατευθύνσεις, που ανάγονταν στον Poincare, συνενώθηκαν εδώ. Η εργασία του Birkhoff περιείχε μία απ' αυτές, Στην Αγγλία, οι Mary Lucy Cartwright και J.E. Littlewood ακολούθησαν τους υπαινιγμούς που έκανε ο Balthasar van der Pol πάνω στους χαοτικούς ταλαντωτές. Αυτοί οι μαθηματικοί ήξεραν για τη δυνατότητα να υπάρχει χάος στα απλά συστήματα, αλλά ο Smale δεν είχε γνώση του έργου τους, ως τότε που πήρε το γράμμα από τον Levinson.

79 ΑΝΘΕΚΤΙΚΟ ΚΑΙ ΑΤΑΚΤΟ: Smale- «On How I Got Started».

80 ηΤΑΝ ΜΙΑ ΛΥΧΝΙΑ ΚΕΝΟΥ: Ο van der Pol περιέγραψε το έργο του στο *Nature* 120 (1927), σ. 363-364.

80 ΣΥΧΝΑ ΑΚΟΥΓΕΤΑΙ: *Στο ίδιο.*

83 ΓΙΑ ΝΑ ΑΝΤΙΛΗΦΘΕΙΤΕ: Η οριστική μαθηματική παρουσίαση αυτής της εργασίας από τον Smale βρίσκεται στο «Differentiable Dynamical Systems», *Bulletin of the American Mathematical Society* 1967, σ. 747-817· (επίσης στο *The Mathematics of Time,* σ. 1-82).

83 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΥΤΗ ΜΙΜΕΙΤΑΙ: Rossler.

84 ΟΜΩΣ το ΔΙΠΛΩΜΑ: Yorke.

84 ΗΤΑΝ ΜΙΑ ΧΡΥΣΉ ΕΠΟΧΗ: Guckenheimer, Abraham.

84 ΈΝΑΙ Η ΑΛΛΑΓΗ ΤΟΝ ΑΛΛΑΓΩΝ: Abraham.

85 ΈΝΑ ΑΠΛΌ ΚΟΣΜΙΚΌ ΜΥΣΤΉΡΙΟ: Marcus, Ingersoll, Williams· Philip S. Marcus, «Coherent Vortical Features in a Turbulent Two-Dimensional Flow and the Great Red Spot of Jupiter», άρθρο που παρουσιάστηκε στο 110ο Συνέδριο της Αμερικανικής Εταιρείας Ακουστικής στο Nashville του Τεννεσσή, στις 5 Νοεμβρίου 1985.

85 Η ΚΟΚΚΙΝΗ ΚΗΛΙΔΑ ΠΟΥ ΒΡΥΧΙΕΤΑΙ: John Updike, «The Moons of Jupiter», *Facing Nature* (New York, Knopf, 1985), σ. 74.

86 Η ΠΤΗΣΗ ΤΟΥ ΒΟΠΑΤΖΕΡ ΠΡΟΣΦΈΡΕ: Ingersoll· επίσης, Andrew P. Ingersoll, «Order from Chaos: The Atmospheres of Jupiter and Saturn», *Planetary Report A3,* σ. 8-11.

89 ΜΙΚΡΕΣ ΝΗΜΑΤΟΕΙΔΕΙΣ ΔΟΜΕΣ: Marcus.

89 Α! ΈΝΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΌ ΛΑΘΟΣ: Marcus.

ΤΑ ΠΑΝΩ ΚΑΙ ΤΑ ΚΑΤΩ ΤΗΣ ΖΩΗΣ

92 ΑΔΗΦΑΓΑΥΔΡΟΒΙΑ: May, Schaffer, Yorke, Guckenheimer. Το διάσημο άρθρο του May για τα διδάγματα του χάους στη βιολογία πληθυσμών είναι το «Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics», *Nature* 261 (1976), σ. 459-467. Επίσης, «Biological Populations with Nonoverlapping Generations: Stable Points, Stable Cycles, and Chaos», *Science* 186 (1974), σ. 645-647, και May and George F. Oster, «Bifurcations and Dynamic Complexity in Simple Ecological Models», *The American Naturalist* 110 (1976), σ. 573-599. Η ανάπτυξη της μαθηματικής δημιουργίας μοντέλων για τους πληθυσμούς πριν το χάος παρουσιάζεται θαυμάσια στο Sharon E. Kingsland, *Modeling Nature: Episodes in the History of Population Ecology* (Chicago, University of Chicago Press, 1985).

92 ο ΚΟΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΙ: May and John Seger, «Ideas in Ecology: Yesterday and Tomorrow», preprint, Princeton University, σ. 25.

92 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΚΟΣΜΟΥ: May and George F. Oster, «Bifurcations and Dynamic Complexity in Simple Ecological Models», *The American Naturalist* 110 (1976), σ. 573,

97 ΣΤΗ ΔΕΚΑΕΤΊΑ ΤΟΥ 1950: May.

99 ΕΓΧΕΙΡΊΔΙΑ ΚΑΙ ΒΙΒΛΙΑ: J. Maynard Smith, *Mathematical Ideas in Biology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1968), σ. 18· Harvey J. Gold, *Mathematical Modeling of Biological Systems.*

99 ΤΟ ΠΙΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ: May.

100 ΕΓΡΑΨΕ ΜΙΑ ΕΚΘΕΣΗ: *Gonorrhea Transmission Dynamics and Control,* Herbert W. Hethcote and James A. Yorke (Berlin, Springer-Verlag, 1984).

100 το ΣΎΣΤΗΜΑ ΤΩΝ ΜΟΝΩΝ-ΖΥΓΩΝ: Από προσομοιώσεις σε υπολογιστή, ο Yorke βρήκε ότι το σύστημα ανάγκασε τους οδηγούς να κάνουν περισσότερες επισκέψεις στα πρατήρια βενζίνης και να διατηρούν τα ρεζερβουάρ των αυτοκινήτων τους περισσότερο γεμάτα· έτσι αυτό το σύστημα αύξησε την ποσότητα βενζίνης που παρέμενε αδρανής στα αυτοκίνητα.

100 ΑΝΕΛΥΣΕ ΤΗ ΣΚΙΑ ΤΟΥ ΜΝΗΜΕΊΟΥ: Κατοπινές αναφορές από το αεροδρόμιο απέδειξαν ότι ο Yorke είχε δίκιο.

101 το ΑΡΘΡΟ ΤΟΥ ΛΟΡΕΝΤΖ: Yorke.

101 ΤΑ ΜΈΛΗ ΤΗΣ ΣΧΟΛΉΣ: Murray Gell-Mann, «The Concept of the Institute», στο *Emerging Syntheses in Science,* proceedings of the founding workshops of the Santa Fe Institute (Sante Fe, The Santa Fe Institute, 1985), σ. 11.

102 ΈΔΩΣΕ ΕΝΑ ΑΝΤΙΓΡΆΦΟ: Yorke, Smale.

103 ΑΝ ΜΠΟΡΕΊΤΕ ΝΑ ΓΡΆΨΕΤΕ: Yorke.

103 Η ΨΥΧΉ ΤΗΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΦΎΣΗΣ: Μια καλή παρουσίαση της γραμμικότητας, της μη γραμμικότητας και της ιστορικής χρήσης υπολογιστών στην κατανόηση της διαφοράς είναι το David Campbell, James P. Crutchfield, J. Doyne Farmer, and Erica Jen, «Experimental Mathematics: The Role of Computation in Nonlinear Science», *Comminications of the Association for Computing Machinery*28 (1985), σ. 374-384.

104 ΠΟΥΘΕΝΆ ΣΤΗ ΒΙΒΛΟ: του Fermi, αναφέρεται στο S.M. Ulam, *Adventures of a Mathematician* (New York, Scribners, 1976). Ο Ulam περιγράφει επίσης τη γένεση ενός άλλου σημαντικού νήματος στην κατανόηση της μη γραμμικότητας, του θεωρήματος Fermi-Pasta-Ulam. Ψάχνοντας για προβλήματα που θα μπορούσαν να υπολογιστούν στον καινούριο κομπιούτερ MANIAC στο Los Alamos, οι επιστήμονες δοκίμασαν ένα δυναμικό σύστημα που ήταν απλώς μια παλλόμενη χορδή — ένα απλό μοντέλο «που διέθετε επιπλέον έναν σωστό από φυσική άποψη, μικρό, μη γραμμικό όρο». Βρήκαν μορφές που συνενώνονταν σε μια απροσδόκητη περιοδικότητα. Όπως αφηγείται ο Ulam, «Τα αποτελέσματα από ποιοτική άποψη ήταν τελείως διαφορετικά ακόμη κι απ' αυτό που προσδοκούσε ο Fermi, με τη μεγάλη γνώση που διέθετε για τις μιμήσεις των κυμάτων... Προς μεγάλη μας έκπληξη, η χορδή άρχισε να παίζει περίεργα παιχνίδια...». Ο Fermi θεώρησε τα αποτελέσματα χωρίς σημασία και δεν δημοσιεύτηκαν πλατιά" μερικοί μαθηματικοί και φυσικοί όμως ασχολήθηκαν μαζί τους κι έτσι έγιναν ειδικό μέρος των γνώσεων που είχαν συγκεντρωθεί στο Los Alamos. *Adventures,* σ. 226-228.

104 ΕΠΙΣΤΉΜΗ ΤΩΝ ΜΗ ΕΛΕΦΆΝΤΩΝ: Αναφέρεται στο «Experimental Mathematics», σ. 374.

104 το ΠΡΩΤΟ ΜΗΝΥΜΑ: Yorke.

104 ΤΟ ΆΡΘΡΟ ΤΟΥ ΠΟΡΚ: Γραμμένο από κοινού με τον φοιτητή του Tien-Yien Li. «Period Three Implies Chaos», *American Mathematical Monthly* 82 (1975), σ. 985-992.

105 ο ΜΕΎ ΜΠΉΚΕ ΣΤΗ ΒΙΟΛΟΓΊΑ: May,

105 ΤΙ ΣΥΜΒΑΊΝΕΙ, ΜΑ ΤΟ ΧΡΙΣΤΌ: May ακριβώς αυτό το ερώτημα, που φαινομενικά δεν επιδεχόταν απάντηση, τον οδήγησε από τις αναλυτικές μεθόδους σε αριθμητικούς πειραματισμούς, με στόχο την απόκτηση κάποιας διασθητικής αντίληψης, τουλάχιστον.

112 ΟΣΟ ΕΝΤΥΠΩΣΙΑΚΌ κι ΑΝ ΉΤΑΝ: Yorke.

113 οι ΣΟΒΙΕΤΙΚΟΊ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΊ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΟΊ: Sinai, προσωπική επικοινωνία, 8 Δεκεμβρίου 1986.

114 ΜΕΡΙΚΟΊ ΔΥΤΙΚΟΊ ΕΠΙΣΤΉΜΟΝΕΣ ΕΙΔΙΚΟΊ ΣΤΟ ΧΆΟΣ: π.χ., Feigenbaum, Cvitanovio.

114 ΓΙΑ ΝΑ ΜΕΛΕΤΉΣΟΥΝ ΒΑΘΥΤΕΡΑ: Hoppensteadt, May.

115 το ΑΊΣΘΗΜΑ ΤΗΣ ΚΑΤΆΠΛΗΞΗΣ: Hoppensteadt.

116 ΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΙΔΙΑ ΤΗΝ ΟΙΚΟΛΟΓΙΑ: May.

117 ΕΠΙΔΗΜΊΑ ΙΛΑΡΑΣ ΣΤΗ ΝΕΑ ΥΟΡΚΗ: William M. Schaffer and Mark Kot, «Nearly One-dimensional Dynamics in an Epidemic», *Journal of Theoretical Biology* 112 (1985), σ. 403-427· Schaffer, «Stretching and Folding in Lynx Fur Returns: Evidence for a Strange Attractor in Nature», *The American Naturalist* 124 (1984), σ. 798-820.

118 ο ΚΌΣΜΟΣ ΘΑ ΒΡΙΣΚΌΤΑΝ: «Simple Mathematical Models», σ. 467.

118 Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΙΣΘΗΣΜ: *ΣτΟ ίδιο.*

ΜΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΗΣ

120 ΜΕ ΤΑ ΧΡΟΝΙΑ: Mandelbrot, Gomory, Voss, Barnsley, Richter, Mumford, Hubbard, Shlesinger. Η Βίβλος του Benoit Mandelbrot είναι το *The Fractal Geometry of Nature* (New York, Freeman, 1977). Μια συνέντευξη του Anthony Barcellos υπάρχει στο *Mathematical People,* ed. Donald J. Albers and G.L. Alenxanderson (Boston, Birkhauser, 1985). Δύο έργα του Mandelbrot, λιγότερο γνωστά αλλά εξαιρετικά ενδιαφέροντα, είναι τα «On Fractal Geometry and a Few of the Mathematical Questions It Has Raised», *Proceedings of the International Congress of Mathematicians,* 14-16 Αυγ. 1983, Warsaw, σ. 1661-1675, και «Towards a Second Stage of Indeterminism in Science», preprint, IBM Thomas J. Watson Researth Center, Yorktown Heights, New York. Τα άρθρα πάνω στις εφαρμογές των φράκταλ είναι πια πολύ συνηθισμένα και δε τα παραθέτουμε, αλλά δύο χρήσιμα παραδείγματα είναι τα Leonard M. Sander, «Fractal Growth Processes», *Nature* 322 (1986), σ. 789-793 και Richard Voss, «Random Fractal Forgeries: From Mountains to Music», στο *Science*

and Uncertainty, ed. Sara Nash (London, IBM United Kingdom, 1985).

120 ΣΤΟ ΜΑΥΡΟΠΊΝΑΚΑ ΤΟΥ ΓΗΡΑΙΌΤΕΡΟΥ ΣΥΝΑΔΈΛΦΟΥ: Houthakker, Mandelbrot.

122 ο ΝΟΜΠΕΛΊΣΤΑΣ ΒΑΣΣΙΛΙ ΛΕΟΝΤΙΕΦ: Αναφέρεται στο *Fractal Geometry,* σ. 423.

124 ΧΡΟΝΙΆ ΑΡΓΌΤΕΡΑ: Woods Hole Oceanographic Institute, Αύγουστος 1985.

125 ΓΕΝΝΗΘΗΚΕ ΣΤΗ ΒΑΡΣΟΒΊΑ: Mandelbrot.

126 οι ΜΠΟΥΡΜΠΑΚΙ: Mandelbrot, Richter. Για τους Μπουρμπακί, ακόμη και σήμερα, έχουν γραφτεί λίγα· μια εισαγωγή είναι το Paul R. Halmos, «Nicholas Bourbaki», *Scientific American* 196 (1957), σ. 88-89.

128 ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΆ ΠΡΈΠΕΙ ΝΑ ΣΤΈΚΟΝΤΑΙ: Smale.

128 το ΠΕΔΊΟ ΑΝΑΠΤΎΣΣΕΤΑΙ: Peitgen.

129 ΣΚΑΠΑΝΈΑ ΑΠΟ ΑΝΆΓΚΗ: «Second Stage», σ. 5.

130 Η ΠΕΡΙΓΡΑΦΉ ΤΟΥ ΈΚΑΝΕ: Mandelbrot- *Fractal Geometry,* σ. 74· J.M. Berger and Benoit Mandelbrot, «A New Model for the Clustering of Errors on Telephone Circuits», *IBM Journal of Research and Development* 7(1963), σ. 224-236.

133 ΤΟ ΦΑΙΝΌΜΕΝΟ ΤΟΥ ΙΩΣΗΦ: *Fractal Geometry,* σ. 248.

134 ΤΑ ΣΎΝΝΕΦΑ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΦΑΊΡΕΣ: *Στο ίδιο,* για παράδειγμα, σ. 1.

135 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΖΟΜΕΝΟΣ ΠΑΝΩ ΣΕ ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΡΑΛΙΩΝ: *Στο ίδιο,* σ. 27.

137 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΊΑ ΤΗΣ ΑΦΑΊΡΕΣΗΣ: *ΣΤΟ ίδιο,* σ. 17.

118 Η ΙΔΈΑ ΟΤΙ ΈΝΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΑΠΟΤΈΛΕΣΜΑ: *Στο ίδιο,* σ. 18.

139 ΈΝΑ ΧΕΙΜΩΝΙΑΤΙΚΟ ΑΠΟΓΕΥΜΑ: Mandelbrot.

141 ΤΟΝ ΠΥΡΓΟ ΤΟΥ ΑΪΦΦΕΛ: *Fractal Geometry,* σ, 131, και «On Fractal Geometry», σ. 1663.

142 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΠΡΟΕΡΧΟΝΤΑΝ ΑΠΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥΣ: F. Hausdorff and A. S. Besicovich.

144 ΥΠΉΡΧΕ ΜΙΑ ΜΕΓΆΛΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: Mandelbrot.

145 ΣΤΙΣ ΒΟΡΕΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΈΣ ΠΟΛΙΤΕΊΕΣ: Scholz· C.H. Scholz and C.A. Aviles, «The Fractal Geometry of Faults and Faulting», preprint, Lamont-Doherty Geophysical Observatory· C.H. Scholz, «Scaling Laws for Large Earthquakes», *Bulletin of the Seismological Society of America* 72 (1982), σ. 1-14.

146 ΜΑΝΙΦΈΣΤΟ ΚΑΙ ΣΥΛΛΟΓΉ: *Fractal Geometry,* σ. 24.

146 ΈΝΑ ΒΙΒΛΙΟ ΜΕ ΟΔΗΓΙΕΣ: Scholz.

149 ΕΙΝΑΙ ΈΝΑ ΜΟΝΑΔΙΚΟ ΜΟΝΤΈΛΟ: Scholz.

153 ΚΑΤΑ ΤΗ ΒΑΘΜΙΑΊΑ ΜΕΤΆΒΑΣΗ: William Bloom and Don W. Faw~cett, *A Textbook of Histology* (Philadelphia, W.B. Saunders, 1975).

153 ΜΕΡΙΚΟΊ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΊ ΒΙΟΛΌΓΟΙ: Μια παρουσίαση αυτών των ιδεών κάνει το Ary L. Goldberger, «Nonlinear Dynamics, Fractals, Cardiac Physiology, and Sudden Death», στο *Temporal Disorder in Human*

Oscillatory Systems, ed. L. Rensing, U. An der Heiden, M. Mackey (New York, Springer-Verlag, 1987).

153 το ΔΊΚΤΥΟ ΤΩΝ ΕΙΔΙΚΩΝ ΝΕΎΡΩΝ: Goldberger, West.

153 ΜΕΡΙΚΟΊ ΚΑΡΔΙΟΛΌΓΟΙ: Ary L. Goldberger, Valmic Bhargava, Bruce J. West and Arnold J. Mandell, «On a Mechanism of Cardiac Electical Stability: The Fractal Hypothesis», *Biophysics Journal* 48 (1985), σ. 525.

154 ΟΤΑΝ Η ΕΤΑΙΡΕΊΑ Ε. Ι. DUPONT: Barnaby J. Feder, «The Army May Have Matched the Goose», *The New York Times,* 30 Νοεμβρ. 1986, 4:16.

154 ΆΡΧΙΣΑ ΝΑ ΨΆΧΝΩ: Mandelbrot.

155 το ΌΝΟΜΑ ΤΟΥ ΜΠΉΚΕ: Ι. Bernard Cohen, *Revolution in Science* (Cambridge, Mass., Belknap, 1985), ο. 46.

156 ΑΣΦΑΛΏΣ ΕΊΝΑΙ ΛΊΓΟ ΜΕΓΑΛΟΜΑΝΉΣ: Mumford.

156 ΕΊΧΕ ΤΌΣΟ ΠΟΛΛΈΣ ΔΥΣΚΟΛΊΕΣ: Richter.

156 ΑΝ ΟΜΩΣ ΗΘΕΛΑΝ ΝΑ ΑΠΟΦΥΓΟΥΝ: Όπως ακριβώς και ο Mandelbrot, αργότερα, απέφευγε την καθιερωμένη αναγνώριση στον Mitchell Feigenbaum —στις αναφορές σε *αριθμούς Feigenbaum* και *παγκοσμιότητα Feigenbaum*— και στη θέση του, ανέφερε τον P.J. Myrberg, έναν μαθηματικό που είχε μελετήσει με αφανή τρόπο επαναλήψεις τετραγωνικών απεικονίσεων στις αρχές της δεκαετίας του 1960.

157 ο ΜΑΝΤΕΛΜΠΡΟΤ ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΊ ΝΑ ΚΑΤΕΊΧΕ: Richter.

157 οι ΚΑΝΌΝΕΣ ΑΥΤΟΊ ΕΠΗΡΕΑΖΑΝ: Mandelbrot.

159 ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΉ ΜΟΝΑΔΑ ΤΗΣ ΕΞΌΝ: Klafter.

160 ΚΑΠΟΙΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΌΣ; ΕΙΠΕ ΚΑΠΟΤΕ: Το διηγείται ο Huberman.

162 ΠΑΤΙ Η ΣΙΛΟΥΕΤΑ: «Freedom, Science, and Aesthetics», στο *Schonheit im Chaos, σ.* 35.

163 Η ΠΕΡΊΟΔΟΣ ΕΚΕΊΝΗ ΑΕΝ ΕΊΧΕ: John Fowles, *A Maggot* (Boston, Little, Brown, 1985), σ. 11.

164 ΝΑ ΕΥΧΑΡΙΣΤΉΣΟΥΜΕ ΤΟΥΣ ΑΣΤΡΟΝΌΜΟΥΣ: Robert H.G. Helleman, «Self-Generated Behavior in Nonlinear Mechanics», στο *Fundamental Problems in Statistical Mechanics* 5, ed. E.G.D. Cohen (Amsterdam: North-Holland, 1980), σ. 165.

164 ΑΛΛΑ οι ΦΥΣΙΚΟΊ ΗΘΕΛΑΝ ΝΑ ΞΕΡΟΥΝ: Ο Leo Kadanoff, για παράδειγμα, αναρωτήθηκε «Πού είναι η φυσική των φράκταλ;» στο Physics *Today,* Φεβρ. 1986, σ. 6' στη συνέχεια απάντησε στο ερώτημα με μια καινούρια «πολυ-φράκταλ» προσέγγιση στο *Physics Today,* Απρ. 1986, σ. 17, προκαλώντας μια τυπική και ενοχλημένη απάντηση του Mandelbrot, επίσης στο *Physics Today,* Σεπτ. 1986, σ. 11. Η θεωρία του Kadanoff, έγραψε ο Mandelbrot, «με γεμίζει με την περηφάνια του πατέρα που γρήγορα θα γίνει παππούς».

ΠΑΡΑΞΕΝΟΙ ΕΛΚΥΣΤΕΣ

166 ΌΛΟΙ οι ΜΕΓΆΛΟΙ ΦΥΣΙΚΟΊ: Ruelle, Henon, Rossler, Sinai, Feigenbaum, Mandelbrot, Ford, Kraichnan. Υπάρχουν πολλές δυνατότητες για όσους θέλουν να μελετήσουν στην ιστορικής της εξέλιξη την αντίληψη του στροβιλισμού βασισμένη στους παράξενους ελκυστές. Μια χρήσιμη εισαγωγή είναι το John Miles, «Strange Attractors in Fluid Dynamics», στο *Advances in Applied Mechanics* 24 (1984), σ. 189-214, Το πιο προσιτό άρθρο του Ruelle είναι το «Strange Attactors», *Mathematical Intelligencer 2* (1980), σ. 126-137· η καταλυτική του πρόταση βρισκόταν στο David Ruelle and Floris Takens, «On the Nature of Turbulence», *Communications in Mathematical Physics* 20 (1971), σ. 167-192· τα υπόλοιπα βασικά του άρθρα περιλαμβάνουν τα «Turbulent Dynamical Systems», *Proceedings of the International Congress of Mathematicians,* 16-24 Αυγ. 1983, Warsaw, σ. 271-286· «Five Turbulent Problems», *Physica* 7D (1983), σ. 40-44, και «The Lorenz Attractor and the Problem of Turbulence», στο *Lecture Notes in Mathematics No. 565* (Berlin, Springer-Verlag, 1976), σ. 146-158.

166 ΥΠΉΡΧΕ ΕΝΑ ΑΝΕΚΔΟΤΟ: Υπάρχουν πολλές εκδοχές του. Ο Orszag αναφέρει τέσσερα άλλα πρόσωπα αντί για τον Heisenberg —τους von Neumann, Lamb, Sommerfeld, von Karman— και προσθέτει: «Φαντάζομαι πως αν ο Θεός έδινε πράγματι μια απάντηση σ" αυτούς τους τέσσερις ανθρώπους θα ήταν διαφορετική στην κάθε περίπτωση».

169 Η ΘΈΩΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΜΟΙΟΓΕΝΈΙΑΣ: Ruelle· επίσης «Turbulent Dynamical Systems», σ. 281.

169 ΓΙΑ ΤΗ ΛΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΏΝ: L.D. Landau and E.M, Lifshitz, *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon, 1959).

172 ΑΥΤΌ ΈΙΝΑΙ ΑΛΉΘΕΙΑ: Swinney,

175 ΤΟ 1973 Ο ΣΟΥΙΝΝΕΎ: Swinney, Gollub.

176 ΉΤΑΝ ΠΟΛΥ ΑΠΛΉ ΚΑΤΑΣΚΕΥΉ: Dyson.

177 το ΔΙΑΒΆΣΑΜΕ ΑΥΤΌ: Swinney.

178 ΌΤΑΝ ΆΡΧΙΣΑΝ ΝΑ ΚΑΤΑΓΡΑΦΟΎΝ: Swinney, Gollub.

178 Η ΜΕΤΆΒΑΣΗ ΉΤΑΝ: Swinney.

178 το ΠΕΊΡΑΜΑ ΔΕΝ ΕΠΙΒΕΒΑΊΩΣΕ: J.P. Gollub and H.L. Swinney, «Onset of Turbulence in a Rotating Fluid», *Physical Review Leiprs* 35 (1975), σ. 927. Αυτά τα πρώτα πειράματα απλώς «άνοιξαν την πόρτα» σε μια εκτίμηση της σύνθετης χωρικής συμπεριφοράς που μπορούσε να παραχθεί από τη μεταβολή των λίγων παραμέτρων της ροής μεταξύ δύο περιστρεφόμενων κυλίνδρων. Τα επόμενα λίγα χρόνια αναγνωρίστηκαν πολύ συνθετότεροι σχηματισμοί, Μια περίληψη αποτελεί το C. David Andereck, S.S. Liu, and H^rry L. Swinney, «Flow Regimes in a Circular Couette System with Independently Rotating Cylinders», *Journal of Fluid Mechanics* 164 Π986), σ. 155-183.

178 ο ΝΤΑΒΙΝΤ ΡΟΥΕΛ: Ruelle.

180 ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΣΟΒΑΡΗ ΦΥΣΙΚΗ: Ruelle.

180 ΣΤΟ ΙΝΣΤΙΤΟΎΤΟ ΈΓΡΑΨΕ: «On the Nature of Turbulence».

181 ΑΚΟΜΑ ΠΟΙΚΙΛΛΟΥΝ: Γρήγορα ανακάλυψαν όχι μερικές από τις ιδέες τους είχαν ήδη εμφανιστεί στη ρώσικη μαθηματική φιλολογία· «από την άλλη, η μαθηματική ερμηνεία που δίνουμε στο στροβιλισμό φαίνεται να παραμένει δική μας ευθύνη!» έγραψαν. «Note Concerning Our Paper "On the Nature of Turbulence"», *Communications in Mathematical Physics* 23 (1971), σ. 343-344.

181 Η ΦΡΆΣΗ ΨΥΧΑΝΑΛΥΤΙΚΆ: Ruelle.

181 ΡΏΤΗΣΕΣ ΠΟΤΕ το ΘΕΟ: «Strange Attractors», σ. 131,

181 ο ΤΑΚΕΝΣ ΈΤΥΧΕ: Ruelle.

183 ΜΕΡΙΚΟΎ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΎ ΣΤΗΝ ΚΑΛΙΦΌΡΝΙΑ: Ralph H. Abraham and Christopher D. Shaw, *Dynamics: The Geometry of Behavior* (Santa Cruz, Aerial, 1984).

186 ΠΑΝΤΑ ΜΕ ΑΠΑΣΧΟΛΈΙ: Richard P, Feynman, *The Character of Physical Law* (Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1967), σ. 57.

186 Ο ΝΤΑΒΙΝΤ ΡΟΥΕΛ ΥΠΟΨΙΑΖΟΤΑΝ: Ruelle.

188 Η ΑΝΤΊΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΎ ΚΌΣΜΟΥ: «Turbulent Dynamical Systems», σ. 275.

188 ο ΕΝΤΟΥΑΡΝΤ ΛΟΡΕΝΤΖ: «Deterministic NonPeriodic Flow», σ. 137.

190 ΕΙΝΑΙ ΛΥΣΚΟΛΟ ΝΑ ΕΞΗΓΗΣΕΙΣ: *ΣτΟ ίδιο,* σ. 140.

190 ΕΠΙΣΚΈΦΘΗΚΕ ΜΙΑ ΦΟΡΑ: Ruelle.

191 ΜΙΑ ΔΙΚΗ ΣΟΥ ΕΝΝΟΙΑ: Ο Ueda παρουσιάζει τις πρώτες του ανακαλύψεις από τη σκοπιά των ηλεκτρικών κυκλωμάτων με το «Random Phenomena Resulting from Nonlinearity in the System Described by Duffing's Equation», στο *International Journal of Nonlinear Mechanics* 20 (1985), σ. 481-491, και δίνει σε ένα υστερόγραφο μια προσωπική περιγραφή των κινήτρων του και της ψυχρής αντίδρασης των συναδέλφων του. Επίσης, Stewart, ιδιαίτερη επικοινωνία.

191 ΕΝΑ ΛΟΥΚΆΝΙΚΟ ΜΕΣΑ: Rossler.

194 ο ΠΙΟ ΔΙΑΦΩΤΙΣΤΙΚΌΣ: Henon· ανέφερε την επινόηση του στο «A Two-Dimensional Mapping with a Strange Attractor», στο *Communications in Mathematical Physics* 50 (1976), σ. 69-77, και το Michel Henon and Yves Pomeau, «Two Strange Attractors with a Simple Structure», στο *Turbulence and the Navier-Stokes Equations,* ed. R. Teman (New York, Springer-Verlag, 1977).

195 ΈΝΑΙ το ΗΛΙΑΚΌ ΣΎΣΤΗΜΑ: Wisdom.

197 ΠΑ ΝΑ ΈΧΟΥΜΕ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ: Michel Hénon and Carl Heiles, «The Applicability of the Third Integral of Motion: Some Numerical Experiments», *Astronomical Journal* 69 (1964), σ. 73.

198 ΣΤΟ ΑΣΤΕΡΟΣΚΟΠΕΊΟ: Henon.

198 κι Era ΠΕΊΣΤΗΚΑ; Henon.

198 ΕΜΦΑΝΙΖΕΤΑΙ Η ΕΚΠΛΗΞΗ: «The Applicability», σ. 76

200 ΑΛΛΑ Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ: *Στο ίδίΟ,* σ. 79,

200 ΑΠΟ ΈΝΑΝ ΕΠΙΣΚΈΠΤΗ ΦΥΣΙΚΌ: Yves Pomeau.

200 οι ΑΣΤΡΟΝΌΜΟΙ ΦΟΒΟΎΝΤΑΙ: Hénon.

204 ΆΛΛΟΙ ΣΥΓΚΈΝΤΡΩΝΑΝ ΕΚΑΤΟΜΜΎΡΙΑ: Ramsey.

205 ΔΈΝ ΜΊΛΗΣΑ ΓΙΑ: «Strange Attractors», σ. 137.

ΠΑΓΚΟΣΜΙΌΤΗΤΑ

208 ΜΠΟΡΕΙΣ ΝΑ ΠΡΟΣΗΛΏΣΕΙΣ: Feigennbaum. Τα κρίσιμα άρθρα του Feigenbaum για την παγκοσμιότητα είναι το «Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations», *Journal of Statistical Physics* 19 (1978), σ. 25-52, και το «The Universal Metric Properties of Nonlinear Transformations», *Journal of Statistical Physics* 21 (1979), σ. 669-706" μια κάπως πιο προσιτή παρουσίαση, παρόλο που χρειάζεται ακόμα μερικά μαθηματικά, είναι το άρθρο του «Universal Behavior in Nonlinear Systems», *Los Alamos Science* 1 (1981), σ. 4-27. Επίσης στηρίχτηκα στις αδημοσίευτες αναμνήσεις του, «The Discovery of Universality in Period Doubling».

208 ΟΤΑΝ ο ΦΑΪΓΚΕΝΜΠΑΟΥΜ: Feingenbaum, Carruthers, Cvitanovic, Campbell, Farmer, Visscher, Kerr, Hasslacher, Jen.

214 ΑΝ ΈΙΧΑΤΕ ΟΡΊΣΕΙ: Carruthers.

210 ΤΟ ΜΥΣΤΉΡΙΟ ΤΟΥ ΣΎΜΠΑΝΤΟΣ: Feigenbaum.

211 ΚΑΤΆ ΚΑΙΡΟΎΣ: Carruthers.

212 ΣΥΜΦΩΝΆ ΜΕ ΤΟΝ ΚΑΝΤΑΝΟΦ: Kadanoff.

215 Η ΆΕΝΑΗ ΚΊΝΗΣΗ: Gustav Mahler, γράμμα στον Max Marschalk.

216 ΜΕ ΜΙΚΡΕΣ ΠΑΡΕΚΚΛΊΣΕΙΣ: ΤΟ *Zur Farbenlehre* του Γκαίτε υπάρχει τώρα σε αρκετές εκδόσεις. Βασίστηκα στο όμορφα εικονογραφημένο *Goethe's Color Theory,* ed. Rupprecht Matthaei, trans. Herb Aach (New York, Van Nostrand Reinhold, 1970)" πιο προσιτό είναι το *Theory of Colors* (Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1970), με μια εξαιρετική εισαγωγή από τον Deane B. Judd.

221 Η ΦΑΙΝΟΜΕΝΙΚΑ ΑΘΩΑ ΕΞΙΣΩΣΗ: Σε ένα σημείο, οι Ulam και von Neumann χρησιμοποίησαν τις χαοτικές της ιδιότητες ως λύση στο πρόβλημα της γέννησης τυχαίων αριθμών με έναν ψηφιακό υπολογιστή.

221 ΠΑ ΤΟΝ ΜΕΤΡΟΠΟΛΚ: Αυτό το άρθρο —ο μοναδικός δρόμος από τους Stanislaw Ulam και John von Neumann στους James Yorke και Mitchell Feigenbaum— είναι το «On Finite Limit Sets for Transformations on the Unit Interval», *Journal of Combinatorial Theory* 15 (1973), σ. 25-44.

221 ΥΠΆΡΧΕΙ ΚΛΊΜΑ;: «The Problem of Deducing the Climate from the Governing Equations» *Tellus* 16 (1964), σ, 1-11.

224 ΚΛΊΜΑ ΤΗΣ ΛΕΥΚΉΣ ΓΗΣ: Manabe.

225 ΔΕΝ ΉΞΕΡΕ ΤΙΠΟΤΆ ΠΑ ΤΟΝ ΛΟΡΕΝΤΖ: Feigenbaum.

227 ΕΜΦΑΝΙΖΟΝΤΑΙ ΟΙ ΙΔΙΟΙ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ: «On Finite Limit Sets», σ. 30-31.0 κρίσιμος υπαινιγμός: «Το γεγονός ότι αυτές οι μορφές... είναι

κοινή ιδιότητα τεσσάρων κατά τα φαινόμενα μη σχετιζόμενων μετασχηματισμών... υποδηλώνει ότι η ακολουθία μορφών είναι γενική ιδιότητα μιας πλατιάς κατηγορίας απεικονίσεων. Για το λόγο αυτόν έχουμε αποκαλέσει αυτή την ακολουθία μορφών ακολουθία U όπου το "U" σημαίνει (με κάποια υπερβολή) παγκόσμια (universal)». Αλλά οι μαθηματικοί ουδέποτε φαντάστηκαν ότι η παγκοσμιότητα θα εκτεινόταν στους αληθινούς αριθμούς· έφτιαξαν έναν πίνακα από 84 διαφορετικές τιμές παραμέτρων, καθεμιά μέχρι το έβδομο δεκαδικό ψηφίο, χωρίς να παρατηρήσουν τις γεωμετρικές σχέσεις που κρύβονταν εκεί.

230 ΟΛΗ Η ΠΑΡΆΔΟΣΗ: Feigenbaum.

235 οι ΦΊΛΟΙ ΤΟΥ ΈΛΕΓΑΝ: Cvitanovic.

236 ΞΑΦΝΙΚΆ ΜΠΟΡΟΎΣΕΣ: Ford.

236 ΓΟΗΤΡΟ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑ: MacArthur fellowship και το Βραβείο Wolf του 1986 στη φυσική.

239 Η «ΦΑΪΓΚΕΝΜΠΑΟΥΜΟΛΟΠΑ»: Dyson.

240 ΉΤΑΝ ΜΙΑ ΠΟΛΥ ΕΥΧΆΡΙΣΤΗ: Gilmore.

240 ΑΛΛΑ ΣΤΟ ΜΕΤΑΞΥ: Cvitanovio.

240 ΤΟΥ ΟΣΚΑΡ ΛΑΝΤΦΟΡΝΤ: Ακόμη και τότε, η απόδειξη ήταν ανορθόδοξη επειδή στηριζόταν σε τεράστιες ποσότητες αριθμητικών υπολογισμών και δεν μπορούσε να πραγματοποιηθεί ή να ελεγχθεί χωρίς τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Lanford' Oscar E. Lanford, «A Computer-Assisted Proof of the Feigenbaum Conjectures», *Bulletin of the American Mathematical Society 6* (1982), σ. 427· επίσης, P. Collet, J.-P. Eckmann, and O.E. Lanford, «Universal Properties of Maps on an Interval», *Communications in Mathematical PhysicsU* (1980), σ. 211.

240 ΚΥΡΙΕ, ΕΝΝΟΕΙΤΕ ΟΤΙ: Feigenbaum· «The Discovery of Universality», σ. 17.

241 το ΚΑΛΟΚΑΊΡΙ ΤΟΥ 1977: Ford, Feigenbaum, Lebowitz.

241 ο ΜΙΤΣΕΛ ΕΙΧΕ ΔΕΙ: Ford-

242 ΚΆΤΙ ΔΡΑΜΑΤΙΚΌ ΣΥΝΈΒΗ: Feigenbaum.

ο ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΣΤΉΣ

248 ο ΑΛΜΠΕΡ ΓΕΡΝΆΕΙ: Ltbchaber, Kadanoff.

248 ΚΑΤΆΦΕΡΕ ΝΑ ΕΠΙΖΗΣΕΙ: Libchaber,

249 ΉΛΙΟ ΜΈΣΑ ΣΕ ΜΙΚΡΌ ΚΟΥΤΙ: Albert Libchaber, «Experimental Study of Hydrodynamic Instabilities. Rayleigh-Bernard Experiment: Helium in a Small Box», στο *Nonlinear Phenomena at Phase Transitions and Instabilities,* ed. T, Riste (New York, Plenum, 1982), σ. 259.

250 το ΕΡΓΑΣΤΉΡΙΟ ΈΠΙΑΝΕ: Libchaber, Feigenbaum.

253 Η ΕΠΙΣΤΉΜΗ ΑΝΑΠΤΎΧΘΗΚΕ: Libchaber,

253 ΞΈΡΕΤΕ ΟΤΙ ΈΤΣΙ ΈΙΝΑΙ: Libchaber,

254 το ΚΥΜΑΤΙΣΤΌ ΠΟΤΑΜΙ: Wallace Stevens, «This Solitude of Cataracts», *The Palm at the End of the Mind,* ed. Holly Stevens (New York, Vintage, 1972), σ. 321.

255 ΜΗ ΣΤΕΡΕΌ ΚΥΜΑΤΙΣΜΌ ΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΎ: «Reality Is an Activity of the Most August Imagination», στο *ίδιο,* σ. 396.

256 ΔΙΑΜΟΡΦΏΝΕΙ ΤΙΣ ΟΧΘΕΣ ΤΟΥ: Theodor Schwenk, *Sensitive Chaos* (New York, Schocken, 1976), σ. 19.

256 Η ΑΡΧΕΤΥΠΙΚΗ ΑΡΧΗ ΤΟΥ: *Στο ίδιο.*

256 ΑΥΤΗ Η ΕΙΚΟΝΑ ΤΩΝ ΠΛΕΞΟΥΔΩΝ: *ΣτΟ ίδιο, Ο.* 16.

257 οι ΑΝΙΣΌΤΗΤΕΣ ΜΠΟΡΟΎΣΑΝ: *Στο ίδιο,* σ. 39.

257 ΜΠΟΡΕΊ ΌΛΟΙ οι ΝΟΜΟΊ: D' Arcy Wentworth Thompson, *On Growth and Form,* J.T. Bonner, ed. (Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1961), σ. 8.

258 ΠΕΡΑ ΑΠΟ ΚΑΘΕ ΣΥΓΚΡΙΣΗ: *Στο ίδιο,* σ. νίϋ.

258 ΛΊΓΟΙ ΉΤΑΝ ΑΥΤΟΊ: Stephen Jay Gould, *Hen's Teeth and Horse's Toes* (New York, Norton, 1983), σ. 369.

262 ΤΟΥΣ ΡΥΘΜΟΎΣ ΤΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ: *On Growth and Form,* σ. 267.

262 ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΕ ΟΡΟΥΣ ΔΥΝΑΜΗΣ: *Στο ίδιο,* σ, 114.

264 το ΣΎΣΤΗΜΑ ΗΤΑΝ ΤΌΣΟ ΕΥΑΙΣΘΗΤΟ: Campbell.

265 ΗΤΑΝ ΚΛΑΣΙΚΉ ΦΥΣΙΚΉ: Libchaber.

266 ΤΩΡΑ ΟΜΩΣ ΕΜΦΑΝΙΖΌΤΑΝ: Libchaber και Maurer, 1980 και 1981. Επίσης η εισαγωγή του Cvitanovic δίνει μια διαυγή περίληψη.

267 ΔΕΝ ΚΑΤΑΛΑΒΑΊΝΕ ΚΑΝΕΝΑΣ: Hohenberg.

270 ΣΤΈΚΟΝΤΑΝ ΚΑΙ ΟΙ ΔΥΟ ΑΝΆΜΕΣΑ: Feigenbaum, Libchaber.

270 ΑΥΤΟ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΤΟ ΘΕΩΡΗΣΕΤΕ: Gollub.

270 ΤΕΡΑΣΤΊΑ ΠΟΙΚΙΛΊΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΏΝ ΣΥΣΤΗΜΆΤΩΝ: Η φιλολογία είναι εξίσου εκτενής. Μια περίληψη των πρώτων συνδυασμών θεωρίας και πειράματος σε ποικιλία συστημάτων είναι το Harry L. Swinney, «Observations of Order and Chaos in Nonlinear Systems», *Physica* 7D (1983), σ. 3-15' ο Swinney παρουσιάζει έναν κατάλογο αναφορών που διαιρούνται σε κατηγορίες, από ηλεκτρονικούς και χημικούς ταλαντωτές μέχρι πιο δυσνόητα είδη πειραμάτων.

270 ΑΚΌΜΑ ΠΙΟ ΠΕΙΣΤΙΚΌ: Valter Franceschini and Claudio Tebaldi, «Sequences of Infinite Bifurcations and Turbulence in an Five-Mode Truncation of the Navier-Stokes Equations», *Journal of Statistical Physics* 21 (1979), σ. 707-726.

271 ΤΟ 1980, ΜΙΑ ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΟΜΑΔΑ: P, Collet, J.P. Eckmann, and H. Koch, «Period Doubling Bifurcations for Families of Maps on R^n», *Journal of Statistical Physics* 25 (1981), σ. 1.

272 ΈΝΑΣ ΦΥΣΙΚΌΣ ΘΑ ΜΕ ΡΩΤΟΎΣΕ: Libchaber.

ΕΙΚΟΝΕΣ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ

276 Ο ΜΑΪΚΕΛ ΜΠΑΡΝΣΛΕΫ ΓΝΩΡΙΣΕ: Barnsley.

278 ο ΡΟΥΕΛ ΜΟΥ το ΠΕΤΑΞΕ: Barnsley.

278 Ο ΤΖΟΝ ΧΑΜΠΑΡ'ΩΝΤ, ΕΝΑΣ ΑΜΕΡΙΚΑΝΌΣ: Hubbard' επίσης Adrien Douady, «Julia SSets and the Mandelbrot Set», στις σ. 161-173. Το κύριο κείμενο τοου *The Beauty of Fractals* δίνει επίσης μια μαθηματική περίληψη ττης μεθόδου του Νεύτωνα.

279 ΤΩΡΑ ΒΕΒΑΊΙΑ, ΠΑ» ΕΕΊΣΩΣΕΕΊΣ: «Julia Sets and the Mandelbrot Set», σ. 170.

279 ΘΕΩΡΟΎΣΕ ΑΚΟΜΜ ΟΤΙ: Hubbard.

281 ΠΟΤΈ ΔΕ ΣΧΗΜΑΤΠΖΟΤΑΝ ΣΑΦΈΣ ΣΎΝΟΡΟ: Hubbard· *The Beauty of Fractals'* Peter HI. Richter and Heinz-Otto Peitgen, «Morphology of Complex Boundaaries», *Bunsen-Gesellschaft fur Physikalische Chemie* 89 (1985), σ. 575-588.

283 ΤΟ ΣΎΝΟΛΟ ΜΑΝΤΓΕΛΜΠΡΟΤ: Μια καλογραμμένη εισαγωγή, με οδηγίες για να γρά\μμεΐε μόνος σας ένα πρόγραμμα μικροϋπολογιστή, είναι το A,K. Deewdney, «Computer Recreations», *Scientific American* (August 198S), σ. 16-32, Οι Peitgen και Richter στο *The Beauty of Fractals* παροουσιάζουν λεπτομερώς τα μαθηματικά, καθώς επίσης και μερικές από τις πιο θεαματικές εικόνες που υπάρχουν.

283 ΤΟ ΠΙΟ ΠΟΛΥΠΛΟΟΙΚΟ ΠΡΑΓΜΑ: Hubbard, για παράδειγμα.

284 ΜΠΟΡΕΙΣ ΝΑ ΠΆΡΕΙΣ ΜΙΑ ΑΠΊΣΤΕΥΤΗ ΠΟΙΚΙΛΊΑ: «Julia Sets and the Mandelbrot Set»,. σ· 161.

284 το 1979 ο ΜΑΝΤΕΛΜΠΡΟΤ: Mandelbrot, Laff, Hubbard. Μια αφήγηση του Mandelbrot σε πρώτο πρόσωπο είναι το «Fractals and the Rebirth of Iterationi Theory», στο *The Beauty of Fractals,* σ. 151-160.

286 ΚΑΘΩΣ ΠΡΟΣΠΑθβοΥΣΕ ΝΑ ΚΆΝΕΙ: Mandelbrot, The *Beauty of Fractals.*

292 ο ΜΑΝΤΕΛΜΠΟΡΟΤ ΆΡΧΙΣΕ ΝΑ ΑΝΗΣΥΧΈΙ: Mandelbrot.

292 ΔΕΝ ΥΠΆΡΧΟΥΝ ε* ΑΥΤΗ: Hubbard.

293 ΤΑ ΠΆΝΤΑ ΉΤΑΝ ΚΑΘΑΡΆ: Peitgen.

294 ΣΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΉΜΙΟ ΚΟΡΝΕΛ α ΤΖΟΝ: Hubbard.

294 ο ΡΊΧΤΕΡ ΈΙΧΕ ΠΕΡΆΣΕΙ ΣΤΗ ΜΕΛΈΤΗ: Richter.

295 ΣΕ ΜΙΑ ΚΑΙΝΟΥΡΙΑ ΠΕΡΙΟΧΗ: Peitgen.

296 Η ΑΥΣΤΗΡΌΤΗΤΑ ΈΙΝΑΙ Η ΔΥΝΑΜΗ: Peitgen.

299 Η ΜΕΛΈΤΗ ΤΩΝ Ï»ΡΛΚΤΡΑΛ ΣΥΝΌΡΩΝ: Yorke· μια καλή εισαγωγή, για όποιον τον ενδιαφέρουν οι τεχνικές λεπτομέρειες, είναι το Steven W. MacDonald, Celso Grebogi, Edward Ott, and James A. Yorke, «Fractal Basin Boundaries», *Physica 17Ο (1985),* σ. 125-183.

299 ΠΡΟΤΕΊΝΕ ΕΝΑ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΌ ΠΑΙΧΝΊΔΙ: Yorke.

301 ΚΑΝΈΝΑΣ ΔΕΝ ΜΤίοΡΕί ΝΑ ΠΕΙ: Yorke, παρατηρήσεις στο Συνέδριο για τις Προοπτικές στη βιολογική Δυναμική και τη θεωρητική Ιατρική, Εθνικά Ινστιτούτα Υγείας, Bethesda, Μέρυλαντ, 10 Απριλίου 1986,

302 ΠΕΡΙΣΣΌΤΕΡΑ ΑΠΟ ΤΑ ΤΡΊΑ ΤΕΤΑΡΤΑ: Yorke.

302 Η ΓΡΑΜΜΉ ΑΝΑΜΕ2Α ΣΤΗΝ ΗΡΕΜΊΑ: Επίσης, σε ένα κείμενο που έχει ως στόχο να εισαγάγει το χάος στο πεδίο των μηχανικών, οι H. Bruce Stewart και J.M Thompson προειδοποιούν: «βυθισμένος σε

μια λανθασμένη αίσθηση ασφάλειας που οφείλεται στην οικειότητα του με τη *μοναδική* απόκριση ενός γραμμικού συστήματος, ο πολυάσχολος αναλυτής ή πειραματιστής αναφωνεί «Εύρηκα, να η λύση!», όταν μια προσομοίωση καταλήγει σε μια ισορροπία σταθερού κύκλου, χωρίς να καθίσει να ερευνήσει υπομονετικά το αποτέλεσμα με διαφορετικές αρχικές συνθήκες. Για να αποφεύγουν πιθανά επικίνδυνα λάθη και καταστροφές, οι βιομηχανικοί σχεδιαστές πρέπει να προετοιμάζονται ώστε να αφιερώνουν μεγαλύτερο μέρος της προσπάθειας τους στην εξερεύνηση όλων των ενδεχόμενων δυναμικών αποκρίσεων των συστημάτων τους»[1] *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Chichester, Wiley, 1986), σ. xiii.

303 ΙΣΩΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΠΙΣΤΕΨΟΥΜΕ: *The Beauty of Fractals,* σ. 136.

303 ΟΤΑΝ ΕΓΡΑΦΕ ΠΑ ΤΗΝ ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΟΥ: π.χ., «Iterated Function Systems and the Global Construction of Fractals», *Proceedings of the Royal Society of London* A 399 (1985), σ. 243-275,

305 ΑΝ Η ΕΙΚΌΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΗ: Barnsley.

306 ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΤΙΠΟΤΑ ΤΥΧΑΙΟ: Hubbard.

307 ΤΟ ΤΥΧΑΙΟ ΈΙΝΑΙ ΜΙΑ ΕΚΤΡΟΠΗ: Barnsley.

Η ΚΟΛΕΚΤΙΒΑ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

310 Η ΣΑΝΤΑ ΚΡΟΥΖ: Farmer, Shaw, Crutchfield, Packard, Burke, Nauenberg, Abrahams, Guckenheimer. Η βασική εργασία του Robert Shaw, όπου εφαρμόζει τη θεωρία πληροφοριών στο χάος, είναι η *The Dripping Faucet as a Model Chaotic System* (Santa Cruz: Aerial, 1984), μαζί με την «Strange Attractors, Chaotic Behavior and Information Theory», *Zeitschrift fur Naturforschung* 36a (1981), σ. 80. Μια αφήγηση των περιπετειών που είχαν με τη ρουλέτα μερικοί από τους σπουδαστές της Santa Cruz, η οποία μας δίνει σε μεγάλο βαθμό και το χρώμα εκείνων των ετών, είναι το Thomas Bass, *The Eudemonic Pie* (Boston, Houghton Mifflin, 1985).

311 ΔΕΝ ΗΞΕΡΕ ΠΑΤΙ ΗΡΘΕ: Shaw.

312 Ο ΟΥΙΛΛΙΑΜ ΜΠΕΡΚ: Burke, Spiegel.

312 ΣΤΙΣ ΚΟΣΜΙΚΈΣ ΑΡΡΥΘΜΊΕΣ: Edward A. Spiegel, «Cosmic Arrhythmias», στο *Chass in Astrophysics,* J.R. Buchler et al., eds. (New York: D. Reidel, 1985), σ. 91-135.

313 ΤΑ ΑΡΧΙΚΆ ΣΧΕΔΊΑ ΓΙΑ ΤΗ ΣΑΝΤΑ ΚΡΟΥΖ: Farmer, Crutchfield.

313 ΔΗΜΙΟΥΡΓΏΝΤΑΣ ΔΙΑΦΟΡΟΥΣ ΣΥΝΔΙΑΣΜΟΥΣ: Shaw, Crutchfild, Burke.

314 ΛΙΓΆ ΛΕΠΤΆ ΑΡΓΌΤΕΡΑ: Shaw.

315 το ΜΟΝΟ ΠΟΥ ΕΧΕΤΕ ΝΑ ΚΑΝΕΤΕ: Abraham.

316 ο ΝΤΟΫΝ ΦΑΡΜΕΡ: Ο Farmer είναι ο πρωταγωνιστής και ο Packard ένα δευτερεύον πρόσωπο στο *The Eudemonic Pie,* την ιστορία του ζητήματος της ρουλέτας, που γράφτηκε από ένα πρώην μέλος της ομάδας.

Ή 7 Η ΦΥΣΙΚΉ ΣΤΗ ΣΑΝΤΑ ΚΡΟΥΖ: Burke, Farmer, Crutchfield.

318 Ο ΣΟΟΥ Ε'ΙΧΕ ΜΕΓΑΛΏΣΕΙ: Shaw.

321 ο ΦΟΡΝΤ Ε'ΙΧΕ ΗΔΗ ΑΠΟΦΑΣΊΣΕΙ: Ford.

321 Η ΟΜΑΔΑ ΣΥΝΕΙΔΗΤΟΠΟΊΗΣΕ ΟΤΊ: Shaw, Fanner.

324 ΩΣ ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ: Το κλασικό κείμενο, που διαβάζεται ακόμη πολύ άνετα, είναι το Claude E. Shannon and Warren Weaver, *The Mathematical Theory of Communication* (Urbana, University of Illinois, 1963), με μια χρήσιμη εισαγωγή του Weaver.

327 Ό'ΤΑΝ ΣΥΝΑΝΤΆ ΚΑΝΈΊΣ: *Στο ίδιο, σ. 13.*

328 ΜΙΑ Μ'ΕΡΑ, ο ΝΟΡΜΑΝ ΠΑΚΑΡΝΤ: Packard.

329 το ΔΕΚΕΜΒΡΙΟ ΤΟΥ 1977: Shaw.

329 Ό'ΤΑΝ ο ΛΟΡΕΝΖ ΜΠΗΚΕ ΣΤΗΝ Α'ΙΘΟΥΣΆ: Shaw, Farmer.

329 ΤΑΧΥΔΡΌΜΗΣΕ ΤΕΛΙΚΆ το ΑΡΘΡΟ ΤΟΥ: «Strange Attractors, Chaotic Behavior, and Information Flow».

332 Ο Α.Ν. ΚΟΛΜΟΓΚΟΡΟΦ ΚΑΙ: Sinai, ιδιαίτερη επικοινωνία.

332 ΣΤΟ ΑΠΟΚΟΡΎΦΩΜΑ ΤΗΣ: Packard.

333 ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙΣ ΝΑ ΤΟ ΚΑΤΑΛΑΒΕΙΣ: Shaw.

334 ΚΑΜΊΑ ΑΠΓ' ΑΥΤΕΣ ΤΙΣ ΙΔΙΌΤΗΤΕΣ: Farmer· μια προσέγγιση του ανοσοποιητικού συστήματος βασισμένη στα δυναμικά συστήματα, που δίνει ένα μοντέλο της ικανότητας του ανθρώπινου σώματος να «θυμάται» και να αναγνωρίζει μορφές δημιουργικά, σκιαγραφείται στο J. Doyne Farmer, Norman H, Packard, and Alan S. Perelson, «The Immune System, Adaptation, and Machine Learning», preprint, Los Alamos Natianal Laboratory, 1986.

334 ΜΙΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΉ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ: *The dripping Faucet,* σ. 4.

335 Ένας ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΌΣ ΠΟΥ ΑΠΑΙΤΌΥΣΕ: *Στο ίδιο.*

336 ΜΙΑ ΨΕΥΤΟΔΙΑΛΕΞΗ: Crutchfield.

337 ΑΠΟΔΕΙΧΝΕΤΑΙ ΟΤΙ ΠΡΟΚΕΙΤΑΙ: Shaw.

338 ΟΤΑΝ ΣΚΈΦΤΕΣΑΙ ΜΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ: Farmer.

339 ΜΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΉ ΘΕΜΕΛΊΩΣΗ ΓΓ ΑΥΤΗ: Αυτές οι μέθοδοι, που έγιναν βασικό στήριγμα της πειραματικής τεχνικής σε πολλά δαφορετικά πεδία, τελειοποιήθηκαν και επεκτάθηκαν πολύ από τους ερευνητές της Santa Cruz και άλλους πειραματικούς και θεωρητικούς. Μια από τις κύριες προτάσεις της Santa Cruz ήταν η Norman H. Packard, James P. Crutchfield, J. Doyne Farmer, and Robert S. Shaw, «Qeometry from a Time Series», *Physical Review Letters* 47 (1980), σ. 712. Το πιο σημαντικό άρθρο του Floris Takens για το αντικείμενο αυτό ήταν το «Detecting Strange Attractors in Turbulence», στο *Lecture Notes in Mathematics* 898, D.A. Rand and L.S. Young, eds. (Berlin, Springer-Verlag, 1981), σ. 336. Μια παλιά αλλά αρκετά πλατιά παρουσίαση των τεχνικών επανακατασκευής εικόνων του χώρου φάσεων είναι το Harold Froehling, James P. Crutchfield, J. Doyne Farmer, Norman H. Packard, and Robert S. Shaw, «On Determining the Dimension of Chaotic Flows», *Physica* 3D (1981), σ. 605-617.

339 ΘΈ ΜΟΥ, ΣΥΝΕΧΊΖΟΥΜΕ: Crutchfield.

339 ΜΕΡΙΚΟΊ ΚΑΘΗΓΗΤΈΣ ΑΡΝΗΘΗΚΑΝ: π.χ. Nauenberg.

339 ΔΕΝ ΕΙΧΑΜΕ ΣΥΜΒΟΥΛΟΥΣ: Shaw.

340 ΠΕΡΙΣΣΌΤΕΡΟ ΓΙΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΆ ΣΥΣΤΉΜΑΤΑ: Όχι πως η κολεκτίβα αγνοούσε εντελώς τις απεικονίσεις. Ο Crutchfield, εμπνεόμενος από τη δουλειά του May, ξόδεψε τόσο πολύ χρόνο το 1978 κάνοντας διαγράμματα διακλαδώσεων, που τον απέκλεισαν από τον σχεδιογράφο του υπολογιστικού κέντρου. Είχε καταστρέψει πάρα πολλές γραφίδες για να σχεδιάσει τις χιλιάδες τελείες.

340 ο ΛΑΝΤΦΟΡΝΤ ΤΟΝ ΑΚΟΎΣΕ: Farmer.

341 ΗΤΑΝ ΑΦΕΛΕΙΑ ΜΟΥ: Farmer.

342 ΤΑ ΟΠΤΙΚΟΑΚΟΥΣΤΙΚΆ ΜΈΣΑ: Shaw.

343 ΜΙΑ ΜΈΡΑ ΤΗΛΕΦΏΝΗΣΕ: Crutchfield, Huberman.

343 ΗΤΑΝ ΠΟΛΥ ΑΚΑΤΆΣΤΑΤΟ: Huberman.

343 ΉΤΑΝ το ΠΡΏΤΟ ΠΟΥ ΔΗΜΟΣΙΕΎΤΗΚΕ: Bernardo A. Huberman and James P. Crutchfield, «Chaotic States of Anharmonic Systems in Periodic Fields, *Physical Review Letters* 43 (1979), σ. 1743.

344 ο ΦΑΡΜΕΡ ΘΎΜΩΣΕ: Crutchfield.

344 οι ΚΛΙΜΑΤΟΛΟΓΟΙ ΘΑ ΔΙΑΦΩΝΟΎΣΑΝ: Αυτή είναι μια διαμάχη που συνεχίζεται στο περιοδικό *Nature,* για παράδειγμα.

344 οι ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΌΓΟΙ ΑΝΑΛΎΟΝΤΑΣ: Ramsey.

344 Η ΦΡΑΚΤΑΛ ΔΙΆΣΤΑΣΗ: J. Doyne Farmer, Edward Ott, and James A. Yorke, «The Dimension of Chaotic Attractors», *Physica* 7D (1983), σ. 153-180.

344 ΤΟ ΠΡΏΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΤΗΣ ΑΝΑΓΚΑΙΑΣ ΓΝΏΣΗΣ: *Στο (SlO,* σ. 154.

ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΙ ΡΥΘΜΟΙ

348 Ο ΜΠΕΡΝΑΡΝΤΟ ΧΟΥΜΠΕΡΜΑΝ: Huberman, Mandell (συνεντεύξεις και παρατηρήσεις στο Συνέδριο για τις προοπτικές στη Βιολογική Δυναμική και τη Θεωρητική Ιατρική, Bethesda, Μέρυλαντ, 11 Απριλίου 1986). Επίσης, Bernardo A. Huberman, «A Model for Dysfunctions in Smooth Pursuit Eye Movement,» preprint, Xerox Palo Alto Research Center, Palo Alto, California.

353 ΤΡΊΑ ΠΡΆΓΜΑΤΑ ΣΥΜΒΑΊΝΟΥΝ: Abraham. Η βασική εισαγωγή στην υπόθεση της Γαίας —μιας ευφάνταστης δυναμικής αντίληψης του πώς αυτορρυθμίζονται τα σύνθετα συστήματα της Γης, αντίληψη που υπονομεύεται κάπως από τον εσκεμμένο της ανθρωποκεντρισμό— είναι το J.E. Lovelock, *Gaia: A New Look at Life on Earth* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1979).

354 ΟΙ ΕΡΕΥΝΗΤΕΣ ΟΛΟ ΚΑΙ ΠΙΟ ΠΟΛΥ: Μια κάπως αυθαίρετη επιλογή αναφορών σε ζητήματα φυσιολογίας (καθεμία με χρήσιμες παραπομπές): Ary L. Goldberger, Valmik Bhargava, and Bruce J. West, «Nonlinear Dynamics of the Heartbeat», *Physica* 17D (1985), σ. 207-214. Michael C. Mackay and Leon Glass, «Oscillation and Chaos in Physiological Control Systems», *Science* 197 (1977), σ. 287. Mitchell

Lewis and DC. Rees, «Fractal Surfaces of Proteins», *Science* 230 (1985), σ. 1163-H65. Ary L, Goldberger, et al., «Nonlinear Dynamics in Heart Failure: Implications of Long-Wavelength Cardiopulmonary Osciallations», *American Heart Journal* 107 (1984), σ. 612-615. Teresa Ree Chay and John Rinzel, «Bursting, Beating, and Chaos in an Excitable Membrane Model», *Biophysical Journal 47 (1985), σ. 357-366.* Μια ιδιαίτερα χρήσιμη συλλογή άλλων τέτοιων άρθρων, που καλύπτει πλατιά περιοχή, είναι το *Chaos,* Arun V. Holden, ed. (Manchester: Manchester Univ. Press, 1986).

355 ΕΝΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΎΣΤΗΜΑ ΖΩΠΙΚΟΥ: Ruelle, «Strange Attractors», σ. 48.

356 το ΠΡΌΒΛΗΜΑ ΑΥΤΟ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΊΖΕΤΑΙ: Glass.

356 ΒΡΙΣΚΌΜΑΣΤΕ ΜΠΡΟΣΤΆ: Goldberger.

358 ΑΠΟ ΤΟ ΙΝΣΤΙΤΟΎΤΟ ΚΟΥΡΑΝΤ: Peskin. David M. McQueen and Charles S. Peskin, «Computer-Assisted Design of Pivoting Disc Prosthetic Mitral Valves», *Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery* 86 (1983), σ. 126-135.

359 ΈΝΑΣ ΆΡΡΩΣΤΟΣ ΜΕ ΦΑΙΝΟΜΕΝΙΚΆ: Cohen.

360 το ΖΉΤΗΜΑ ΤΟΥ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΎ: Winfree.

361 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΊΗΣΕ ΠΟΛΥ ΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ: Ο Winfree αναπτύσσει την αντίληψη του για το γεωμετρικό χρόνο σε βιολογικά συστήματα στο προκλητικό και όμορφο βιβλίο *When Time Breaks Down: The Three-Dimensional Dynamics of Electrochemical* Waves *and Cardiac Arrhythmias* (Princeton· Princeton Univ. Press, 1987)· ένα άρθρο για τις εφαρμογές στους καρδιακούς ρυθμούς είναι το Arthur T. Winfree, «Sudden Cardiac Death: A Problem in Topology», *Scientific American* 248 (May 1983), σ. 144.

361 το ΚΕΦΆΛΙ ΜΟΥ ΗΤΑΝ ΓΕΜΑΤΟ: Winfree.

362 ΠΛΗΣΙΆΣΤΕ ΕΝΑ ΚΟΥΝΟΎΠΙ: Winfree.

364 ΚΑΙ ΑΝΈΦΕΡΕ ΟΤΙ ΑΣΘΑΝΟΤΑΝ: Strogatz. Charles A. Czeisler, et al,, «Bright Light Resets the Human Circadian Pacemaker independent of the Timing of the Sleep-Wake Cycle», *Science* 233 (1986), σ. 667-670· Steven Strogatz, «A Comparative Analysis of Models of the Human Sleep-Wake Cycle», preprint, Harvard University, Cambridge, Massachusetts.

364 ΕΙΧΕ ΑΠΟΚΤΗΣΕΙ ΕΙΔΙΚΟ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝ: Winfree.

365 ΌΤΑΝ ΈΚΡΙΝΕ ΠΩ£ ΗΤΑΝ ΚΑΙΡΌΣ: «Sudden Cardiac Death».

365 ΟΣΤΟΣΧΧ ΠΑ ΝΑ το ΚΆΝΕΙ: Ideker,

366 το ΚΑΡΔΙΑΚΌ ΙΣΟΔΎΝΑΜΟ: Winfree.

366 Η ΠΡΌΘΕΣΗ ΤΟΥ ΑΪΝΤΕΚΕΡ: Ideker,

367 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΪΗΧΑ,Ν ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΚΕΣ ΣΥΣΣΩΜΑΤΩΣΕΕ: Glass.

367 ΌΤΑΝ οι ΒΙΟΛΟΓΙΚΟΊ ΤΑΛΑΝΤΙΤΤΕΧ; Michael R. Guevara, Leon Glass, and Alvin JSchrier, «Phase Locking, Period-Doubling Bifurcations, and Irregular Dynamics in Periodically Stimulated Cardiac Cells», *Science* 214 (19S1), σ. 1350.

367 ΠΟΛΛΟΊ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΊ ΡΥΘΜΟΊ: Glass.

368 ΕΙΝΑΙ ΜΙΑ ΚΑΘΑΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: Cohen.

368 οι ΆΝΘΡΩΠΟΙ ΕΧΟΥΝ ΚΆΝΕΙ: Glass.

369 ΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΆ ΣΥΣΤΉΜΑΤΑ: Winfree.

370 ΤΑ ΣΥΣΤΉΜΑΤΑ ΠΟΥ ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΆ: Leon Glass and Michael C- Mackay, «Pathological Conditions Resulting from instabilities in Physiological Control Systems» *Annals of the New York Academy of Sciences* 316 (1979), σ. 214.

375 οι ΦΡΑΚΤΑΛ ΔΙΑΔΙΚΑΣΊΕΣ: Ary L. Goldberger, Valmik Bhargava, Bruce J. West, and Arnold J. Mandell, «Some Observations on the Question: Is Ventricular Fibrillation "Chaos"» preprint.

375 ΕΙΝΑΙ ΔΥΝΑΤΟΝ Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΘΟΛΟΓΙΑ: Mandell.

375 ΟΤΑΝ ΣΤΗ ΒΙΟΛΟΓΊΑ ΚΑΤΑΛΗΓΕΤΕ: Mandell.

375 Ο ΜΑΝΤΕΛ, «From Molecular Biological Simplification to More Realistic Central Nervous System Dynamics: An Opinion», στο *Psychiatry: Psychobiological Foundations of Clinical Psychiatry 3:2, J.O Cavenar, et ai, eds. (New York, Lippincott, 1985).*

376 ΤΟ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: *Στο ίδιο.*

377 Η ΔΥΝΑΜΙΚΉ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΆΤΩΝ: Huberman.

377 ΤΕΤΟΙΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΔΕΙΧΝΑΝ: Bernardo A. Huberman and Tad Hogg, «Phase Transitions in Artificial Intelligence Systems», preprint, Xerox Palo Alto Research Center, Palo Alto, California, 1986. Επίσης, Tad Hogg and Bernardo A. Huberman, «Understanding Biological Computation: Reliable Learning and Recognition», *Proceedings of the National Academy of Sciences* 81 (1984), σ. 6871-6875.

377 το ΕΚΠΛΗΚΤΙΚΌ ΧΆΡΙΣΜΑ: Erwin Schrodinger, *What is Life?* (Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1967), σ. 82.

377 ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΉ ΈΧΟΥΜΕ ΑΣΧΟΛΗΘΕΊ: *Στο ίδιο, σ. 5.*

ΤΟ ΧΑΟΣ ΚΑΙ ΠΕΡΑ ΑΠ' ΑΥΤΟ

382 ΟΤΑΝ το ΈΙΠΑ ΑΥΤΌ: Ford.

383 ΣΕ ΜΙΑ ΔΥΟ ΜΕΡΕΣ: Fox

383 το ΌΝΟΜΑ ΠΟΥ ΤΟΥ ΈΙΧΑΝ ΔΏΣΕΙ: (Holmes) *SIAM Review* 28 (1986), σ. 107- (Hao) *Chaos* (Singapore: World Scientific, 1984), σ. ί· (Stewart) «The Geometry of Chaos», στο *The Unity of Science,* Brookhaven Lecture Series, No. 209 (1984), σ. 1· (Jensen) «Classical Chaos», *American Scientist* (April 1987)· (Crutchfield) ιδιαίτερη επικοινωνία* (Ford) «Book Reviews», *International Journal of Theoretical Physics 25 (\9S6),* No. 1.

384 Π ΑΥΤΌΝ το ΚΎΡΙΟ ΜΉΝΥΜΑ: Hubbard.

384 ΠΟΛΎ ΠΕΡΙΟΡΙΣΤΙΚΌ ΌΝΟΜΑ: Winfree.

385 ΑΝ ΈΙΧΕΣ ΈΝΑ ΟΡΜΗΤΙΚΌ ΠΟΤΆΜΙ: Huberman.

385 ΑΣ ΚΟΙΤΆΞΟΥΜΕ ΠΆΛΙ: *Gaia,* σ. 125.

386 ΣΤΟΧΑΣΤΈΣ ΦΥΣΙΚΟΊ: P.W. Atkins, *The Second Law* (New York, W.H. Freeman, 1984), σ. 179. Αυτό το πρόσφατο εξαιρετικό βιβλίο

είναι μια από τις λίγες παρουσιάσεις του Δεύτερου Νόμου και έχει στόχο να εξερευνήσει τη δημιουργική δύναμη της μη διατηρητικότητας στα χαοτικά συστήματα. Μια έντονα προσωπική φιλοσοφική άποψη για τις σχέσεις ανάμεσα στη θερμοδυναμική και τα δυναμικά συστήματα είναι το Ilya Prigogine, *Order Out of Chaos: Man's New Dialogue With Nature* (New York, Bantam, 1984).

387 ΑΥΤΕΣ οι ΑΙΧΜΕΣ: Langer. Η πρόσφατη φιλολογία για τη δυναμική της νιφάδας είναι ογκώδης. Πιο χρήσιμα είναι τα: James S. Langer, «Instabilities and Pattern Formation», *Reviews of Modern Physics* (52) 1980, σ. 1-28· Johann Nittmann and H. Eugene Stanley, «Tip Splitting without Interfacial Tension and Dendritic Growth Patterns Arising from Molecular Anisotropy», *Nature* 321 (1986), σ. 663-668" David A. Kessler and Herbert Levine, «Pattern Selection in Fingered Growth Phenomena», που θα δημοσιευτεί στο *Advances in Physics*.

393 ΚΑΘΏΣ ΚΟΙΤΆΖΟΥΝ ΤΙΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΏΣΕΙΣ: Gollub, Langer.

393 ΣΤΗΝ ΑΣΤΡΟΝΟΜΊΑ ΟΙ ΕΙΔΙΚΟΊ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ: Wisdom. Jack Wisdom, «Meteorites May Follow a Chaotic Route to Earth», *Nature* 315 (1985), σ. 731-733, και «Chaotic Behanior and the Origin of the 3/1 Kirkwood Gap», *Icarus* 56 (1983), σ. 51-74.

393 ΔΟΜΈΣ ΠΟΥ ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΆΝΟΝΤΑΙ: Όπως το θέτουν οι Farmer και Packard, «η προσαρμοστική συμπεριφορά είναι μια ιδιότητα που εμφανίζεται αυθόρμητα μέσω της αλληλεπίδρασης απλών συστατικών μερών. Άσχετα από το αν αυτά τα συστατικά μέρη είναι νευρώνες, αμινοξέα, μυρμήγκια ή χορδές, ποσαρμογή μπορεί να συμβεί μόνο αν η συλλογική συμπεριφορά του συνόλου είναι ποιοτικά διαφορετική από εκείνη του αθροίσματος των ξεχωριστών μερών. Αυτός ακριβώς είναι ο ορισμός του μη γραμμικού»" «Evolution, Games, and Learning: Models for Adaptation in Machines and Nature», introduction to conference proceedings, Center for Nonlinear Studies, Los Alamos National Laboratory, May 1985,

393 Η ΕΞΈΛΙΞΗ ΕΊΝΑΙ ΧΆΟΣ: «What is Chaos?» σ. 14,

393 Ο ΘΕΟΣ ΠΑΙΖΕΙ ΖΑΡΙΑ: Ford.

394 ΣΤΟ ΕΠΆΓΓΕΛΜΑ ΜΑΣ ΛΕΝ ΕΠΙΤΡΈΠΕΤΑΙ: *Structure* σ. 5.

394 ΖΩΝΤΑΝΌ ΚΑΙ ΛΙΓΟ ΑΠΕΙΛΗΤΙΚΌ: William M. Schaffer, «Chaos in Ecological Systems: The Coals That Newcastle Forgot», *Trends in Ecological Systems* 1 (1986), σ. 63.

394 ΑΥΤΆ ΠΟΥ ΘΕΩΡΟΎΝΤΑΙ ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ: William M. Schaffer and Mark Kot, «Do Strange Attractors Govern Ecological Systems?» *Bio-Science* 35 (1985), σ. 349.

395 ο ΣΑΦΦΕΡ ΣΉΜΕΡΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΊ: π.χ., William M. Schaffer and Mark Kot, «Nearly One Dimensional Dynamics in an Epidemic», *Journal of Theoretical Biology* 112 (1985), σ. 403-427.

395 ΑΝ ΚΟΙΤΆΞΕΤΕ τα ΕΙΚΌΝΕΣ: Schaffer.

396 ΠΟΛΛΆ ΧΡΟΝΙΆ ΑΡΓΌΤΕΡΑ ο ΣΑΦΦΕΡ ΖΟΎΣΕ: Schaffer. Επίσης William M. Schaffer, «A Personal Hejeira», αδημοσίευτο.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πολλοί επιστήμονες με καθοδήγησαν, με πληροφόρησαν και με δίδαξαν με γενναιοδωρία. Η συνεισφορά μερικών θα είναι εμφανής στον αναγνώστη, ενώ πολλοί άλλοι, που δεν κατονομάζονται στο κείμενο ή αναφέρονται μόνο φευγαλέα, δεν μου χάρισαν λιγότερο από το χρόνο και τη σκέψη τους. Άνοιξαν τα αρχεία τους, ξεσκόνισαν τη μνήμη τους, συζήτησαν ο ένας με τον άλλο και μου πρόσφεραν σκέψεις για την επιστήμη που ήταν για μένα απαραίτητες, Αρκετοί ήταν κι αυτοί που διάβασαν το χειρόγραφο. Στην ερευνά μου για το *Χάος* χρειαζόμουν την υπομονή και την ειλικρίνεια τους.

Θέλω να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον εκδότη μου Daniel Frank, του οποίου η φαντασία, η ευαισθησία και η ακεραιότητα έδωσαν σ' αυτό το βιβλίο περισσότερα απ' ό,τι θα μπορούσα να περιγράψω, Στηρίχτηκα επίσης στον Michael Carlisle, τον αντιπρόσωπο μου, για την υπερβολικά επιδέξια και ενθουσιώδη υποστήριξη του. Στην εφημερίδα The New York Times, οι Peter Millones και Don Erickson με βοήθησαν με πολλούς τρόπους. Ανάμεσα σε εκείνους που συνέβαλαν με επεξηγήσεις στο ξεκαθάρισμα του κειμένου ήταν οι Heinz-Otto Peitgen, Peter Richter, James York, Leo Kadanoff, Philip Marcus, Benoit Mandelbrot, Jerry Gollub, Harry Swinney, Arthur Winfree, Bruce Stewart, Fereydoon Family, Irving Epstein, Martin Glicksman, Scott Burns, James Crutchfield, John Milnor, Richard Voss, Nancy Sterngold και Adolph Brotman. Πρέπει επίσης να ευχαριστήσω τους γονείς μου Beth και Donen Gleick, οι οποίοι όχι μόνο με μεγάλωσαν σωστά αλλά διόρθωσαν και τα δοκίμια.

Ο Γκαίτε γράφει: «Έχουμε το δικαίωμα να περιμένουμε από κάποιον που προτίθεται να μας δώσει την ιστορία μιας επιστήμης να μας πληροφορήσει πώς τα φαινόμενα που περιγράφει έγιναν σιγά σιγά γνωστά και τι φαντάστηκαν, είκασαν, θεώρησαν ή σκέφτηκαν σχετικά μ' αυτά οι άνθρωποι». Αυτό είναι «μια επικίνδυνη υπόθεση», συνεχίζει, «γιατί, σε μια τέτοια προσπάθεια, ο συγγραφέας δηλώνει έμμεσα από την αρχή ότι σκοπεύει να βγάλει μερικά πράγματα στο φως και άλλα όχι. Παρ' όλα αυτά, η χαρά που κερδίζει απ' την προσπάθεια του είναι μεγάλη...»

Απευθύνω πολλές ευχαριστίες για την άδεια ανατύπωσης αποσπασμάτων από τις παρακάτω εργασίες:

«Ohio» και «The Moons of Jupiter» από το *Facing Nature* του John Updike. Copyright: John Updike, 1985. Με την άδεια του Alfred A.Knopf, Inc.

The Character of Physical Law του Richard Feynman. Copyright: The MIT Press, 1987. Με την άδεια του MIT Press.

«Thoughts During an Air Raid» από το *Selected Poems* του Stephen Spender. Copyright: Stephen Spender, 1964. Με την άδεια του Random House, Inc.

Mathematical Modeling of Biological Systems του Harvey J, Gold. Copyright: John Wiley and Sons, Inc, 1977. Με την άδεια του John Wiley & Sons, Inc.

'Connoisseur of Chaos', 'This Solitude of Cataracts', και 'Reality is an Activity of the Most August Imagination' από το *The Palm at the End of the Mind: Selected Poems and a Play του* Wallace Stevens. Copyright: Holly Stevens, 1967, 1969, 1971. Με την άδεια του Alfred A. Knopf, Inc.

Weather Prediction του L.F. Richardson, Με την άδεια του Cambridge University Press.

«The Room» από το *Collected Poems* του Conrad Aiken. Copyright: Conrad Aiken, 1953, 1970; Mary Aiken, 1981. Με την άδεια του Oxford University Press, Inc.

The Structure of Scienttfic Revolution του Thomas Kuhn. Copyright: University of Chicago, 1962,1970, Με την άδεια του University of Chicago Press.

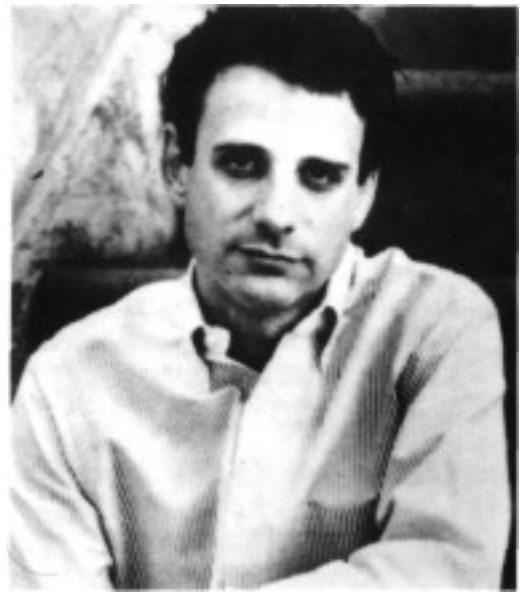
«Method in the Physical Sciences» από το *Collected Works* του

John Von Neumann, τομ.6. Με την άδεια του Pergamon Books Ltd. Copyright: Pergamon Books Ltd, 1963.

Ευχαριστώ επίσης για την άδεια ανατύπωσης των παρακάτω εικόνων: σ.41: Edward N. Lorenz και Adolph E. Brotman" σ.51: Adolph E. Brotman· σ.52: Adolph E. Brotman· σ.56: James P. Crutchfield και Adolph E. Brotman· σ.82 Irving R. Epstein· σ.83: H. Bruce Stewart and J.M. Thompson, *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Chichester: Wiley, 1986)· σ.98: Adolph E. Brotman· σ. 106: James P. Crutchfield και Adolph E. Brotman" σ. 110: James P. Crutchfield και Nancy Sterngokl· σ. 115: Robert May σ. 121: W.J. Youden* σ. 131: Benoit Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature* (New York: Freeman, 1977)· σ. 135: Richard F. Voss· σ. 140: Benoit Mandelbrot- σ. 143: Benoit Mandelbrot- σ. 176: Jerry Gollub και Harry Swinney σ. 184,185: Adolph E. Brotman· σ. 189: Edward N. Lorenz· σ. 193: James P. Crutchfield και Adolph E. Brotman· σ. 199: Michel Henon· σ.203: James P. Crutchfield· σ.232: H. Bruce Stewart, J.M. Thompson και Nancy Sterngokl· σ.251: Albert Libchaber σ,252,253: John Milnor σ.259: Theodor Schwenk, *Sensitive Chaos,* Copyright: Rudolf Steiner Press, 1965, με την άδεια του Schocken Books Inc.· σ.260: D' Arcy Wentworth Thompson, On *Growth and Form* (Cambridge University Press, 1961)· σ.268: Predrag Cvitanovic και Adolph E. Brotman' σ.269: Albert Libchaber· σ,282: Heinz-Otto Peitgen, Peter H. Richter σ.285: Heinz-Otto Peitgen, Peter H. Richter, *The Beauty of Fractals* (Berlin: Springer-Verlag, 1986)· σ,288,289: Benoit Mandelbrot· σ,301: James A. Yorke· σ.3O5: Michael Barnsley σ.323: Ralph H. Abraham and Christopher D. Shaw, *Dynamics: The Geometry of Behavior* (Santa Cruz: Aerial, 1984)* σ.363: Arthur Winfree· σ.372,373: James A. Yorke· σ.374: Theodor Schwenk, *Sensitive Chaos,* Copyright: Rudolph Steiner Press, 1965, με την άδεια του Schocken Books Inc.* σ.388: Oscar Kapp, ένθετο: Shoudon Liang· σ.390,391: Martin Glicksman, Fereydoon Family, Daniel Platt και Tamas Vicsek.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω για την άδεια ανατύπωσης των παρακάτω έγχρωμων εικόνων:
Ελκυστής του Λόρεντζ: Heinz-Otto Peitgen,
Καμπύλη Κοχ: Benoit Mandelbrot.

Το σύνολο Μάντελμπροτ: Heinz-Otto Peitgen, Peter H. Richter.
Τα όρια της μεθόδου του Νεύτωνα: Scott Burns, Harold E. Benzinger, Julian Palmore.
Φράκταλ συγκροτήματα: Richard F. Voss.
Η Μεγάλη Κόκκινη Κηλίδα: Philip Marcus.
(Η έγχρωμη εικόνα του συστήματος Κουέτ-Τέυλορ ανήκει στον Tom Mullin και αναδημοσιεύεται από το περιοδικό *New Scientist,* 11 Νοεμβρίου 1989. Σ.τ.ε.)



Ο James Gleick γεννήθηκε στη Νέα Υόρκη και ζει εκεί μαζί με τη σύζυγο του Cynthia Crossen. Από το 1978 εργάζεται ως δημοσιογράφος στην εφημερίδα *The New York Times*.

Η εικόνα του εξωφύλλου είναι το Julia Set Bounding Four Basins on Riemann Sphere, από το *The Beauty of Fractals* των H.O. Peitgen και P.H. Richter, Springer-Verlag, Νέα Υόρκη, 1986.

• «Γοητευτικές ιστορίες ενοράσεως και ανακαλύψεων, γραμμένες με δραματική διάθεση και ερεθιστικό τρόπο... Σχεδόν κάθε παράγραφος περιλαμβάνει κι ένα ξάφνιασμα».

The New York Times

• «Το *Χάος* του Gleick δεν αποτελεί μόνο μια συναρπαστική και ακριβή ιστόριση αλλά είναι και γεμάτο όμορφα παράξενες και παράξενα όμορφες ιδέες».

Douglas Hofstadter,
συγγραφέας του *Godel, Escher, Bach*

• «Διαυγές... Με ταλέντο μυθιστοριογράφου, ο Gleick περιγράφει τους επιστήμονες και τις ανακαλύψεις τους δραματικά και ποιητικά».

San Francisco Chronicle

• «Ένα θαυμάσιο εισαγωγικό βιβλίο για την πιο καυτή περιοχή έρευνας. Δεν εξηγεί μόνο με ακρίβεια και επιδεξιότητα τις θεμελιώδεις έννοιες της θεωρίας του χάους, αλλά και περιγράφει γλαφυρά την ιστορία της πρωτοποριακής έρευνας και το παρασκήνιό της».

Martin Gardner,
από το βιβλίο του *Whys and Wherefores,* 1989

• «Μια ζωντανή εισαγωγή... μεταδίδει στο μη ειδικό αναγνώστη την πνευματική απόλαυση που συνοδεύει τις νέες ιδέες για τη σχέση ανάμεσα στην απλότητα των νόμων της φύσης και την πολυπλοκότητα του κόσμου μας».

Michael Berry
στο *Nature,* 1987

ISBN 960-7023-10-2